



دانشکده فنی دانشگاه تهران

دانشکده برق و کامپیوتر

پروژه ۱ سیستم های مخابرات

fourier transform, correlation and energy spectral density

رایانامه

sj.pakdaman@ut.ac.ir

طراح:

سجاد پاکدامن ساوجی

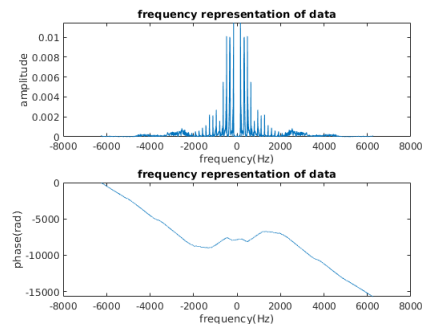
نیم سال اول ۹۸-۹۹

دانشجویان عزیز، قبل از پاسخ‌گوئی به سوالات به نکات زیر توجه کنید:

۱. شما باید کدها و گزارش خود را با الگو `CA1_StudentNumber.zip` در محل تعیین شده آپلود کنید
۲. گزارش کار شما معیار اصلی ارزیابی خواهد بود در نتیجه زمان کافی برای تکمیل آن اختصاص دهید
۳. قسمت اصلی کد شما باید در محیط `matlab live editor` نوشته شود و نمودارها علاوه بر گزارش کار باید در کد اصلی نیز قرار داشته باشند
۴. توصیه می‌شود پیش از شروع به انجام تمرین قسمت یادآوری روابط را در صفحه ۳ مطالعه کنید
۵. شما می‌توانید سوالات خود را از طریق ایمیل sj.pakdaman@ut.ac.ir بپرسید

در این تمرین کامپیوتری به پیاده سازی و بررسی روابط ریاضی مباحث سیگنال و سیستم و هم بستگی سیگنال های غیر احتمالاتی می پردازیم و در انتها، صحت رابطه ی هم بستگی و انرژی ورودی-خروجی سیستم های خطی تغییر نا پذیر با زمان را می سنجیم.

۱. فایل صوتی بارگذاری شده را با استفاده از تابع `audioread()` در متلب بخوانید. (دقت کنید که فرکانس نمونه برداری را نیز از تابع خروجی بگیرید) می توانید صوت را با استفاده از تابع `sound()` پخش کنید. با استفاده از تابع `fft()` اندازه و فاز تبدیل فوری صوت را بر حسب Hz رسم نمایید.



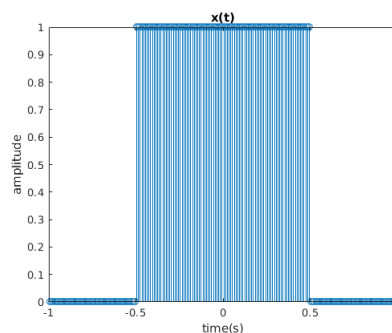
شکل ۱: اندازه و فاز تبدیل فوری صوت

۲. هم بستگی بین دو سیگنال از دو روش مستقیم و مبنی بر کانولوشن قابل محاسبه است. برای هر یک از روش ها تابعی پیاده سازی کنید و با مقایسه خروجی توابع اعمال شده بر صوت قسمت قبل، یکسانی عملکرد دو تابع را بسنجید. (خروجی دو تابع را رسم کنید)

در روش مستقیم می توانید از تابع `dsp.Crosscorrelator` و برای انجام کانولوشن می توانید از تابع `conv()` استفاده کنید. توجه داشته باشید که توابع فوق در محیط گسسته پیاده سازی شده اند بنابراین برای تطبیق نتایج با محیط پیوسته باید مقادیر خروجی را با ضرب مناسب اسکیل کنید. دلیل انتخاب این ضرب را توضیح دهید.

۳. سیگنال شکل ۲ را در نظر بگیرید. سیگنال را، با فرکانس نمونه برداری مناسب، نمونه برداری کنید و با استفاده از یکی از توابع قسمت ۲، تابع هم بستگی سیگنال را رسم نمایید. از روی سیگنال $x(t)$ سیگنال $y(t)$ را تولید کنید. سیگنال $y(t)$ و تابع خودهمبستگی R_y را رسم نمایید و مشاهدات خود را با مفهوم هم بستگی توجیه کنید.

$$y(t) = x(t) + \frac{1}{4}x(t - \frac{1}{4}) + \frac{1}{4}x(t + \frac{1}{4}) + \frac{1}{3}x(t - \frac{1}{3}) + \frac{1}{3}x(t + \frac{1}{3})$$



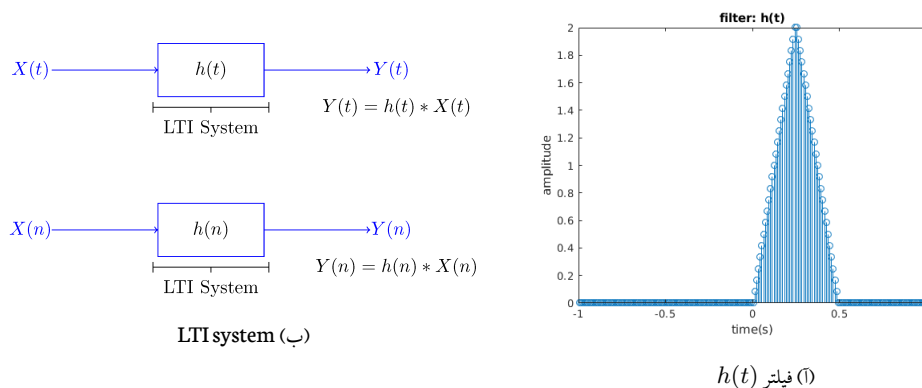
شکل ۲: سیگنال $x(t)$

۴. انرژی یک سیگنال از روش های مختلفی قابل محاسبه است. انرژی یک سیگنال را می توان با انتگرال گیری در زمان ، استفاده از تابع هم بستگی در مقدار ۰ و یا انتگرال گیری از چگالی طیف انرژی (ESD) بدست آورد.

- انرژی سیگنال $x(t)$ را با استفاده از رابطه حوزه زمان بدست آورید.
- انرژی سیگنال $x(t)$ را با استفاده از تابع هم بستگی $R_x(\cdot)$ بدست آورید.
- تابع چگالی طیف انرژی سیگنال را ابتدا با اعمال تبدیل فوریه بر تابع هم بستگی R_x و سپس با مجذور تبدیل فوریه سیگنال $x(t)$ بدست آورید و آن هارا رسم نمایید. با محاسبه سطح زیر نمودار این توابع انرژی سیگنال $x(t)$ برای هر دو روش محاسبه کنید. بدیهی است که انرژی بدست آمده از روش های متفاوت باید یکسان باشد.

۵. فیلتر $h(t)$ شکل ۳ را در نظر بگیرید. تابع هم بستگی و چگالی طیف انرژی این فیلتر را رسم کنید. ($h(t)$ و $x(t)$ باید فرکانس نمونه برداری یکسانی داشته باشند)

فیلتر $h(t)$ را با استفاده از conv() بر سیگنال $x(t)$ اعمال کنید و تابع هم بستگی و چگالی طیف انرژی خروجی را رسم نمایید. در ادامه می خواهیم درستی رابطه بین توابع هم بستگی ورودی-خروجی فیلتر (۱) و رابطه بین انرژی ورودی-خروجی فیلتر (۲) را بسنجیم. برای هر رابطه دو طرف تساوی را جداگانه محاسبه و رسم نمایید و یکسانی طرفین را بررسی کنید.



شکل ۳

$$R_y(\tau) = R_x(\tau) * h(\tau) * h^*(-\tau) \quad (۱)$$

$$S_y(f) = S_x(f) \times H(f) \times H^*(f) \quad (۲)$$

یادآوری روابط

energy signal: $E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt < \infty$

power signal: $P_x = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt < \infty$

$$\langle x(t), y(t) \rangle = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y^*(t) dt & \text{energy signal} \\ \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)y^*(t) dt & \text{power signal} \end{cases}$$

$$||x(t)||^2 = \langle x(t), x(t) \rangle = \begin{cases} E_x & \text{energy signal} \\ P_x & \text{power signal} \end{cases}$$

$$R_{x,y}(\tau) = \langle x(t), y(t-\tau) \rangle \quad R_{x,y}(\tau) = x(\tau) * y^*(-\tau)$$

$$R_x(\tau) = R_{x,x}(\tau) \quad R_x(0) = \begin{cases} E_x & \text{energy signal} \\ P_x & \text{power signal} \end{cases}$$

Energy Spectrum Density (ESD) is for energy signals

$$S_x(f) = |X(f)|^2 \quad \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt \quad \text{Parseval's theorem}$$

Power Spectrum Density (PSD) is for power signals

$$S_x(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|X_T(f)|^2}{2T} \quad X_T(f) = F\{x_T(t)\} \quad x_T(t) = \begin{cases} x(t) & |t| < T \\ 0 & o.w \end{cases}$$