



باسمه تعالی

دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی برق

گروه دکتر امینی - روش های ریاضی در مهندسی

نیم سال اول ۱۴۰۱-۰۲

تمرین سری ششم

۱. مهلت تحویل این تمرین مطابق تاریخ اعلام شده در سامانه CW می باشد.

۲. ۱۰ روز تاخیر مجاز برای تحویل تمرین های تئوری در اختیار شما خواهد بود.

۳. سقف تاخیر برای تحویل هر تمرین ۷ روز خواهد بود و پس از آن پاسخنامه تمرین منتشر خواهد شد.

۴. ابهامات و مشکلات خود در مورد این تمرین را می توانید با دستیاران طراح، خانم سرخئی و حریق می مطرح کنید.

@ZahraSorkhei , @SN_HAR

۱ سوال اول تئوری

بهترین خط با معادله $y = ax + b$ برای $(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5) = (4, 2, -1, 0, 0)$ و $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (-2, -1, 0, 1, 2)$ را بیابید. بهترین خط آن است که عبارت

$$(ax_1 + b - y_1)^2 + \dots + (ax_5 + b - y_5)^2$$

را کمینه کند.

۲ سوال دوم تئوری

$U = R^3$ ، $V \subset U$ و بردار $b \in U$ را در نظر بگیرید به طوریکه داریم:

$$b = (19, -1, 4) \quad , \quad V = \text{span}\{(6, -1, -2)\}$$

حال b' ، نزدیکترین عضو V به b ، و فاصله b از V را بیابید.

۳ سوال سوم تئوری

صفحه ای را بیابید که بهترین انطباق را بر ۴ مقدار $b = (0, 1, 3, 4)$ ، در گوشه های $(1, 0)$ ، $(0, 1)$ ، $(-1, 0)$ و $(0, -1)$ از یک مربع داشته باشد. معادلات $C + Dx + Ey = b$ در این چهار نقطه به صورت $AX = b$ می باشند که X دارای ۳ مقدار نامعلوم است: $X = (C, D, E)$.

A را تعیین کنید و در مرکز مربع، $(0, 0)$ ، نشان دهید رابطه زیر برقرار است:

$$C + Dx + Ey = \text{mean}(b) = 2$$

۴ حداقل مربعات مقید ماتریسی

مسئله زیر را در نظر بگیرید که در آن X یک ماتریس $n \times k$ ، C یک ماتریس $p \times n$ و D ماتریس $p \times k$ است.

$$\text{Minimize } \|X\|_F^2$$

$$\text{Subject to } CX = D$$

اگر سطرهای C مستقل خطی باشند، نشان دهید که جواب به صورت $\hat{X} = C^\dagger D$ می باشد.