

**دانشکده مهندسی مکانیک**

**رشته مهندسی مکانیک**

**گرايش تبدیل انرژی**

پروژه اول درس شبیه­سازی جریان­های چندفازی:

**توسعه کد اویلر – لاگرانژ برپایه روش ردیابی ذرات و تبخیر تک ذره**

**نگارنده**

سجاد خدادادی

**استاد**

دکتر مداحیان

خرداد 1397



**فهرست مطالب**

[**صورت مسأله** 4](#_Toc516590149)

[**مقدمه و شرح مسئله** 5](#_Toc516590150)

[**روش حل عددی معادله** 10](#_Toc516590151)

[**ابزارهای حل عددی** 11](#_Toc516590152)

[**روش اویلر** 11](#_Toc516590153)

[**روش رانگ کوتا** 12](#_Toc516590154)

[**محاسبه مرتبه زمان ماند، عدد استوکس و نسبت جرم** 13](#_Toc516590155)

[**معرفی نیروهای وارد بر ذرات** 13](#_Toc516590156)

[**نیرو درگ (برای جریان آرام)** 13](#_Toc516590157)

[**نیرو درگ (برای جریان مغشوش)** 14](#_Toc516590158)

[**نیرو جاذبه** 15](#_Toc516590159)

[**نیرو گرادیان فشار** 15](#_Toc516590160)

[**نیرو برآی سافمن** 15](#_Toc516590161)

[**نیرو جرم مجازی** 16](#_Toc516590162)

[**نیروی تنش برشی** 17](#_Toc516590163)

[**نیروی برآی مگنوس** 18](#_Toc516590164)

[**نیروی براونی** 18](#_Toc516590165)

[**نیرو Basset** 20](#_Toc516590166)

[**معادله کلی حرکت ذره** 20](#_Toc516590167)

[**تحلیل ابعادی نیروها** 21](#_Toc516590168)

[**نسبت نیروی جرم مجازی به نیروی پسا** 21](#_Toc516590169)

[**نسبت نیروی گرادیان فشاری و برشی به پسا** 21](#_Toc516590170)

[**نسبت نیروی گرانش به پسا** 22](#_Toc516590171)

[***اعتبارسنجی*** 23](#_Toc516590174)

[**نتایج حاصل از حل عددی** 25](#_Toc516590175)

[**تاثیر تغییر دمای هوای اطراف بر حرکت قطره** 25](#_Toc516590176)

[**بررسی تاثیر اندازه قطر اولیه قطره بر حرکت آن** 26](#_Toc516590177)

[**تاثیر فشار هوای اطراف بر حرکت قطره** 27](#_Toc516590178)

[**بررسی تاثیر سرعت اولیه قطره بر حرکت آن** 28](#_Toc516590179)

[**نیروهای وارد شده به قطره بر حسب زمان و مکان** 29](#_Toc516590180)

[**جمع بندی و نتیجه گیری** 30](#_Toc516590181)

[**مراجع** 32](#_Toc516590182)

# **صورت مسأله**

به منظور مدلسازی احتراق قطرات سوخت ابتدا باید فرآیند تبخیر قطرات در محفظه احتراق مدل­سازی گردد. هدف این پروژه توسعه کد اویلر-لاگرانژ بر پایه روش ردیابی ذرات (Lagrangian Particle Tracking) برای تبخیر یک قطره سوخت تزریق شده در یک سیال ساکن داغ است.

مدل تبخیر برپایه مقاله

Droplet vaporization model for spray combustion calculation, Abramzon B., Sirignano W. A., Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 32, No. 9, 1989

خواهد بود. به منظور ساده­سازی مسئله، از مدل ضریب انتقال حرارت هدایت نامحدود سیال (infinite conductivity model) استفاده کنید (نیازی به حل معادله انتقال حرارت هدایت در قطره نیست و می­توانید قطره را هم دما فرض کنید).

بدین منظور گام‌های ذیل را برای حل مسئله می‌بایستی طی نمایید:

1. معرفی کلیه نیروهای وارد به ذرات بر اساس مطالب درس و تعیین روابط مورد نیاز برای محاسبه نیروها
2. تحلیل ابعادی نیروها و مشخص نمودن نیروهای غالب
3. توسعه کد اویلر-لاگرانژ بر اساس معادلات ارائه شده در مقاله
4. مستندسازی نتایج و ارائه نتایج تغییرات قطر قطرات، دمای قطرات، نرخ تبخیر
5. ارائه منحنی نیروهای وارد شده به قطره بر حسب زمان و همچنین بر حسب مکان
6. ارائه منحنی تغییرات عدد رینولدز قطرات

# **مقدمه و شرح مسئله**

*تبخیر قطره مایع به شکل اسپری در تکنولوژی مانند اسپری سوخت در محفظه‌های احتراق، خنک‌کننده‌های تبخیری، جداسازی ذرات جامد از درون گاز، در کوره‌ها، مهندسی پزشکی، سیستم‌های آتش نشانی، در خنک‌کاری راکتورهای هسته‌ای و ... کاربرد دارد.*

*از کارهای صورت گرفته برای مدل کردن تبخیر می‌توان به مطالعات ژیان و زانگ[[1]](#footnote-1)، سیریگنانو[[2]](#footnote-2) ، کراو[[3]](#footnote-3)، میلر[[4]](#footnote-4) و مطالعات تجربی بر روی قطره سوخت* UDMH *توسط یین تیگ[[5]](#footnote-5) و همکاران و مطالعات تجربی‌تبخیر قطره آب توسط جانگ‌جیگ[[6]](#footnote-6) و همکارانش اشاره‌کرد. در این کار مدل مورد استفاده بر مبنای کار آبرامازون[[7]](#footnote-7) و سیریگنانو[[8]](#footnote-8) با فرض هدایت نامحدود بودن قطره مورد استفاده شده است. در این مدل عمل تبخیر، انتقال حرارت و جرم در لایه‌ای از گاز که بین سطح قطره و گاز قرار دارد اتفاق می‌افتد و با گرم شدن قطره قسمتی از جرم بوسیله دیفیوژن بخار می‌شود.*

*برای مدل کردن تبخیر قطره دو مدل هدایت محدود و هدایت نامحدود وجود دارد. با توجه به اینکه برای قطرات کوچک تفاوت آشکاری بین این دو مدل وجود ندارد. از مدل هدایت نا محدود استفاده می‌شود. فرضیات مورد استفاده در این مدل به صورت زیر می‌باشد:*

*الف- قطره به صورت کره متقارن فرض شود.*

*ب- ویژگی‌های ترمودینامیکی قطره و گاز داغ اطراف یکنواخت باشد.*

*ج-اثرات جاذبه، گرادیان گرمایی، اتلافات ویسکوزیته و ... صرف نظر می‌شود.*

*د-دمای سطح قطره با زمان تغییر می‌کند.*

*بحث مدل کردن تبخیر قطره از دهه‌ها تا به امروز در حال تصحیح می‌باشد. عموما دو مدل هدایت محدود (دمای داخل قطره در کل قطره یکسان نمی‌باشد) و هدایت نامحدود(دمای داخل قطره یکسان فرض می‌شود) استفاده می‌شود ولی در اکثر کاربردهای صنعتی به دلیل اهمیت کم مقاومت حرارتی داخل قطره و با توجه به کوچکی اندازه قطره از مدل‌های هدایت نامحدود استفاده می‌شود. در زیر به عنوان نمونه چند مدل از تبخیر قطرات بیان می‌شود:*

1. **مدل کلاسیک:**

*ساده­ترین مدل برای تبخیر قطره به وسیله ماکسول در سال 1877 پیشنهاد شده است. مطابق این مدل، نرخ تبخیر قطره به طور انحصاری به وسیله فرآیند پخش کنترل شده است که رابطه زیر را نیز برای این مدل ارائه شده است:*

|  |  |
| --- | --- |
| (1) |  |

*که ضریب نشر بخار سوخت، چگالی آن می­باشد. چون همیشه می­باشد، به وابسته نبوده و می­توان گفت به مربع شعاع در رابطه رابطه نداشته و می­توان در محدوده تا انتگرال گرفت و رابطه را به صورت زیر بازنویسی نمود:*

|  |  |
| --- | --- |
| (2) |  |

*که چگالی سوخت در نزدیک سطح قطره می­باشد و چگالی سوخت در نقاط دورتر از محیط گازی می­باشد.*

*در ادامه این مدل، اصلاحاتی بر روی انجام شد و با فرضیات و معادلاتی اصلاح گردید که در زیر به بررسی آن­ها خواهیم پرداخت. با فرض شار ورودی صفر به سمت قطره و در نظر گرفتن معادله(3) و همچنین فرض­های پرکاربرد موجود در (4)، معادله(2) را به معادله (6) تبدیل می­شود.*

|  |  |
| --- | --- |
| (3) |  |
| (4) |  |
|  |
| (5) |  |
| (6) |  |

*برای قطره در حال حرکت نیز می­توان معادلات فوق را بر حسب عدد بی­بعد شروود نیز به صورت زیر بازنویسی نمود:*

|  |  |
| --- | --- |
| (7) |  |
| (8) |  |
| (9) |  |
| (10) |  |
| (11) |  |

*که بیان­کننده عدد لوییس می­باشد. گرمای­ویژه بخار سوخت در فشار ثابت می­باشد. و اعداد در شرایط قطره بدون حرکت می­باشد که یا 2 و یا با معادلاتی اعدادی نزدیک 2 به دست می­آیند.*

1. **معادلات سیریگانو و آبرامزون:**

*روش پیاده سازی معادلات در این مدل به فرم زیر است:*

1- کسر جرمی و مولی بخار سوخت بر سطح قطره از روابط زیر بدست می‌آید:

|  |  |
| --- | --- |
| (12) |  |
| (13) |  |

جایی که فشار بخار اشباع سوخت است که با استفاده از رابطه تجربی یا تئوری(کلازیوس-کلاپیرون) بیان می‌شود.

|  |  |
| --- | --- |
| (14) |  |

*2*- دمای فیلم و کسر جرمی متوسط بخار سوخت با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

|  |  |
| --- | --- |
| (15) |  |
| (16) |  |
|  | |
| *شکل (1) : مدل فیزیكی تبخیر بر مبنای تئوری فیلم* | |

با توجه به شکل 1 این مدل بر مبنای تئوری فیلم بنا نهاده شده است. مفهوم ضخامت فیلم برای معرفی اثرات مقاومت انتقال جرم و گرما بین هوا و سطح قطره می‌باشد. همچنین از دمای مرجعی که با استفاده از رابطه (15) نشان داده شده است برای شبیه سازی پارامترهای ترمودینامیکی فیلم بر اساس قانون 3/1AR= استفاده می‌شود.

3- با استفاده از دمای فیلم مقادیر چگالی()، ظرفیت گرمایی ویژه سوخت()، ظرفیت گرمایی ویژه گاز()، هدایت حرارتی گاز()، ویسکوزیته دینامیکی گاز()، ضریب نفوذ باینری()، عدد لوییس()، عدد پرانتل() و عدد اشمیت() را محاسبه نمود.

4-عدد رینولدز با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

|  |  |
| --- | --- |
| (17) |  |

با استفاده از عدد رینولدز، عدد پرانتل و عدد اشمیت بدست آمده در مراحل 3 و 4 مقادیر ناسلت و شروود صفر با استفاده از رابطه فراسلینگ به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

|  |  |
| --- | --- |
| (18) |  |
| (19) |  |

که این رابطه برای اعداد رینولدز کم() کاربرد دارد. می‌توان از رابطه کلایفت برای اصلاح روابط بالا کمک گرفت:

|  |  |
| --- | --- |
| (20) |  |
| (21) |  |

که در آن به صورت زیر تعریف می‌شود:

|  |  |
| --- | --- |
| (22) |  |

5- عدد انتقال جرم اسپالدینگ()، ضریب اصلاح فیلم نفوذی()،شرود اصلاح شده() و همچنین نرخ انتقال جرم() با استفاده از روابط زیر بدست می‌آیند:

|  |  |
| --- | --- |
| (23) |  |
| (24) |  |
| (25) |  |
| (26) |  |

6- در این مرحله یک مقدار برای حدس زده می‌شود و با استفاده از این مقدار از رابطه (24) بدست می‌آید.

7- ناسلت اصلاح شده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

|  |  |
| --- | --- |
| (27) |  |

8-با استفاده از مشخصات فیزیکی و مقادیر اصلاح شده شروود و ناسلت پارامتر به صورت زیر محاسبه خواهد شد:

|  |  |
| --- | --- |
| (28) |  |

حال با استفاده از مقادیر بدست آمده در مراحل بالا حدس زده شده با استفاده از رابطه (29) اصلاح می‌شود و بدست آمده جایگزین مقدار حدس زده شده میشود و مراحل 6 تا 8 آنقدر تکرار می‌شوند که میزان اختلاف مقدار حدس زده شده و مقدار بدست آمده از رابطه(29) از یک مقدار خطائی() کمتر شود و برای این گام زمانی بدست می‌آید.

|  |  |
| --- | --- |
| (29) |  |

9- گرمای مبادله شده با استفاده از رابطه(30) محاسبه می‌شود:

|  |  |
| --- | --- |
| (30) |  |

# **روش حل عددی معادله**

حال با استفاده از پارامترهای فیزیکی بدست آمده سه معادله زیر بصورت عددی حل می‌شود:

|  |  |
| --- | --- |
| (31) |  |
| (32) |  |
| (33) |  |

در هر مرحله برای اینکه میزان خطای عددی کاهش یابد متوسط دمای اولیه و دمای بدست آمده حساب می‌شود و این حلقه آنقدر تکرار می‌شود تا تغییر خاصی در مقدار بدست آمده حاصل نشود.

# **ابزارهای حل عددی**

در بخش قبل معادله حاکم بر ذره تشریح گردید. اکنون نیاز است این معادلات با یکی از تکنیک‌های حل عددی معادلات ODE حل شود. برای ادامه کار معادله ODE زیر در نظر گرفته می شود:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (34) |

**روش اویلر**

در این روش سمت راست معادله ODE برای یک لحظه خاص (در اطراف گام زمانی مدنظر) تعیین می شود و با شیب خطی مرتبه سمت چپ برابر قرار داده می شود.

|  |
| --- |
| C:\Users\sajad\Desktop\Eulers-Approximation.png |
| *شکل (2) : شمای روش اویلر* |

بنابراین:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (35) |

ممکن است به فراخور نیاز، حل نیاز به تکرار و اصلاح داشته باشد.

## **روش رانگ کوتا**

این روش شامل خانواده روش‌های رانگ-کوتا است که از آن دست می توان به رانگ کوتای مرتبه 2، مرتبه 3، مرتبه 4 و مرتبه‌ بالاتر اشاره نمود. ترفند حل بدین صورت است که با تعیین مقدار سمت راست (تابع f، که در واقع همان شیب سمت چپ است) در تعدادی نقاط در اطراف گام زمانی مدنظر، برآورد دقیق‌تری از مقدار y در گام زمانی پیش رو بدست می آید. در شکل زیر طرح رانگ کوتا مرتبه 4، که رایج‌ترین روش رانگ کوتا است، آورده شده است.

|  |
| --- |
| C:\Users\sajad\Desktop\روش-رانگ-کوتا-در-متلب-672x313.gif |
| *شکل (3) : شمای روش رانگ کوتا* |

بنابراین:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (36) |

# **محاسبه مرتبه زمان ماند، عدد استوکس و نسبت جرم**

با توجه به تعریف‌های موجود در جزوه درسی به محاسبه زمان ماند، عدد استوکس و نسبت جرم(Mass Ratio) پرداخته می‌شود.

|  |  |
| --- | --- |
| (37) |  |
| (38) |  |
| (39) |  |
| (40) |  |

# **معرفی نیروهای وارد بر ذرات**

در این قسمت تمام نیروهای در نظر گرفته شده در این پژوهش معرفی می‌شود و تحلیل ابعادی آنها نیز بر اساس پارامترهای مرجع ارائه می‌گردد.

## **نیرو درگ (برای جریان آرام)**

این نیرو که به سبب اختلاف سرعت ذره و سیال پدید می‌آید یکی از مهم ترین نیروهای است که بر ذراتی که در سیالی حرکت می‌کنند وارد می‌شود و می‌توان آن را از رابطه (9) که به صورت برداری بیان شده است برای ذرات در معرض جریان های مختلف به کار برد.

|  |  |
| --- | --- |
| (41) |  |

که برای ضریب درگ CD بر حسب عدد رینولدز از رابطه زیر استفاده می‌شود:

|  |  |
| --- | --- |
| (42) |  |

## **نیرو درگ (برای جریان مغشوش)**

ماهیت این نیرو در این قسمت عوض نمی‌شود و تنها روابط برای محاسبه ضریب نیروی درگ در این قسمت به گونه‌ای تغییر‌می‌یابد که علاوه بر عدد رینولدز به مقدار شدت نسبی توربولانس نیز وابسته می‌گردد. بدین منظور لازم است تا پارامترهای جدیدی در این زمینه به گونه زیر ارائه گردد.

رابطه کلیفت[[9]](#footnote-9) و گاوین[[10]](#footnote-10):

|  |  |
| --- | --- |
| (42) |  |
| (43) |  |
| (44) |  |

رابطه هیلر[[11]](#footnote-11) و سینکلایر[[12]](#footnote-12) :

|  |  |
| --- | --- |
| (45) |  |
| (46) |  |

رابطه کالمن[[13]](#footnote-13) و گاوین:

|  |  |
| --- | --- |
| (47) |  |
| (48) |  |
| (49) |  |
| (50) |  |
| (51) |  |

لازم به ذکر است که روابط فوق از مراجع[1, 2] استخراج گردیده است.

## **نیرو جاذبه**

این نیرو از دسته‌ی نیروهای حجمی است که تقریبا در تمام مسائل فیزیکی حضور دارد و به عنوان تاثیری مضاعف بر تاثیر جریان سیال بر روی ذره است و به عبارتی دیگر جز خواص ذاتی ذره است. که می‌توان آن را به صورت رابطه (52) فرموله کرد.

|  |  |
| --- | --- |
| (52) |  |

## **نیرو گرادیان فشار**

نیرو گرادیان فشار، مربوط به تغییرات فشار سیال نسبت به مکان سیال است که در اینجا به دلیل نبودن رابطه تحلیلی لازم است.

رابطه (53) بیان‌گر این نیرو می‌باشد که با فرض کوچک بودن حجم ذره تقریب زده شده است.

|  |  |
| --- | --- |
| (53) |  |

## **نیرو برآی سافمن**

این نیرو نیز ناشی از وجود خاصیت چرخش در سیال ایجاد می‌گردد که موجب گرادیان فشاری در طرفین جسم غوطه‌ور در سیال می‌شود که این اختلاف فشار سبب حرکت ذره می‌گردد و به نیروی برآی سافمن معروف گردیده است.

|  |  |
| --- | --- |
| (54) |  |

که در اینجا داریم:

|  |  |
| --- | --- |
| (55) |  |
| (56) |  |

## **نیرو جرم مجازی**

نیرو جرم مجازی از آن دسته از نیروهاست که تاثیر به سزایی بروی حرکت ذره دارد اما درک آن از طریق مشاهده بدون ادراک قبلی امکان پذیر نیست که می‌توان برای درک ملموسش آن را به عنوان جرم اضافی ناشی از وجود سیال، که توسط ذره هنگام حرکتش جابه جا می‌گردد در نظر گرفت که از رابطه (57) قابل حصول است.

|  |  |
| --- | --- |
| (57) |  |

که در این پژوهش به دلیل اینکه سرعت سیال تابع زمان نیست(مسئله پایاست) رابطه (57) به صورت رابطه (58) ساده سازی می‌شود.

|  |  |
| --- | --- |
| (58) |  |

## **نیروی تنش برشی**

این نیرو که ماهیت تانسوری دارد از اختلاف سرعت بین دوسطح از یک بلوک دیفرانسیلی از جریان، ناشی می‌گردد که می‌توان با استفاده از بسط تیلور جهت تقریب انتقال تنش بین دو سطح روبه‌روی هم، آن را محاسبه نمود که در اینجا به آن نمی‌پردازیم و رابطه اصلی آن را به صورت رابطه (59) به عنوان نیروی حاصله بر روی ذره ناشی از تنش برشی ارائه می‌گردد.

|  |  |
| --- | --- |
| (59) |  |

|  |
| --- |
| C:\Users\sajad\Desktop\An-infinitely-small-moving-fluid-element-showing-forces-in-the-x-direction-35.ppm.png |
| *شکل (4) : تانسور تنش بر روی بلوک جریان* |

در رابطه (59) نیز انتگرال به دلیل حجم کوچک ذرات تقریب زده شده است. لازم به ذکر است که در محاسبات مربوط به این نیرو از معادلات ناویر استوکس به گونه زیر استفاده می‌کنیم، همین شیوه در برنامه رایانه‌ای نوشته شده به کار برده شده است.

|  |  |
| --- | --- |
| (60) |  |
| (61) |  |

## **نیروی برآی مگنوس**

این نیرو به دلیل وجود چرخش در ذره به وجود می‌آید که بی تاثیر از چرخشی بودن یا نبودن جریان نیست و می‌توان از رابطه (62) برای محاسبه آن بهره برد.

|  |  |
| --- | --- |
| (62) |  |

رابطه (62) به صورت رابطه (63) با فرض عدم گردش خود ذره به صورت زیر ساده سازی می‌گردد. بدلیل چرخشی نبودن جریان و قطره از این نیرو صرف نظر می‌شود.

|  |  |
| --- | --- |
| C:\Users\sajad\Desktop\17-4-norsepower-magnus-effect.jpg  *شکل (5) : نیروی مگنوس اعمال شده بر ذر* | |
| (63) |  |

## **نیروی براونی**

این نیرو در ابعاد مولکولی همواره مطرح می‌گردد و معمولا دارای اندازه ناچیزی است به عبارتی این نیرو ماهیتی نفوذی دارد، به عنوان مثال این همان نیرویی است که سبب پخش بوی عطر ( در واقع مولکول‌های عطر) در یک فضای محدود می‌شود. در این پژوهش سعی بر این شده است که نیروی براونی که حاصل از برخورد ذرات به یکدیگر به صورت تصادفی است مدل سازی شود اما چون در اینجا یک ذره را از ابتدا مورد آزمون قرار داده ایم این تاثیر را به صورت یک نیروی اغتشاشی (نویز سفید گاووسی[[14]](#footnote-14)) بر ذره در دو راستای عمودی و افقی اعمال نموده ایم که روابط آن در ادامه آورده شده است[3].

|  |  |
| --- | --- |
| (64) |  |
| (65) |  |
| (66) |  |
| (67) |  |
| (68) |  |
| (69) |  |

لازم به ذکر است که در عبارات فوق و اعداد تصادفی تولیدی بر اساس توزیع نرمال گوس با میانگین صفر و انحراف از معیار یک می‌باشند که فاقد همبستگی به یکدیگراند، نیز گام زمانی استفاده شده در کد عددی است ، فاصله آزاد پویش ملکولی است که در اینجا برابر با 5.2 آنگستروم (بر مبنی خواص آب) در نظر گرفته شده است. و به ترتیب ثابت بولتزمن و دمای ذره تلقی می‌شود. در این کار از این نیرو صرف نظر شده است.

|  |
| --- |
| C:\Users\sajad\Downloads\minutelabs-brownian-motion(2).png |
| *شکل (6) : نیروی براونی وارده به ذرات* |

## **نیرو Basset**

نیرو Basset اثر ویسکوزیته را نشان می­دهد. این ترم نشان­دهنده تغییرات تاخیر زمانی در گسترش لایه مرزی با ارتباط آن با تغییرات سرعت است. یکی از توضیحات مناسب برای این نیرو، تعریف به صورت مجموع نیروهای وارده ناشی از تنش برشی می­باشد.

|  |  |
| --- | --- |
| (70) |  |

به عنوان رابطه نهایی خواهیم داشت:

|  |  |
| --- | --- |
| (71) |  |

این نیرو، با توجه به ماهیت دارای تأخیر خود، هنگامی که زمان ماند ذره کوچک باشد، به این معنی که ذره در سیال هماهنگ شود، این نیرو قابل صرف­نظر کردن است. در این مسأله با توجه به کوچک بودن زمان ماند، این نیرو را صرف نظر می­کنیم.

# **معادله کلی حرکت ذره**

معادله کلی که حل آن به روش عددی مدنظر این پژوهش است به صورت رابطه (72) ارائه شده است.

|  |  |
| --- | --- |
| (72) |  |

با توجه به تعریفی که برای نیرو جرم مجازی ارائه شد می‌توان رابطه (72) را به صورت رابطه (73) ساده سازی نمود:

|  |  |
| --- | --- |
| (73) |  |

# **تحلیل ابعادی نیروها**

در این بخش می خواهیم با استفاده از تحلیل ابعادی میزان اهمیت نیروهای معرفی شده در بخش قبل را مشخص کنیم. از آنجایی که نیروی پسا از اهمیت ویژه ای برخوردار است، تمامی نیروهای دیگر را نسبت به آن بی بعد می کنیم.

## **نسبت نیروی جرم مجازی به نیروی پسا**

اگر به عنوان یک تقریب اولیه برای محاسبه­ی نیروی پسا از رابطه­ی استوکس استفاده کنیم، نسبت نیروی جرم مجازی به نیروی پسا بصورت زیر خواهد بود:

|  |  |
| --- | --- |
| (74) |  |

حال اگر مقیاس تغییرات زمانی سرعت سیال برابر با  و مقیاس تغییرات زمانی سرعت ذره  یا همان Relaxation Time باشد، خواهیم داشت:

|  |  |
| --- | --- |
| (75) |  |

با ساده­سازی عبارت فوق و درنظر داشتن اینکه برای جریان لزج، برابر با  است، خواهیم داشت:

|  |  |
| --- | --- |
| (76) |  |

که در معادله (76)، عدد استوکس و در این مساله است. معادله (76) نشان می­دهد که نسبت دو نیروی جرم مجازی و پسا، علاوه بر سرعت سیال نسبت به ذره، به عدد استوکس و نسبت چگالی سیال به چگالی ذره نیز بستگی دارد و می‌توان از مقایسه این دو نیرو نتیجه گرفت که نسبت نیروی جرم اضافه به درگ خیلی کم است. یا به عبارتی می‌توان از نیروی جرم اضافه در مقابل نیروی درگ صرف نظر کرد.

## **نسبت نیروی گرادیان فشاری و برشی به پسا**

برای نسبت نیروی گرادیان فشاری و برشی به نیروی پسا خواهیم داشت:

|  |  |
| --- | --- |
| (77) |  |

با ساده­سازی عبارت فوق خواهیم داشت:

|  |  |
| --- | --- |
| (78) |  |

مشاهده می­شود مانند حالت قبل، نسبت دو نیروی گرادیان فشاری و برشی به نیروی پسا علاوه بر سرعت سیال نسبت به ذره، به عدد استوکس و چگالی سیال نسبت به ذره نیز بستگی دارد. لذا می‌توان از نیروی گرادیان فشاری و برشی نسبت به نیروی درگ صرف نظر کرد.

## **نسبت نیروی گرانش به پسا**

در نهایت برای نسبت نیروی گرانش به نیروی پسا خواهیم داشت:

|  |  |
| --- | --- |
| (79) |  |

که با ساده­سازی عبارت فوق داریم:

|  |  |
| --- | --- |
| (80) |  |

می توان از نیروی گرانش در مقابل نیروی درگ صرف نظر کرد. در نهایت جهت نتیجه­گیری بهتر نسبت­های بدست آمده برای نیروها، در جدول (1) آورده شده است.

|  |  |
| --- | --- |
| جدول(1): نسبت نیروها به نیروی پسا | |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| (81) |  |

# ***اعتبارسنجی***

به منظور اعتبارسنجی فرآیند حل و نیز درستی کد نوشته شده ابتدا تلاشی برای مقایسه کار آبرامزون[[15]](#footnote-15) و کد نوشته شده به زبان C++ انجام شده است. برای این کار از سه نمودار دمای سطح قطره، نسبت شعاع به شعاع اولیه و نسبت نرخ دبی جرمی به جرم اولیه قطره استفاده شده است. علت اختلاف نمودارهای ارائه شده با کار آبرامزون خواص و پارامترهای متنوعی است که در این مساله به کار برده شده است به طوری که در ادامه دیده می‌شود با تغییر پارامترهای فیزیکی می‌توان دقیقا به نتایج کار آبرامزون رسید. برای بهبود نتایج از رانج کوتاه مرتبه چهار نیز استفاده شده است که تفاوت زیادی در نتایج در مقایسه با حل و گسسته‌سازی معادلات دیفرانسیل به روش اولر دیده نشد.

|  |  |
| --- | --- |
| C:\Users\sajad\Desktop\T.tif | C:\Users\sajad\Desktop\export.tif |
| *شکل (7) : مقایسه دمای سطح قطره برای کد نوشته شده و کار Abramzon* | *شکل (8) : مقایسه دبی جرمی تبخیر به جرم اولیه قطره برای کد نوشته شده و کار Abramzon* |
| *C:\Users\sajad\Desktop\r.tif* | |
| *شکل (9) : مقایسه نسبت قطر قطره به قطره اولیه آن برای کد نوشته شده و کار Abramzon* | |

همچنین برای بررسی قانون () باید نمودار مجذور قطر قطره نسبت به زمان ترسیم شود.

|  |
| --- |
| C:\Users\sajad\Desktop\export.tif |
| *شکل (10) : مجذور قطر قطره نسبت به زمان* |

علت خطی نبودن قسمت اول نمودار به این خاطر است که از مدل هدایت نامحدود برای قطره استفاده شده است. در کار آبرامزون نیز وقتی از مدل هدایت نامحدود برای قطره استفاده می‌شود روند نمودار به این صورت است.

در نمودار تغییرات عدد رینولدز بر حسب زمان در زمان‌های بین 1 تا 2 میلی ثانیه روند نمودار به نوعی دست‌خوش تغییراتی می‌شود در حالی که این در کار آبرامزون وجود ندارد. علت این اختلاف استفاده از ضریب 2/3 در مقاله به جای ضریب 8/3 در رابطه (21) است. شکل (9) نمودار عدد رینولدز بر حسب زمان را به ازای ضرایب مختلف نشان می‌دهد که ضریب درست 8/3 است. پله موجود در نمودار رینولدز یک حالت موجی به خود می‌گرفت داشته که با پیاده‌سازی رانج کوتا از بین رفته و نتایج به صورت زیر قابل مشاهده می‌باشند.

|  |
| --- |
| C:\Users\sajad\Desktop\Reynolds.tif |
| *شکل (11) : تغییرات عدد رینولدز بر حسب زمان به ازای ضرایب مختلف* |

همچنین در مقاله *Abramzon* چهار مدل برای ضریب هدایت قطره ارائه شده که نمودار عدد رینولدز بر حسب زمان برای مدل هدایت نامحدود قطره (که کار حاضر بر مبنای این فرض نوشته‌شده) وجود ندارد لذا نمی‌توان از نمودار عدد رینولدز مدل‌های دیگر برای مقایسه با کار حاضر استفاده کرد.

# **نتایج حاصل از حل عددی**

## **تاثیر تغییر دمای هوای اطراف بر حرکت قطره**

به منظور بررسی تاثیر تغییر دمای هوای اطراف قطره بر حرکت قطره از دو دما بالای حالت مرجع و دو دما پایین تر از حالت مرجع(1500 کلوین) با گام 250 درجه کلوین استفاده شده است. با افزایش دما نرخ انتقال حرارت بیش تر شده و انتظار می‌رود که قطره در زمان کمتری تبخیر شود یا به عبارتی دیگر نرخ دبی جرمی تبخیر شده از سطح قطره بیشتر می‌شود.

|  |  |
| --- | --- |
| C:\Users\sajad\Desktop\Tinf-T.tif | C:\Users\sajad\Desktop\Tinf-mdot.tif |
| *شکل (12) : تغییرات دمای سطح قطره بر حسب زمان به ازای تغییر دمای هوای اطراف* | *شکل (13) : تغییرات نرخ جرم تبخیرشده از سطح قطره بر حسب زمان به ازای تغییر دمای هوای اطراف* |

همان‌طور که انتظار می‌رفت با افزایش دمای هوای اطراف، مدت زمان تبخیر قطره کاهش می‌یابد. علت این است که با افزایش دمای هوای اطراف دمای سطح قطره افزایش و به تبعیت از آن نرخ تبخیر زیاد می‌شود. هم‌چنین شار لازم برای تبخیر قطره بهتر فراهم می‌شود و ماکزیمم نرخ دبی جرمی در زمان کوتاه‌تری اتفاق می‌افتد.

## **بررسی تاثیر اندازه قطر اولیه قطره بر حرکت آن**

استفاده از مدل تبخیر هدایت نامحدود برای قطرات ریز و مخصوصا در بحث اسپری مناسب می‌باشد. به منظور بررسی تاثیر اندازه قطر اولیه قطره بر حرکت آن دو قطره با قطره بزرگ تر و دو قطره کوچک‌تر از 50 میکرومتر در نظر گرفته شده است. با افزایش قطر قطرات بیشینه سطح تبخیر افزایش یافته وبدین دلیل در کاربردهای مربوط به احتراق و مخصوصا خنک‌کاری مایع باد به صورت اسپری و قطره تزریق شود تا دارای سطح بیشینه برای عمل تبخیر باشد. با افزایش قطر قطره اگرچه تبخیر زیاد می‌شود ولی عمر ماندگاری قطره طولانی می‌شود و بنابراین در اسپری به‌دنبال ایجاد قطرات فراوان با اندازه کوچک باید بود تا هم‌سطح بیشینه تبخیر زیاد شود و هم زمان تبخیر کاهش‌یابد مخصوصا در مباحث احتراق مافوق صوت بدین امرباید توجه داشت.

|  |  |
| --- | --- |
| C:\Users\sajad\Desktop\rad-T.tif | C:\Users\sajad\Desktop\Rad-Mdot.tif |
| *شکل (14) : تغییرات دمای سطح قطره بر حسب زمان به ازای تغییر قطر اولیه قطره* | *شکل (15) : تغییرات نرخ جرم تبخیرشده از سطح قطره بر حسب زمان به ازای تغییر قطر اولیه قطره* |

همانطور که انتظار میرفت دمای سطح قطره به ازای قطرهای متفاوت به یک مقدار ثابت میل می‌کند. زیرا تمام پارامترهای فیزیکی مساله یکسان است و دمای نهایی متناسب با پارامترهای فیزیکی است و چون با افزایش شعاع اولیه قطره، قطر قطره کم شده و در نهایت برای تمام قطره‌ها یکسان می‌شود.

## **تاثیر فشار هوای اطراف بر حرکت قطره**

به منظور بررسی تاثیر تغییر فشار هوای اطراف قطره بر حرکت قطره از دو فشار بالای حالت مرجع و دو فشار پایین‌تر از فشار مرجع(10 بار) با گام 5/2 بار استفاده شده است. با افزایش فشار، کسر مولی و جرمی قطره کاهش می‌یابد. افزایش فشار هوای اطراف در دمای ثابت آن باعث افزایش نرخ دبی تبخیر شده و همچنین افزایش دمای سطح قطره می‌شود.

|  |  |
| --- | --- |
| C:\Users\sajad\Desktop\Pinf_T.tif | C:\Users\sajad\Desktop\Pinf-Mdot.tif |
| *شکل (16) : تغییرات دمای سطح قطره بر حسب زمان به ازای تغییر فشار هوای اطراف* | *شکل (17) : تغییرات نرخ جرم تبخیرشده از سطح قطره بر حسب زمان به ازای تغییر فشار هوای اطراف* |

## **بررسی تاثیر سرعت اولیه قطره بر حرکت آن**

به منظور بررسی تاثیر سرعت اولیه قطره بر حرکت آن از دو سرعت بالاتر از حالت مرجع و دو سرعت پایین‌تر از مرجع(15 متر بر ثانیه) با گام 5/2 متر بر ثانیه استفاده شده است. با افزایش سرعت ضریب انتقال حرارت افزایش می‌یابد و انتظار می‌رود با افزایش نرخ انتقال حرارت، نرخ جرم تبخیر شده از سطح قطره نیز افزایش یابد و قطره برای تبخیرشدن به زمان کمتری احتیاج داشته باشد.

|  |  |
| --- | --- |
| C:\Users\sajad\Desktop\Vel-T.tif | C:\Users\sajad\Desktop\Vel-mdot.tif |
| *شکل (18) : تغییرات دمای سطح قطره بر حسب زمان به ازای تغییر سرعت اولیه قطره* | *شکل (19) : تغییرات نرخ جرم تبخیرشده از سطح قطره بر حسب زمان به ازای تغییر سرعت اولیه قطره* |

همان‌طور که انتظار می‌رفت با افزایش سرعت اولیه قطره، مدت زمان تبخیر قطره کاهش می‌یابد. که علت آن این موضوع است که با افزایش سرعت اولیه قطره، ضمن ثابت ماندن دمای سطح قطره، ضریب انتقال حرارت و یا به عبارتی عدد ناسلت افزایش می‌یابد و به تبعیت از آن نرخ تبخیر زیاد می‌شود. هم‌چنین شار لازم برای تبخیر قطره بهتر فراهم می‌شود و ماکزیمم نرخ دبی جرمی تبخیر شده در زمان کوتاه‌تری اتفاق می‌افتد.

## **نیروهای وارد شده به قطره بر حسب زمان و مکان**

با رسم نمودارهای مربوطه همانطور که انتظار می‌رفت نیروی درگ رفته رفته کاهش می‌یابد که این انتظار را نیز داشتیم. چون با افزایش زمان قطر قطره و همچنین سرعت آن کاهش می‌یابد که با کاهش این دو عامل نیروی درگ نیز باید کاهش یابد.

|  |  |
| --- | --- |
| C:\Users\sajad\Desktop\Forc.tif | C:\Users\sajad\Desktop\force.tif |
| *شکل (20) : نمودار تغییرات نیرو بر حسب موقعیت قطره* | *شکل (21) : نمودار تغییرات نیرو بر حسب موقعیت قطره* |

# **جمع بندی و نتیجه گیری**

تمام نتایجی که از اشکال و نمودارهای فوق می‌توان استنباط کرد را می‌توان در موارد زیر خلاصه نمود:

* نیروی درگ به عنوان نیروی غالب بر ذرات شناخته شد.
* با افزایش دمای هوای اطراف، مدت زمان تبخیر قطره کاهش می‌یابد. علت این است که با افزایش دمای هوای اطراف دمای سطح قطره افزایش و به تبعیت از آن نرخ تبخیر زیاد می‌شود. هم‌چنین شار لازم برای تبخیر قطره بهتر فراهم می‌شود و ماکزیمم نرخ دبی جرمی در زمان کوتاه‌تری اتفاق می‌افتد.
* استفاده از مدل تبخیر هدایت نامحدود برای قطرات ریز و مخصوصا در بحث اسپری مناسب می‌باشد. تغییرات نیروی درگ یا سهم آن نسبت به دیگر نیروها برای ذرات مشابه به شدت وابسته به ارتفاع و داشتن یا نداشتن سرعت اولیه ذره است و برای ذرات نزدیکتر به محور تقارن جریان این تغییرات به نسبت بیشتر از ذرات با فاصله دور از محور تقارن است.
* با افزایش قطر قطرات بیشینه سطح تبخیر افزایش یافته وبدین دلیل در کاربردهای مربوط به احتراق و مخصوصا خنک‌کاری مایع باد به صورت اسپری و قطره تزریق شود تا دارای سطح بیشینه برای عمل تبخیر باشد. با افزایش قطر قطره اگرچه تبخیر زیاد می‌شود ولی عمر ماندگاری قطره طولانی می‌شود و بنابراین در اسپری به‌دنبال ایجاد قطرات فراوان با اندازه کوچک باید بود تا هم‌سطح بیشینه تبخیر زیاد شود و هم زمان تبخیر کاهش‌یابد.
* دمای سطح قطره به ازای قطرهای متفاوت به یک مقدار ثابت میل می‌کند. زیرا تمام پارامترهای فیزیکی مساله یکسان است و دمای نهایی متناسب با پارامترهای فیزیکی است و چون با افزایش شعاع اولیه قطره، قطر قطره کم شده و در نهایت برای تمام قطره‌ها یکسان می‌شود.
* از نیروهای گرانش و گرادیان فشاری و برشی و همچنین نیروی جرم اضافه در مقابل نیروی درگ می‌توان صرف نظر کرد.
* با افزایش فشار، کسر مولی و جرمی قطره کاهش می‌یابد. افزایش فشار هوای اطراف در دمای ثابت آن باعث افزایش نرخ دبی تبخیر شده و همچنین افزایش دمای سطح قطره می‌شود.
* با افزایش سرعت اولیه قطره، مدت زمان تبخیر قطره کاهش می‌یابد. که علت آن این موضوع است که با افزایش سرعت اولیه قطره، ضمن ثابت ماندن دمای سطح قطره، ضریب انتقال حرارت و یا به عبارتی عدد ناسلت افزایش می‌یابد و به تبعیت از آن نرخ تبخیر زیاد می‌شود. هم‌چنین شار لازم برای تبخیر قطره بهتر فراهم می‌شود و ماکزیمم نرخ دبی جرمی تبخیر شده در زمان کوتاه‌تری اتفاق می‌افتد.
* با افزایش زمان و ممان نیروی درگ کاهش می‌یابد زیرا با افزایش زمان قطر قطره و همچنین سرعت آن کاهش می‌یابد که با کاهش این دو عامل نیروی درگ نیز باید کاهش یابد.

# **مراجع**

[1] H. Nepf, Drag, turbulence, and diffusion in flow through emergent vegetation, Water resources research, Vol. 35, No. 2, pp. 479-489, 1999.

[2] C. T. Crowe, J. D. Schwarzkopf, M. Sommerfeld, Y. Tsuji, Multiphase flows with droplets and particles: CRC press, 2011.

[3] B. ABRAMZON , W. A. SIRIGNANO, Droplet vaporization model for spray combustion calculations, hf. .I. Hear Mass Tranfirr

1. Jie Li, Jian Zhang [↑](#footnote-ref-1)
2. Sirignanoy [↑](#footnote-ref-2)
3. Crowe [↑](#footnote-ref-3)
4. Miler [↑](#footnote-ref-4)
5. Yin Tig [↑](#footnote-ref-5)
6. Juang Jin [↑](#footnote-ref-6)
7. Abramzon [↑](#footnote-ref-7)
8. Sirignano [↑](#footnote-ref-8)
9. Clift [↑](#footnote-ref-9)
10. Gauvin [↑](#footnote-ref-10)
11. Uhlerr [↑](#footnote-ref-11)
12. Sinclair [↑](#footnote-ref-12)
13. Clamen [↑](#footnote-ref-13)
14. Gaussian White noise [↑](#footnote-ref-14)
15. abramzon [↑](#footnote-ref-15)