



دانشکده فنی دانشگاه تهران

دانشکده برق و کامپیوتر

پروژه ۳ سیستم های مخابرات

Digital Modulation

رایانامه

sj.pakdaman@ut.ac.ir

طراح:

سجاد پاکدامن ساوجی

نیم سال اول ۹۸-۹۹

دانشجویان عزیز، قبل از پاسخ‌گویی به سوالات به نکات زیر توجه کنید:

۱. شما باید کدها و گزارش خود را با الگو CA3_StudentNumber.zip در محل تعیین شده آپلود کنید
۲. گزارش کار شما نیز جزو معیار های ارزیابی خواهد بود در نتیجه زمان کافی برای تکمیل آن اختصاص دهید
۳. قسمت اصلی کد شما باید در محیط matlab live editor نوشته شود و نمودار ها علاوه بر گزارش کار باید در کد اصلی نیز قرار داشته باشند
۴. شما میتوانید سوالات خود را از طریق ایمیل sj.pakdaman@ut.ac.ir بپرسید

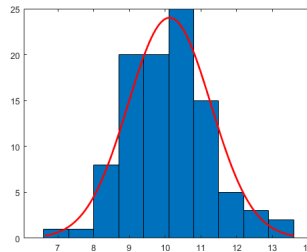
در این تمرین کامپیوتری به شبیه سازی کانال AWGN می پردازیم و با استفاده از روش های تخمین چگالی غیر پارامتری چگالی خروجی کانال را تخمین می زنیم. در پایان تابع احتمال خطا برای مدولاسیون دیجیتال PCM را به صورت تئوری و عددی محاسبه می کنیم و شرایط هم گرایی دو تابع احتمال خطا را بررسی می کنیم.

۱. ساده ترین روش برای تخمین چگالی احتمال استفاده از روش غیر پارامتری هیستوگرام است. این نوع تخمین دارای دو هاپر پارامتر است، تعداد داده ها N و تعداد بخش هایی که داده ها در آن تقسیم می شوند $bins$. برای این که تخمین هیستوگرام به تابع چگالی احتمال همگرا شود باید شرایط زیر برقرار باشد.

$$N \rightarrow \infty \quad bins \rightarrow \infty \quad \text{such that} \quad \frac{N}{bins} \rightarrow \infty$$

در این قسمت می خواهیم تابع چگالی احتمال گوسی را برای تمرین تخمین بزنیم و با تغییر پارامتر های μ و σ نحوه تغییر چگالی را مشاهده کنیم. با استفاده از تابع `normrnd()` به تعداد N داده رندوم از تابع چگالی گوسی با $\mu = 0$ و $\sigma = 1$ تولید کنید و سپس تابع چگالی را با هیستوگرام با $bins$ تقریب بزنید. پارامتر های N و $bins$ را بگونه ای انتخاب کنید که تابع چگالی شکل نرمی داشته باشد. برای رسم هیستوگرام می توانید از تابع `hist()` استفاده کنید. دقت کنید که توابعی که تولید اعداد تصادفی می کنند در حقیقت اعداد شبه تصادفی تولید می کنند به این معنی که برای تولید اعداد از یک عدد ثابت به عنوان `seed` استفاده می کنند. در نرم افزار متلب تابعی که تولید اعداد تصادفی را مدیریت می کند `rng` نام دارد. قبل از تولید اعداد تصادفی باید از دستور `rng shuffle` استفاده کنید تا اعداد تولید شده تکرار نشوند.

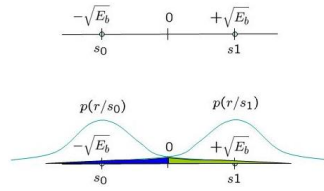
تابع چگالی گوسی را با پارامتر های $\mu = 0$ و $\sigma = \{1, 2, 3\}$ تقریب بزنید.



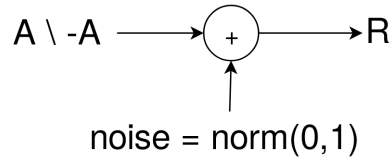
شکل ۱: تخمین چگالی با استفاده از histogram

۲. در فرایند اثبات احتمال خطای کانال AWGN دیدید که اگر چگالی گوسی با یک عدد ثابت جمع شود، میانگین آن چگالی تغییر می کند. تابع چگالی احتمال متغیرهای تصادفی $X \sim \text{norm}(5, 1)$ و $Y \sim \text{norm}(0, 1) + 5$ را با استفاده از هیستوگرام تخمین بزنید. با نوشتن روابط ریاضی مربوط به امید ریاضی این دو متغیر تصادفی اثبات کنید که میانگین آن ها یکی است.

۳. در این قسمت می خواهیم شبیه سازی اولیه ای از کانال AWGN انجام دهیم. فرض کنید که از کانال با مدولاسیون PCM استفاده می کنیم به این صورت که با احتمال $p_1 = \frac{1}{2}$ عدد $+1$ و با احتمال $p_2 = \frac{1}{2}$ عدد -1 را می فرستیم. برای انجام این شبیه سازی شما باید تعداد زیادی پیام را از کانال عبور دهید تا شرایط هم گرایی تخمین هیستوگرام برقرار شود. برای انتخاب با احتمال های p_1 و p_2 از بین اعداد $+1$ و -1 می توانید تابعی براساس دستور `rand()` پیاده سازی کنید. با توجه به کانال شکل ۲ تابع چگالی احتمال خروجی کانال را تخمین بزنید.



شکل ۳: چگالی احتمال خروجی کانال AWGN



شکل ۲: کانال AWGN

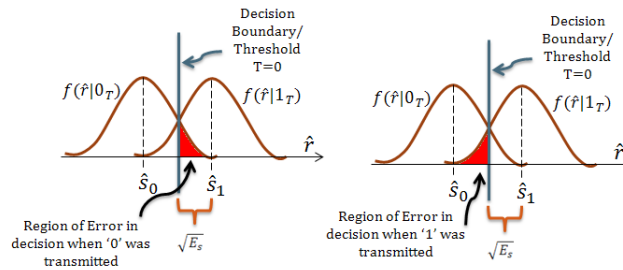
۴. تخمین قسمت قبل را برای $p_1 = 0.3$ و $p_2 = 0.7$ مجدداً انجام دهید. در حالتی که احتمال های برابر هستند مرز تصمیم گیری عدد ۰ می باشد. آیا پس از تغییر احتمال های p_1 و p_2 مرز تصمیم گیری همچنان ۰ باقی می ماند؟

۵. در این قسمت می خواهیم نمودار های احتمال خطا کانال AWGN با نویز جمع شونده $n \sim normal(0, 1)$ و احتمال های ارسال برابر $p_1 = p_2 = 0.5$ به صورت تنور و عددی بدست آوریم.

$$p_e = Q\left(\frac{A}{\sqrt{N_R}}\right) = Q\left(\frac{\sqrt{S_R}}{\sqrt{N_R}}\right) = Q\left(\sqrt{\left(\frac{S}{N}\right)_R}\right)$$

برای محاسبه عددی احتمال خطا در یک $\left(\frac{S}{N}\right)_R$ مشخص باید تعداد زیادی ± 1 با آن $\left(\frac{S}{N}\right)_R$ خاص از کانال عبور داده شود و در سمت خروجی کانال تشخیص داده شود که هر پیام $+1$ بوده است یا -1 ، سپس با تقسیم تعداد تشخیص های درست به کل پیام های ارسال شده احتمال خطا در آن $\left(\frac{S}{N}\right)_R$ بدست می آید. برای تشخیص $+1$ یا -1 بودن یک پیام از مرز تصمیم ۰ استفاده کنید، به این صورت که اگر در خروجی عدد بزرگتر از ۰ باشد $+1$ تشخیص داده می شود و اگر عدد در خروجی کوچکتر از ۰ باشد -1 تشخیص داده می شود.

نمودار های تنوری و عددی احتمال خطا کانال p_e در مقیاس dB بر حسب $\left(\frac{S}{N}\right)_R \in [0, 4]$ در یک نمودار رسم نمایید. تعداد ارسال ها برای هر $\left(\frac{S}{N}\right)_R$ خاص را آن قدر افزایش دهید تا دو نمودار هم گرا شوند.



شکل ۴: ایجاد خطا در گیرنده در کانال AWGN