



تمرین جامع اول

مسئله‌ی انتقال حرارت اجباری روی یک صفحه‌ی تخت

(Forced Convection Over a Flat Plate)

سجاد خدادادی ۹۶۶۵۶۱۲۰۰۲

توربولانس

دکتر علی جعفریان

گروه تبدیل انرژی، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس

آبان ۹۶



فهرست

چکیده	۱
۱- معرفی مسئله	۲
۱-۱- طرح کلی	۲
۲- معادلات حاکم	۲
۱-۲- معادله پیوستگی برای جریان آشفته:	۲
۲-۲- معادلات مومنتوم برای جریان آشفته:	۳
۱-۳- رژیم جریان	۳
۳- شبیه سازی به کمک نرم افزار	۴
۱-۳- تولید شبکه در نرم افزار گمبیت [۲]	۴
۱-۱-۳- شرایط مرزی در نرم افزار گمبیت	۶
۲-۳- شبیه سازی مسئله در Fluent	۶
۳- ارائه نتایج و بحث	۷
۱-۳- استقلال از شبکه	۷
۲-۳- اعتبارسنجی	۸
۳-۳- مقایسه نتایج شبیه سازی به صورت آرام و آشفته	۱۰
۴-۳- همگرایی	۱۱
۵-۳- مقایسه انواع مدل دیواره در شبیه سازی جریان توربولانسی به روش $K - \epsilon$	۱۱
۶-۳- مقایسه انواع مدل شبیه سازی جریان توربولانسی به روش $K - \epsilon$	۱۱
۷-۳- مقایسه انواع مدل شبیه سازی جریان توربولانسی به روش $K - \omega$	۱۲
۸-۳- مقایسه انواع مدل شبیه سازی جریان توربولانسی $K - \omega$ ، $K - \epsilon$ و $Spalart - Allmaras$	۱۳
۴- نتیجه گیری	۱۴
۵- مراجع	۱۵

- شکل ۱: شکل کلی مساله ۲
- شکل ۲: فیزیک مسئله ۴
- شکل ۳: المان های ایجاد شده روی ضلع پایینی (plate)، با ضریب رشد $1/0.7$ و 100 المان ۵
- شکل ۴: شبکه‌ی ایجاد شده ۶
- شکل ۵: نمودار تغییرات y_{plus} به ازای تغییر طول صفحه ۸
- شکل ۶: نمودار تغییرات عدد ناسلت به ازای تغییر طول صفحه ۸
- شکل ۷: نمودار ناسلت بر حسب رینولدز ۹
- شکل ۸: مقایسه عدد ناسلت صفحه در رژیم جریان آرام و توربولانس ۱۰
- شکل ۹: مقایسه سرعت صفحه خروج جریان در رژیم جریان آرام و توربولانس ۱۰
- شکل ۱۰: مقایسه پروفیل سرعت خروجی در توابع دیوار مختلف در روش $K - \epsilon$ ۱۱
- شکل ۱۱: مقایسه پروفیل سرعت خروجی در توابع دیوار مختلف در روش $K - \epsilon$ ۱۱
- شکل ۱۲: مقایسه عدد ناسلت مدل‌های مختلف روش $K - \epsilon$ ۱۲
- شکل ۱۳: مقایسه سرعت خروجی از صفحه مدل‌های مختلف روش $K - \epsilon$ ۱۲
- شکل ۱۴: مقایسه عدد ناسلت مدل‌های مختلف روش $K - \omega$ ۱۳
- شکل ۱۵: مقایسه سرعت خروجی از صفحه مدل‌های مختلف روش $K - \omega$ ۱۳
- شکل ۱۶: مقایسه عدد ناسلت در مدل‌های مختلف توربولانسی ۱۳
- شکل ۱۷: مقایسه عدد ناسلت در مدل‌های مختلف توربولانسی ۱۳

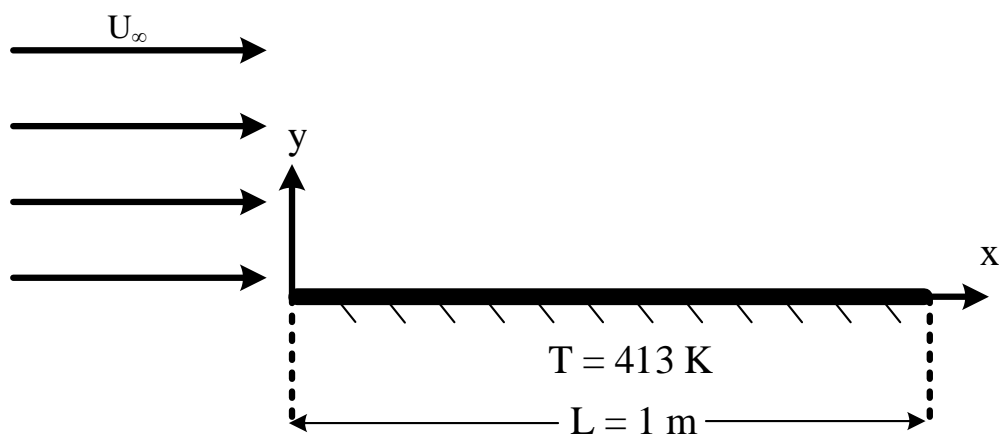
چکیده

در این پروژه به شبیه سازی عددی مسئله انتقال حرارت اجباری روی یک صفحه‌ی تخت به صورت آرام و آشفته، پرداخته می‌شود. همچنین کلیه مدل های RANS بررسی شده و با جریان آرام مقایسه شده و در مورد مدل هایی که از تابع دیواره استفاده می شود، کلیه توابع دیواره بررسی و نتایج مقایسه شده‌اند. تولید شبکه این مسئله به کمک نرم افزار Gambit و حل آن با نرم افزار Fluent انجام خواهد شد. همچنین در طی این پروژه سعی شده است تا به نکات مهم و قابل توجه در روند حل اشاره و تاثیر آن ها در این مسئله ارزیابی شود.

۱- معرفی مسئله

۱-۱- طرح کلی

در این مسئله یک صفحه‌ی تخت با دمای ثابت ۴۱۳ کلوین موجود است. صفحه بی‌نهایت و توزیع سرعت سیال در نقطه‌ی $x=0$ به صورت یونیفرم در نظر گرفته همچنین دمای سیال جریان آزاد برابر ۳۵۳ کلوین می‌باشد.



شکل ۱: شکل کلی مساله

۲- معادلات حاکم

۲-۱- معادله پیوستگی برای جریان آشفته:

برای جریان تراکم پذیر داریم:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \overline{u_i}) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho' \overline{u_i'}) = 0 \quad (1)$$

برای جریان تراکم ناپذیر از آنجایی که $\rho' = 0$ می‌باشد، معادله فوق به صورت زیر در خواهد آمد:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

۲-۲- معادلات مومنتوم برای جریان آشفته:

$$\rho \left[\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right] = \bar{B}_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} - \rho \overline{u'_i u'_j} \right] \quad (3)$$

تنها تفاوت معادله مومنتوم فوق با معادله مومنتوم با کمیت های لحظه ای اضافه شدن عبارت آخر در

سمت راست معادله یعنی $\rho \overline{u'_i u'_j}$ می‌باشد. این عبارت را اصطلاحاً تنش آشفتگی یا تنش رینولدز می‌گوییم.

تنها تفاوت معادلات جریان آرام با آشفته نیز فقط حضور همین عبارت می‌باشد. به طور کلی این عبارت از

لحاظ فیزیکی یک تنش نمی‌باشد بلکه بیانگر اثر تبادل اینرسی (مومنتوم) است. این عبارت از سمت چپ

معادله مومنتوم یعنی عبارت اینرسی به سمت راست منتقل شده است. بنابراین ریشه و بنیان این عبارت از

جنس اینرسی مومنتوم می‌باشد [۱].

۳-۱- رژیم جریان

در این مسئله اعداد بی بعد بصورت زیر باشد :

$$Re_l = 1.5 \times 10^6$$

$$Pr = 0.71$$

برای دستیابی به اعداد بالا شرایط زیر برای جریان آزاد در نظر گرفته می‌شود:

جدول ۱: پارامترهای فیزیکی و برخی شرایط مرزی مساله

$U_\infty (\frac{m}{s})$	$\mu (\frac{kg}{m.s})$	$K (\frac{W}{m.k})$	$C_p (\frac{j}{kg.k})$	$T_\infty (k)$	$P_\infty (pa)$
1	6.667×10^{-7}	9.4505×10^{-4}	1006.43	353	101325

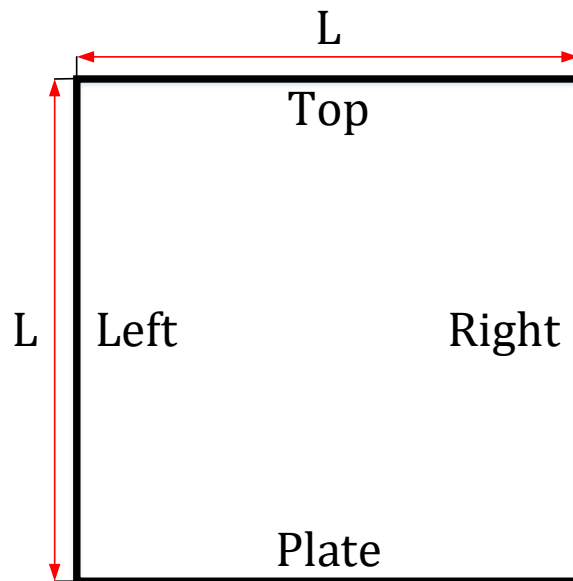
با توجه به رابطه‌ی گاز ایده‌آل مقدار زیر برای چگالی به دست خواهد آمد :

$$\rho_{\infty} \left(\frac{P_{\infty}}{RT_{\infty}} \right) = \frac{101325 \text{ Pa}}{\left(287 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \right) (353 \text{ K})} = 1.00 \text{ kg/m}^3 \quad (۴)$$

۳- شبیه سازی به کمک نرم افزار

۳-۱- تولید شبکه در نرم‌افزار گمبیت [۲]

طبق دستورالعمل داده شده به تولید هندسه و شبکه مورد نظر پرداخته می شود. برای ایجاد هندسه مورد نظر با استفاده از چهار نقطه یک مربع به ضلع یک متر با چهار دیوار به اسم‌های زیر، ترسیم می‌گردد.



شکل ۲: فیزیک مسئله

از آنجایی که یک شبکه با سازمان^۱ بسیار با صرفه تر و دقیق تر از یک شبکه بی سازمان است و در مش بندی سه عامل مهم زمان ایجاد شبکه، هزینه محاسباتی و انتشار (پخش) عددی^۲ وجود دارد. در این جا تولید شبکه با سازمان با المان های مربعی شکل توصیه می شود.

سومین عامل تاثیر گذار در نوع مش بندی انتشار یا پخش عددی می باشد. منبع عمده خطا در معادلات چند بعدی پخش عددی است که یک پدیده واقعی نبوده و تاثیر آن بر محاسبات سیال، همانند افزایش ضریب پخش واقعی است. پخش عددی ناشی از خطای قطع^۳ که آن هم ناشی از گسسته سازی معادلات جریان سیال است. اندازه پخش عددی به صورت عددی با تعداد المان های مش در ارتباط است، بنابراین یک راه کم کردن آن ریز کردن مش می باشد. زیرا برای شبیه سازی بهتر و دنبال کردن لایه مرزی در نزدیک دیواره نیاز به مش ریزتر می باشد [۲]. به همین دلیل در این پروژه از ضریب رشد^۴ $1/0.7$ ، استفاده می کنیم.



شکل ۳: المان های ایجاد شده روی ضلع پایینی (plate)، با ضریب رشد $1/0.7$ و 100 المان

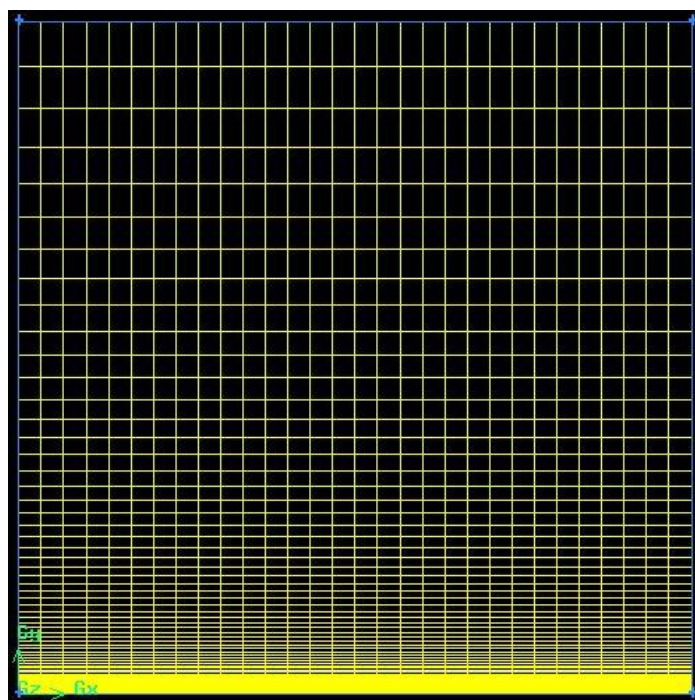
در هندسه بالا شبکه هایی با تعداد 2100 ، 3000 و 4500 مش زده می شود. این سه نوع مش مختلف برای بررسی استقلال از شبکه در نظر گرفته شده اند. در نهایت یک مربع به ضلع 1 متر خواهیم داشت که محیط اطراف آن همانند شکل زیر شبکه بندی شده است :

¹ Structured

² Numerical Diffusion

³ Truncation Error

⁴ Successive Ratio



شکل ۴: شبکه‌ی ایجاد شده

۳-۱-۱- شرایط مرزی در نرم افزار گمبیت

در مرحله‌ی بعد مرزها در نرم‌افزار Gambit به صورت زیر تعریف می‌شوند :

جدول ۲: شرایط مرزی مساله

اسامی مرزها		نوع شرط مرزی	T (k)	U_x (m/s)
Inlet	Left	Velocity Inlet	353	1
Outlet	Right	Pressure Outlet	-	-
Symmetry	Top	Symmetry	-	-
Plate	Plate	Wall	413	No Slip

۳-۲- شبیه سازی مسئله در Fluent

۱- از File\Read\Mesh...، مش ذخیره شده را وارد Fluent می‌کنیم. بعد از فراخوانی مش با استفاده

قابلیت چک کردن مش در فلوئنت به بررسی شبکه ساخته شده می‌پردازیم. پس از حصول اطمینان از

صحت شبکه بدست آمده مراحل بعدی تکمیل می‌شوند.

- ۲- با توجه به اینکه هدف بررسی انتقال حرارت است از قسمت models معادله‌ی انرژی فعال می‌شود.
- ۳- برای بررسی اثر توربولانسی جریان از قسمت ویسکوز ، روش k-epsilon انتخاب و در آینده به تاثیر مدل‌های دیواره بر حل از این قسمت پرداخته می‌شود.
- ۴- از قسمت materials ویسکوزیته روی گاز ایده‌آل قرار می‌گیرد. همچنین پارامترهای فیزیکی در جدول ۱ در این قسمت به نرم افزار داده می‌شوند.
- ۵- شرایط مرزی در بخش مربوطه مطابق با جدول ۲ تنظیم می‌گردد.
- ۶- از Boundary Condition\Operating Definition ... فشار بر روی ۱۰۱۳۲۵ پاسکال تنظیم می‌شود.
- ۷- تمام باقیمانده‌ها را روی 10^{-6} تنظیم می‌شوند.
- ۸- با دستور File\Write\Case... عملیات انجام گرفته ذخیره می‌شود.
- ۹- تعداد تکرار روی ۱۰۰۰۰ تنظیم شده و برنامه اجرا می‌شود.
- ۱۰- در انتها با دستور File\Write\Data... نتایج به دست آمده ذخیره می‌شوند.

۳- ارائه نتایج و بحث

در این بخش با توجه به توضیحات قبلی و نتایج بدست آمده به ارائه نتایج و بحث پیرامون آنها و مقایسه با کارهای دیگر انجام شده پرداخته می‌شود.

۳-۱- استقلال از شبکه

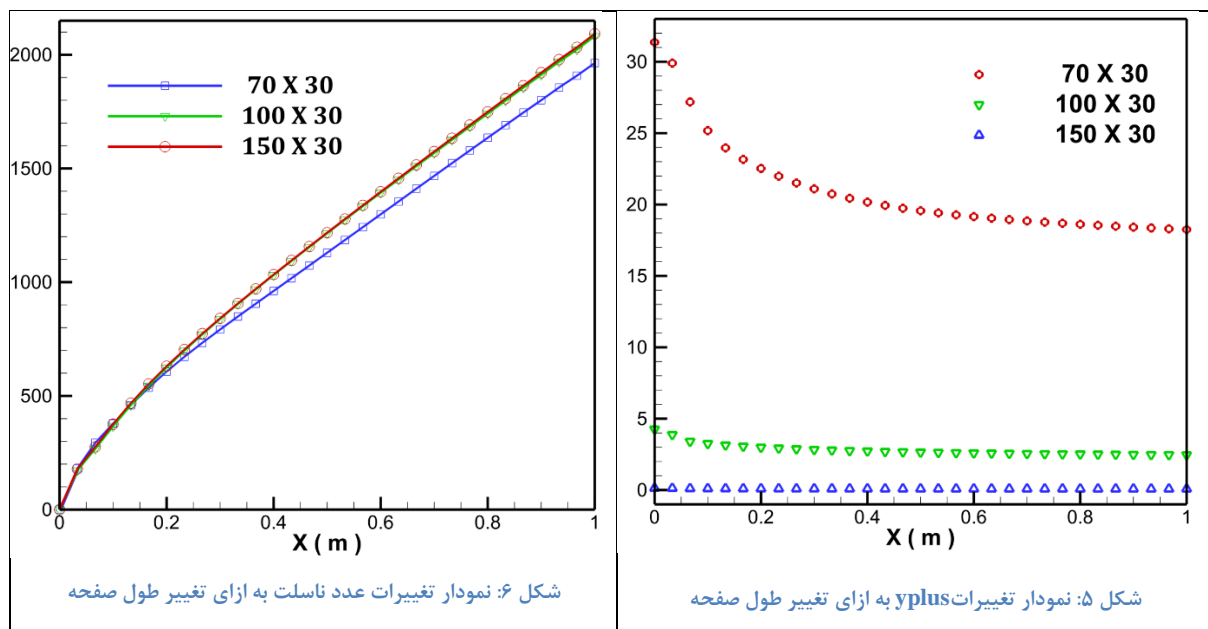
در استقلال از شبکه شبکه را تا حدی ریز می‌کنیم که نتایج حاصله به تعداد مش وابسته نباشد و از طرفی کمترین هزینه محاسباتی را نیز داشته باشد. پس یک شبکه مناسب باید علاوه بر کمترین هزینه محاسباتی این ویژگی را نیز داشته باشد که با ریزتر کردن مش تغییر محسوسی در نتایج ایجاد نشود. بدین منظور در این پروژه از سه شبکه زیر استفاده شده است.

جدول ۳: شبکه‌های ترسیم شده

تعداد نقاط در راستای طولی	تعداد نقاط در راستای عرضی	تعداد سلول محاسباتی
۷۰	۳۰	۲۱۰۰
۱۰۰	۳۰	۳۰۰۰
۱۵۰	۳۰	۴۵۰۰

در این قسمت به بررسی تاثیر ریز کردن سلول‌های محاسباتی بر نتایج حاصل از شبیه سازی پرداخته

می شود. پارامترهای مورد بررسی عدد ناسلت صفحه و همچنین y_{plus} می باشد که در شکل های ۵ و ۶ می توان نتیجه حاصل از تغییر سایز مش را بر این پارامترها مشاهده نمود.



با توجه به عکس های ۵ و ۶ با انتخاب مش 100×30 با ریزتر شدن مش تغییرات محسوسی در نتایج

شبیه سازی اتفاق نمی افتد و هزینه محاسباتی نیز نسبت به مش های ریزتر بهینه می باشد، لذا این شبکه از

بین شبکه های ترسیمی انتخاب می شود.

۳-۲- اعتبارسنجی

عدد ناسلت عدد بی بعد در انتقال حرارت است که انتقال حرارت رسانشی و جابه جایی را به هم مربوط

می کند. برای اعتبارسنجی و اطمینان از صحت نتایج شبیه سازی، این نتایج را باید با کارهای تجربی و یا

عددی پیشین مقایسه نمود. برای به دست آوردن عدد ناسلت از شار کل حرارتی صفحه شروع می شود و با استفاده از شار حرارتی کل بر روی صفحه عدد ناسلت صفحه به صورت زیر تعریف می گردد:

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k} = \frac{q''}{(T_{plate} - T_\infty)} \left(\frac{x}{k} \right) = \left(\frac{q''}{60} \right) (9.4505 \times 10^{-4}) \quad (5)$$

همچنین رابطه‌ی تئوری استفاده شده به صورت زیر است که توسط رینولدز [۳] به دست آمده است :

$$Nu_x = 0.0296(Re_x^{0.8})(pr^{0.6})\left(\frac{T_{plate}}{T_\infty}\right)^{-0.4} \quad (6)$$

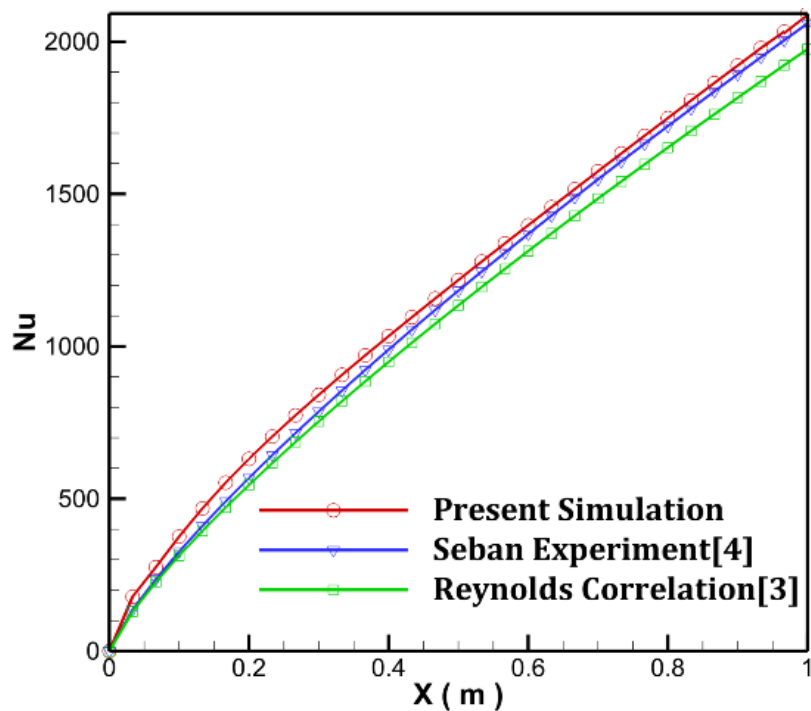
رابطه‌ی آزمایشگاهی ارائه شده برای تعیین عدد ناسلت در صفحه که توسط سبان و داوتی [۴] به قرار زیر است :

$$Nu_x = 0.0236\left(\frac{\rho u x}{\mu}\right)^{4/5} \quad (7)$$

در این پروژه سعی در مقایسه عدد ناسلت صفحه شبیه سازی شده با رابطه تئوری رینولدز [۳] و کار

تجربی سبان و داوتی [۴] شده است. همان طور که در شکل ۷ قابل مشاهده است نتایج تطابق بسیار خوبی

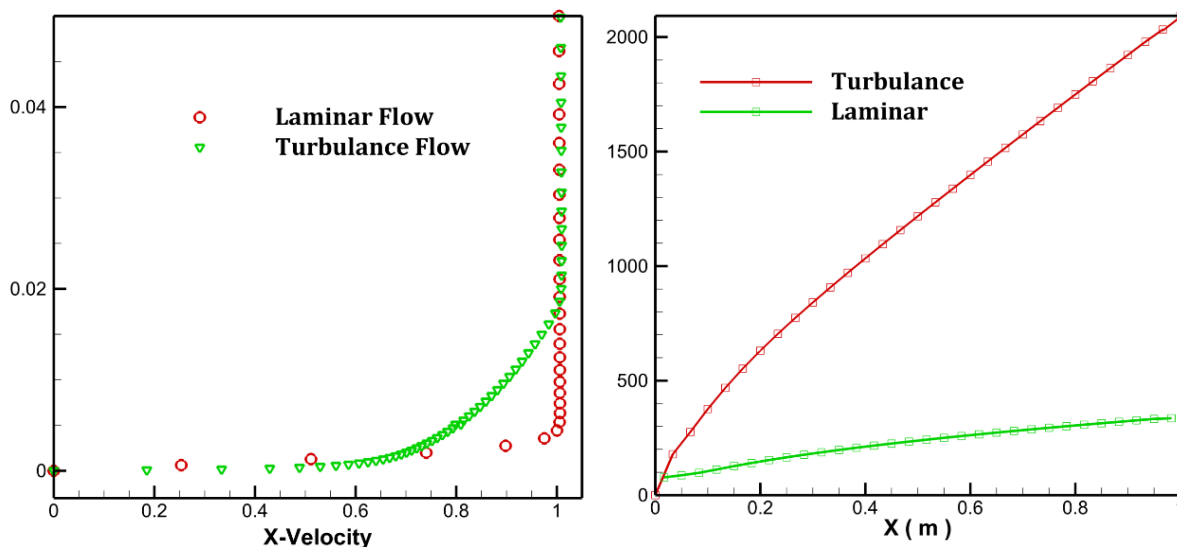
نتایج تجربی [۴] و عددی [۳] دارد.



شکل ۷: نمودار ناسلت بر حسب رینولدز

۳-۳- مقایسه نتایج شبیه سازی به صورت آرام و آشفته

در این قسمت به مقایسه نتایج حاصل از شبیه سازی جریان به صورت آرام و آشفته پرداخته می شود.



شکل ۹: مقایسه سرعت صفحه خروج جریان در رژیم جریان آرام و

شکل ۸: مقایسه عدد ناسلت صفحه در رژیم جریان آرام و توربولانس

توربولانس

با مقایسه نتایج در شکل های ۸ و ۹ می توان دریافت که شبیه سازی این رژیم جریان به صورت آرام اختلاف بسیار زیادی با شبیه سازی و نتایج تجربی دارد. ضخامت لایه مرزی در حالت آشفته در صفحه خروجی حدوداً دو سانتی متر بوده که در شبیه سازی به صورت آرام این مقدار خیلی کمتر است. با دقت به شکل ۸ می توان دریافت که سرعت در بالای لایه مرزی کمی بیشتر از 1 m/s می باشد در صورتی که در جریان واقعی به این گونه نیست که دلیل آن انتخاب مرز بالا به عنوان صفحه تقارن^۱ می باشد که اجازه عبور جریان از آن مرز را نمی دهد در حالی که برای ارضا شدن معادله پیوستگی و با توجه به وجود لایه مرزی در جریان واقعی مقداری از جریان از مرز بالا خارج می شود تا کاهش سرعتی که در لایه مرزی اتفاق می افتد را جبران کند.

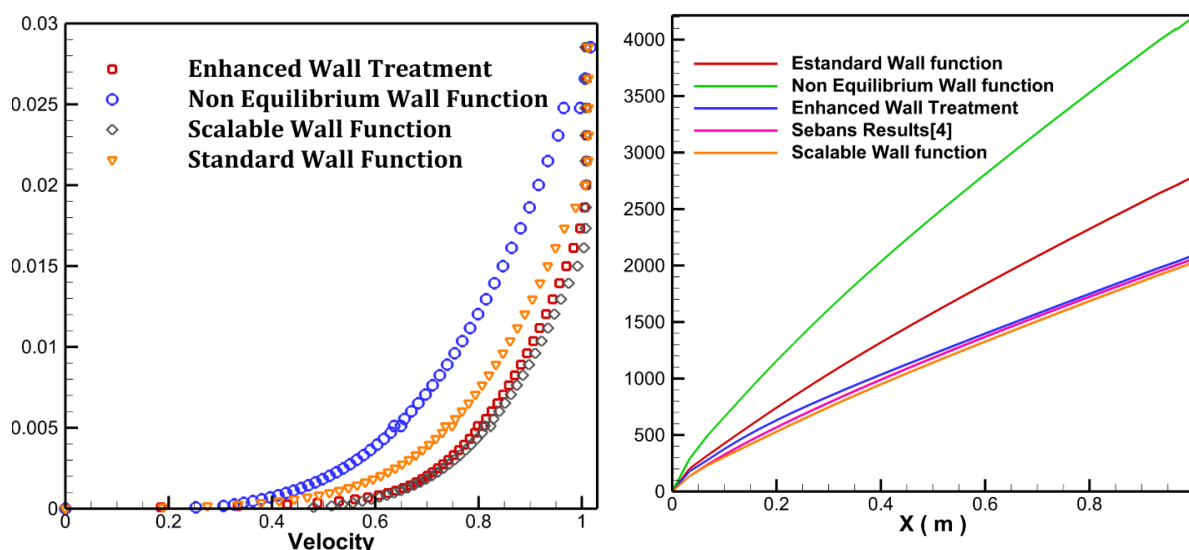
¹ symmetry

۳-۴-همگرایی

با تنظیم مقدار باقیمانده‌ها بر روی 10^{-6} مساله بعد از ۱۷۶۰ تکرار همگرا می‌شود.

۳-۵-مقایسه انواع مدل دیواره در شبیه‌سازی جریان توربولانسی به روش $K - \epsilon$

در این بخش از به مقایسه تاثیر انواع مدل دیواره در شبیه سازی جریان توربولانسی به روش $K - \epsilon$ بر روی سرعت جریان در خروجی و همچنین عدد ناسلت پرداخته شده است. با توجه به شکل‌های ۹ و ۱۰ می‌توان که مدل‌های Enhanced Wall Treatment و Scalable Wall Function هم‌خوانی خیلی بهتری با نتایج تجربی سبان [۴] دارند.



شکل ۱۱: مقایسه پروفیل سرعت خروجی در توابع دیوار مختلف در روش

$K - \epsilon$

شکل ۱۰: مقایسه پروفیل سرعت خروجی در توابع دیوار مختلف در

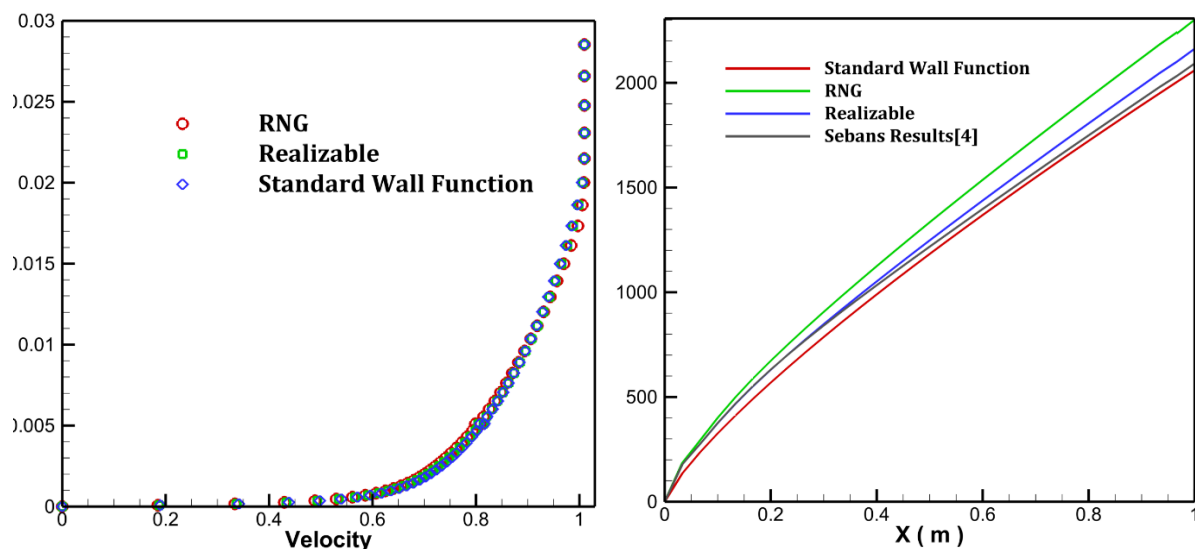
روش $K - \epsilon$

۳-۶-مقایسه انواع مدل شبیه‌سازی جریان توربولانسی به روش $K - \epsilon$

در این بخش به شبیه‌سازی انواع مدل‌های شبیه سازی جریان توربولانسی به روش $K - \epsilon$ می‌پردازیم.

مدل‌های انتخابی در این بخش عبارتند از : RNG ، Realizable و Standard Wall Function

بدلیل تطابق بهتر نتایج مدل دیواره Enhanced Wall Treatment این مدل برای شبیه سازی این قسمت بکار گرفته شده است.



شکل ۱۳: مقایسه سرعت خروجی از صفحه مدل‌های مختلف روش $K - \epsilon$

شکل ۱۲: مقایسه عدد ناسلت مدل‌های مختلف روش $K - \epsilon$

با توجه به شکل‌های ۱۲ و ۱۳ می‌توان دریافت که این مدل‌ها تفاوت چندانی در این پروژه نداشته و نتایج از الگوی کارهای تجربی [۴] تبعیت می‌کند.

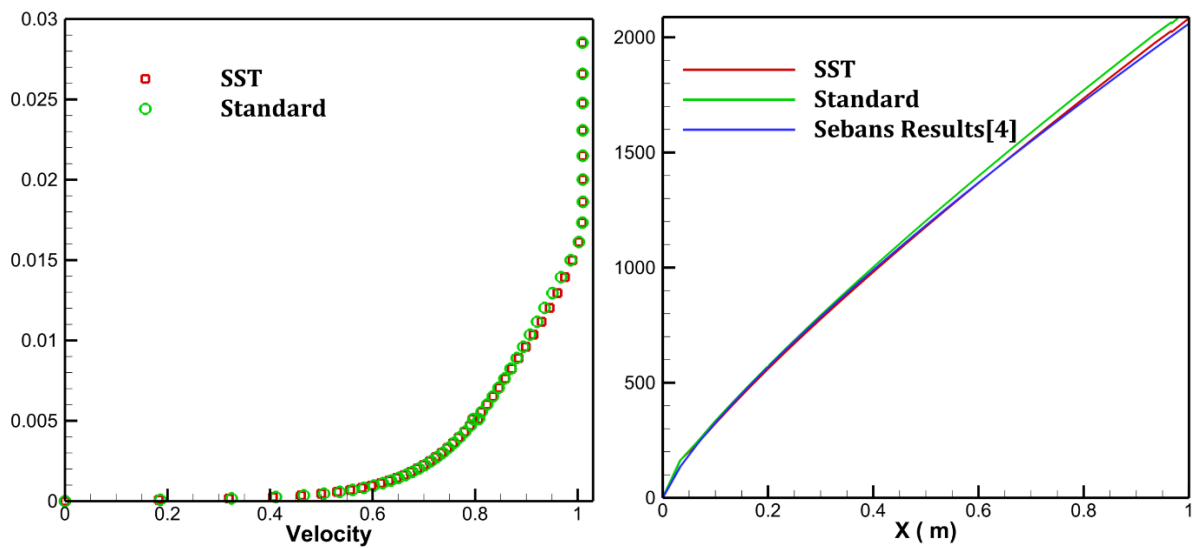
۳-۷- مقایسه انواع مدل شبیه‌سازی جریان توربولانسی به روش $K - \omega$

در این بخش به شبیه‌سازی انواع مدل‌های شبیه‌سازی جریان توربولانسی به روش $K - \omega$ می‌پردازیم.

مدل‌های انتخابی در این بخش عبارتند از: SST و Standard

با توجه به شکل‌های ۱۴ و ۱۵ می‌توان دریافت که این مدل‌ها در این پروژه تفاوت چندانی با هم نداشته

نداشته و نتایج از الگوی کارهای تجربی [۴] تبعیت می‌کند.



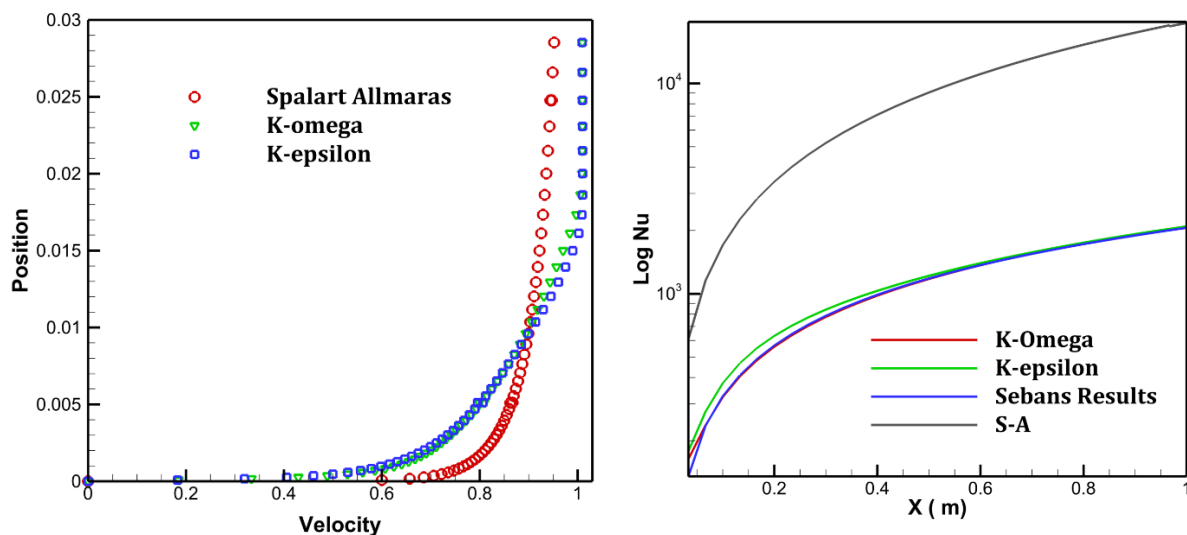
شکل ۱۵: مقایسه سرعت خروجی از صفحه مدل‌های مختلف روش $K - \omega$

شکل ۱۴: مقایسه عدد ناسلت مدل‌های مختلف روش $K - \omega$

۳-۸- مقایسه انواع مدل شبیه‌سازی جریان توربولانسی $K - \omega$ ، $K - \varepsilon$ و

Spalart – Allmaras

در این بخش سه کیس را با سه مدل جریان توربولانسی شبیه‌سازی کرده و سرعت صفحه خروجی و ناسلت آنها با هم مقایسه شده است. با توجه به شکل‌های ۱۶ و ۱۷ می‌توان دریافت که جواب‌های مدل S-A با نتایج تجربی و عددی هم‌خوانی ندارد.



شکل ۱۷: مقایسه عدد ناسلت در مدل‌های مختلف توربولانسی

شکل ۱۶: مقایسه عدد ناسلت در مدل‌های مختلف توربولانسی

۴- نتیجه گیری

۱- در روش $K - \epsilon$ با مدل مدل دیواره Enhanced Wall Treatment به نتایج تجربی و عددی

پیشین نزدیک تر بود.

۲- مدل های $K - \omega$ تطابق خوبی با نتایج تجربی داشتند.

۳- نتایج مدل S-A با نتایج عددی و تجربی پیشین همخوانی نداشت.

۵- مراجع

[۱] کتاب توربولانس دکتر حیدری نژاد، ۱۳۸۸، انتشارات دانشگاه تربیت مدرس

[۲] تمرین جامع اول سیالات پیشرفته، ۱۳۹۵، سعید عظیمی، دانشگاه تربیت مدرس

[3] Reynolds, W.C., Kays, W.M., Kline, S.J. "Heat Transfer in the Turbulent Incompressible Boundary Layer." NASA Memo 12-1-58W. December 1958.

[4] Seban, R.A. and Doughty, D.L. "Heat Transfer to Turbulent Boundary Layers with Variable Freestream Velocity." *Journal of Heat Transfer* **78**:217 (1956).