



به نام خدا



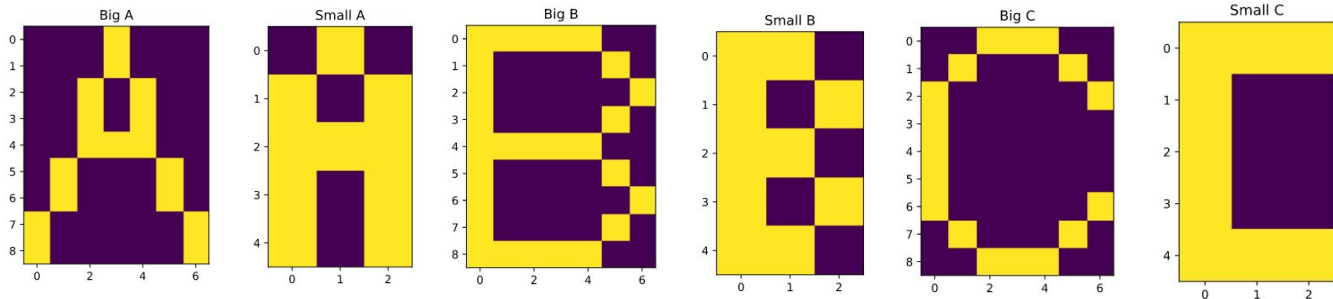
دانشگاه تهران  
دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر  
شبکه های عصبی و یادگیری عمیق  
تمرین ۳

نام و نام خانوادگی	سجاد پاکدامن ساوجی
شماره دانشجویی	۸۱۰۱۹۵۵۱۷
تاریخ ارسال گزارش	۲۳ اردیبهشت

## فهرست گزارش سوالات

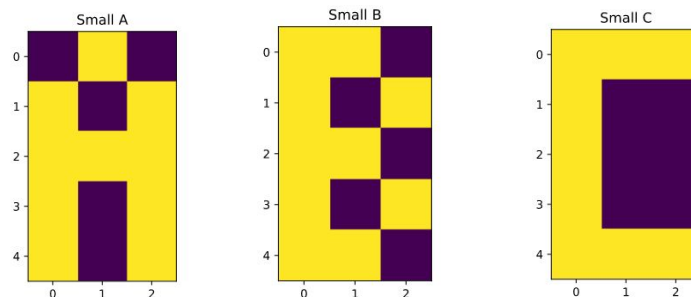
3	سوال 1— character recognition using Hebbian Learning Rule
6	سوال ۲— Storage Capacity in an Auto-associative Net
7	سوال ۳— Iterative Auto-associative Net
8	سوال ۴— Recurrent Hetro-Associative Network
14	نحوه اجرای کدها

شبکه مورد نظر با استفاده از قانون یادگیری هبین آموزش داده شد. در شکل ۱ جفت های ورودی و خروجی این شبکه را مشاهده می کنید.



شکل ۱. ورودی و خروجی های متناظر در آموزش شبکه

الف) در ابتدا عملکرد شبکه را بر روی داده های آموزش تست می کنیم. شبکه تمامی داده ها را به دستی یادآوری می کند. شکل ۲ خروجی صحیح شبکه برای داده های متناظر آن است.



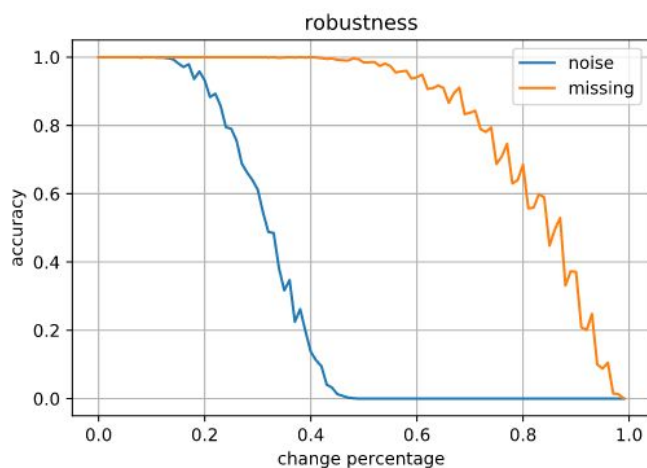
شکل ۲. خروجی صحیح شبکه برای داده های اولیه

ب) در این قسمت عملکرد شبکه را با وجود نویز بررسی می کنیم. با اعمال ۲۰ درصد نویز عملکرد شبکه با ۱۰۰۰۰ بار تکرار دقت ۹۳ درصد را داشت و با اعمال ۴۰ درصد نویز عملکرد شبکه با ۱۰۰۰۰ بار تکرار دقت ۱۲ درصد را داشت.

پ) در این قسمت عملکرد شبکه را با وجود از دست رفتن اطلاعات بررسی می کنیم. با اعمال ۲۰ درصد خرابی عملکرد شبکه با ۱۰۰۰۰ تکرار برابر ۱۰۰ درصد است و با اعمال ۴۰ درصد خرابی، دقت عملکرد شبکه با ۱۰۰۰۰ تکرار برابر ۹۹.۷۲ درصد است.

ت) با توجه به نتایج بالا مقاومت شبکه در برابر از دست رفتن اطلاعات بسیار بالا تر است که شکل ۳ گویا همین نکته می باشد.

ث) برای بدست آوردن حداکثر میزان مقاومت شبکه در برابر نویز و از دست دادن اطلاعات مقادیر مختلف را امتحان می‌کنیم تا به عدد مورد نظر بدست آید. بنابر شکل ۳ مقاومت شبکه در برابر از دست رفتن اطلاعات در حدود ۵۰ درصد و در برابر نویز حدود ۱۰ درصد می‌باشد.



شکل ۳. مقاومت شبکه در برابر نویز و از دست رفتن اطلاعات

#### سوال ۲ – Storage Capacity in an Auto-associative Net

الف) با استفاده از ماتریس هبین شبکه آموزش داده شد و توانست خود داده را یادآوری کند.

ب) بردار دومی که در شبکه ذخیره می‌شود، بردار  $[1, 1, -1, 1]$  است که بر بردار اولیه متعامد می‌باشد.

پ) فرض می‌کنیم که بردار هایی که ذخیره می‌کنیم همگی بر هم متعامد هستند. حال می‌توان مطابق شکل زیر، خروجی شبکه را به صورت زیر بدست آورد.

داده های آموزش

$$W_{HL} = \sum_{i=1}^n x_i x_i^T - n I$$

$$\underline{w} = \sum_{i=1}^n \alpha_i \underline{x}_i \rightarrow \underline{w}^T = \sum_{i=1}^n \alpha_i \underline{x}_i^T$$

$$\underline{w}^T W_{HB} = \left( \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i^T \right) \left( \sum_{j=1}^n x_j x_j^T \right) - n \underline{w}^T$$

orthogonal

$$= \sum_{i=1}^n \alpha_i \|x_i\|^2 x_i^T - \sum_{i=1}^n n x_i^T \alpha_i$$

$q_i$  consists of  $1s$  and  $-1s$

$$\Rightarrow \|x_i\| = \sqrt{m} \Rightarrow \|x_i\| = m$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n \alpha_{im} x_i^T = \sum_{i=1}^n \alpha_{in} x_i^T$$

$$\Rightarrow \underline{W}^T W_{Hb} = \sum_{i=1}^n \alpha_i (m-n) \alpha_i^T$$

تا زمانی که تمامی مضارب  $\alpha_i(m - n)$  مثبت باشند، شبه پس از اعمال تابع علامت به بردار مورد نظر همگرا خواهد شد. البته این در شرایطی است که  $m > n$  باشد. اگر این شرط برقرار نباشد نمی‌توان بردار جدیدی ذخیره کرد.

ت) برای شبکه با ۴ نرون، می‌توان ۳ بردار را ذخیره کرد.

ث) مطابق معادلات بدست آمده در بالا برای شبکه با  $n$  نرون می‌توان  $n-1$  بردار را ذخیره کرد و پس از این امکان وجود ندارد. برای  $n$  بردار ماتریس هببین برابر ۰ خواهد شد و برای مقادیر بیشتر، ضریب بردارهای متعامد منفی خواهد بود.

### سوال ۳ - Iterative Auto-associative Net

۱) با استفاده از modified Hebbian Rule شبکه آموزش داده شد و خود بردار ذخیره شده را به درسته یادآوری کرد.

۲) ۴ حالت وجود دارد تا ۳ از ۴ تا درایه بردار را انتخاب کنیم و آن‌ها را به صفر تغییر دهیم. در این قسمت از Iterative Auto-Associative with threshold function با  $\theta_{th} = 0$  استفاده شد و تمامی بردارها به درستی بازیابی شدند.

$$\begin{aligned} [+0, +0, +0, -1] &\rightarrow [+1, +1, +1, -1] \\ [+1, +0, +0, +0] &\rightarrow [+1, +1, +1, -1] \\ [+0, +1, +0, +0] &\rightarrow [+1, +1, +1, -1] \\ [+0, +0, +1, +0] &\rightarrow [+1, +1, +1, -1] \end{aligned}$$

۳) برای ایجاد نویز بر ۳ درایه از بردار ۴ درایه‌ای نیز ۴ حالت وجود دارد. که در تمامی حالت‌ها به نقطه خاصی همگرا می‌شویم که پاسخ مسئله نیست.

$$\begin{aligned} [-1, -1, -1, -1] &\rightarrow [-1, -1, -1, +1] \\ [+1, -1, -1, +1] &\rightarrow [-1, -1, -1, +1] \\ [-1, +1, -1, +1] &\rightarrow [-1, -1, -1, +1] \\ [-1, -1, +1, +1] &\rightarrow [-1, -1, -1, +1] \end{aligned}$$

۴-۱) حالت وجود دارد تا ۳ از ۴ تا درایه بردار را انتخاب کنیم و آن ها را به صفر تغییر دهیم. در این قسمت از Iterative Auto-Associative with threshold function با  $\theta_{th} = 0$  استفاده شد و تمامی بردار ها به درستی بازیابی شدند.

$$[+0, +0, +0, -1] \rightarrow [+1, -1, +1, -1]$$

$$[+1, +0, +0, +0] \rightarrow [+1, -1, +1, -1]$$

$$[+0, +1, +0, +0] \rightarrow [+1, -1, +1, -1]$$

$$[+0, +0, +1, +0] \rightarrow [+1, -1, +1, -1]$$

۴-۲) حالت وجود دارد تا ۳ از ۴ تا درایه بردار را انتخاب کنیم و آن ها را به صفر تغییر دهیم. در این قسمت از Iterative Auto-Associative with threshold function با  $\theta_{th} = 0$  استفاده شد و تمامی بردار ها به درستی بازیابی شدند.

$$[-1, -1, -1, -1] \rightarrow [-1, -1, -1, +1]$$

$$[+1, -1, -1, +1] \rightarrow [-1, -1, -1, +1]$$

$$[-1, +1, -1, +1] \rightarrow [-1, -1, -1, +1]$$

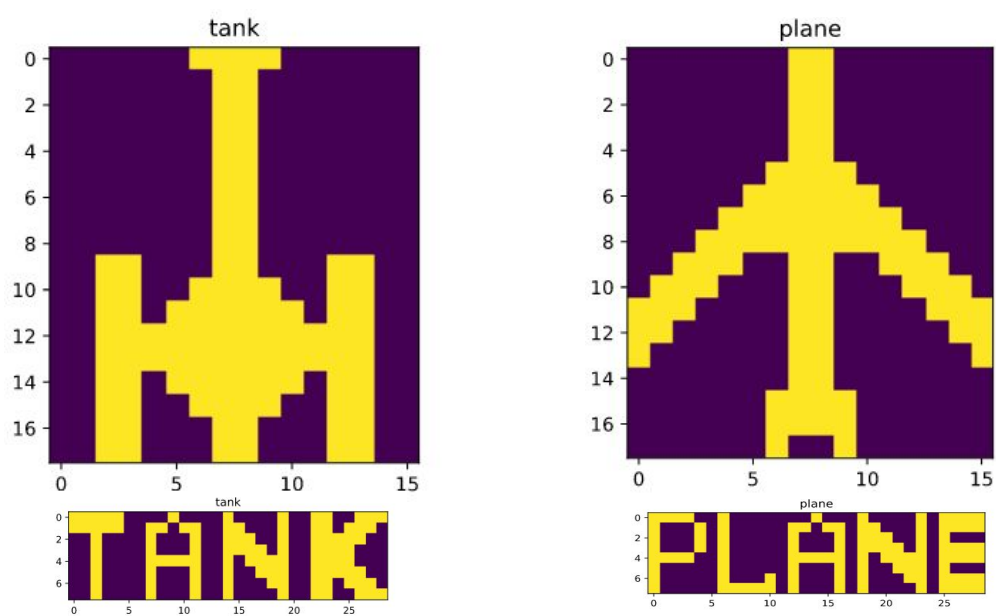
$$[-1, -1, +1, +1] \rightarrow [-1, -1, -1, +1]$$

۵) تعداد الگو های قابل ذخیره سازی در شبکه Discrete Hopfield Net از رابطه  $P = \frac{n}{2 \log_2(n)}$  بدست می آید که برای شبکه با  $n = 4$  برابر ۱ بردار می باشد.

۶) از آنجایی که ظرفیت شبکه Iterative Auto-Associative برابر ۳ است ولی ما تنها ۱ بردار ذخیره می کنیم در مقایسه با شبکه Discrete Hopfield Net که ظرفیت آن ۱ است و ما از تمام ظرفیت آن استفاده می کنیم، شبکه اولیه مقاومت بهتری در برابر نویز خواهد داشت.

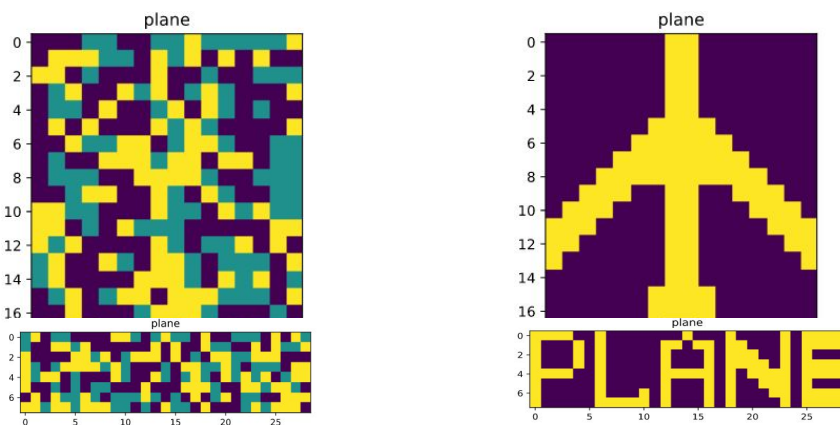
#### سوال ۴- Recurrent Hetro-Associative Network

۱) شبکه BAM خواسته شده با استفاده از Hebbian Matrix آموزش داده شد و عملکرد آن در شکل ۴ آمده است. برای تست شبکه ابتدا شبکه را از یک سو تست می کنیم و سپس از طرف دیگر نیز تست می شود. هنگامی که شبکه از یک سو تست می شود در اکتیویشن های طرف مقابل ابتدا ۰ می گذاریم. با روشی که گفته شد، شبکه از هر دو سو تست شد و در یادآوری پترن ها موفق بود.



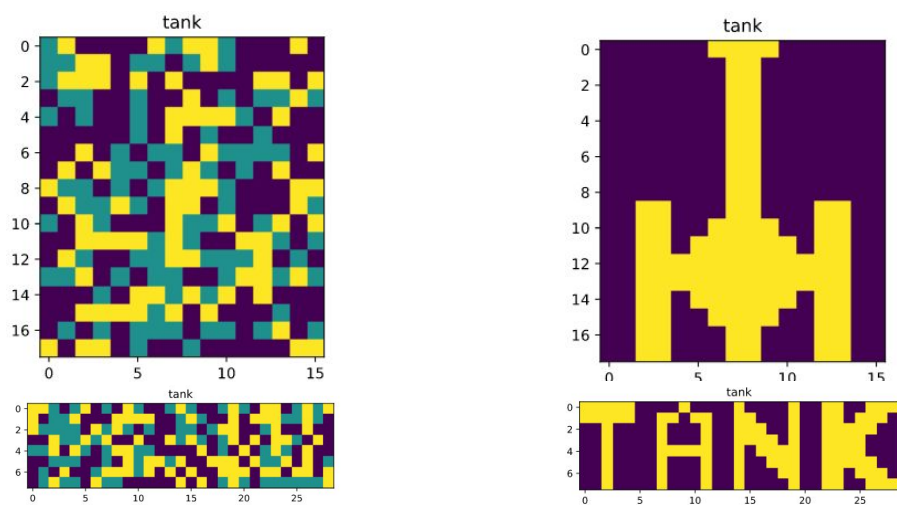
شکل ۴. ورودی‌های و خروجی‌های متناظر شبکه که دستی شبکه روی آن‌ها آزموده شده است

(۲) در این قسمت به اندازه ۳۰ درصد اغتشاش و نویز به تصاویر و نوشته معادل آن اعمال کردیم و شبکه را به صورت دوطرفه اجرا کردیم. شبکه قادر بود که هر دو پیام را به صورت کامل بازیابی کند.



شکل ۵. بازیابی کامل شبکه از دو طرف برای داده plane





شکل ۶. عملکرد صحیح شبکه از دو سو برای داده tank

#### نحوه اجرای کدها

کد های تمرین به تفکیک سوال در نوتبوک های مربوطه پیوست شده است و نیازی به اجرای مجدد آن ها نیست. نتایج در نوتبوک ها وجود دارند.