

Исследование условий для поддерживающих временных рядов в MSSA

Ткаченко Егор Андреевич, гр.19.Б04-мм

Санкт-Петербургский государственный университет
Прикладная математика и информатика
Вычислительная стохастика и статистические модели

Отчет по производственной практике (семестр 6)

Санкт-Петербург, 2022

Ткаченко Егор Андреевич, гр.19.504-мк

Санкт-Петербургский государственный университет
Прикладная математика и информатика
Вычислительная статистика и статистические модели

Отчет по производственной практике (семестр 6)

Санкт-Петербург, 2022

Научный руководитель к.ф.-м.н., доцент Голяндина Нина Эдуардовна,
кафедра статистического моделирования

В данной работе решается задача прогноза временного ряда, с помощью алгоритмов SSA и MSSA.

Цель работы — выяснить при каких параметрах алгоритм MSSA дает результат лучше SSA.

Поддерживающие ряды MSSA

└ Введение

В данной работе решается задача прогноза временного ряда, с помощью алгоритмов SSA и MSSA.
Цель работы — выяснить при каких параметрах алгоритм MSSA дает результат лучше SSA.

Строить прогнозы очень полезно. Прогноз временных рядов может использоваться в прогнозе погоды, приливов, спроса на товары и многом другом.

По книге [1, Singular Spectrum Analysis with R] был изучен базовый SSA, разложение рядов, заполнение пропусков в данных, прогноз и базовый MSSA. Для работы с временными рядами и их прогнозом использовался пакет Rssa. Проведены эксперименты с простейшими моделями сигналов для изучения связи между согласованностью сигналов и поддерживающими рядами. Исследовано, при каких отклонениях, сигналы с одинаковой структурой перестают быть согласованными. Проведено сравнение линейных рядов и их аппроксимаций экспонентой как поддерживающих рядов для линейных.

Временной ряд

Вещественный временной ряд длины N :

$$F = (f_1, \dots, f_N), \quad f_j \in \mathbb{R}.$$

Многомерный временной ряд

Многомерный временной ряд \vec{F} — набор s временных рядов $F^{(p)}$ длин N_p :

$$\vec{F} = \{F^{(p)} = (f_1^{(p)}, \dots, f_{N_p}^{(p)}), \quad p = 1, \dots, s\}.$$

Траекторная матрица

L -Траекторная матрица ряда F :

$$\mathcal{T}_{\text{SSA}}(F) = \begin{pmatrix} f_1 & f_2 & \dots & f_K \\ f_2 & f_3 & \dots & f_{K+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_L & f_{L+1} & \dots & f_N \end{pmatrix}.$$

для многомерного ряда \vec{F} :

$$\mathcal{T}_{\text{MSSA}}(\vec{F}) = [\mathcal{T}_{\text{SSA}}(F^{(1)}) : \dots : \mathcal{T}_{\text{SSA}}(F^{(s)})].$$

Из траекторной матрицы можно восстановить ряд.

L -Ранг ряда

L -Ранг ряда — это ранг его траекторной матрицы:

$$r_p = \text{rank}_L F = \text{rank } \mathcal{T}_{\text{SSA}}(F), \quad \text{rank}_L \vec{F} = \text{rank } \mathcal{T}_{\text{MSSA}}(\vec{F}).$$

Ранг ряда

Ряд называется рядом конечного ранга r , если его L -ранг равен r для любой длины окна L и любой достаточно большой длины N .

Алгоритмы SSA и MSSA

Вход: Ряд F_1 для SSA или многомерный ряд F для MSSA;
длина окна $L \leq N_1$ для SSA или $L \leq N_p$ для MSSA.

Алгоритм

- 1 Вложение. Временной ряд переводится в L -траекторную матрицу X
- 2 Сингулярное разложение. Методом SVD матрица X раскладывается на сумму d матриц X_i ранга 1.
- 3 Группировка. Множество индексов $\{1, \dots, d\}$ делится на m непересекающихся множеств I_1, \dots, I_m . Матрицы X_i суммируются в m матриц X_{I_j}
- 4 Восстановление. Сгруппированные матрицы X_{I_j} диагональным усреднением восстанавливаются в ряды.

Выход: Разложение исходного ряда на сумму m рядов.

Поддерживающие ряды MSSA

└ Алгоритмы SSA и MSSA

Алгоритмы SSA и MSSA

Вход: Ряд F_t для SSA или многомерный ряд F для MSSA, длина окна $L \leq N_1$ для SSA или $L \leq N_p$ для MSSA.

Алгоритм

- ❶ Вложение. Временной ряд переводится в L-траекторную матрицу X .
- ❷ Сингулярное разложение. Методом SVD матрица X раскладывается на сумму d матриц X_i ранга 1.
- ❸ Группировка. Множество индексов $\{1, \dots, d\}$ делится на m непересекающихся множеств I_1, \dots, I_m . Матрицы X_i суммируются в m матриц X_{I_j} .
- ❹ Восстановление. Сгруппированные матрицы X_{I_j} диагональным усреднением восстанавливаются в ряды.

Выход: Разложение исходного ряда на сумму m рядов.

Линейная рекуррентная формула; управляемый ЛРФ ряд

Ряд $F_p = (f_i)_{i=1}^{N_p}$ — управляемый ЛРФ, если существуют такие a_1, \dots, a_d , что:

$$f_{i+d} = \sum_{k=1}^d a_k f_{i+d-k}, \quad 1 \leq i \leq N_p - d, \quad a_d \neq 0, \quad d < N_p - 1.$$

Прогноз ряда

Прогноз вещественного временного ряда F_p :

$$\tilde{f}_{N_p} = \sum_{k=1}^{L-1} a_k f_{N_p-k}.$$

Пусть имеется временной ряд $F_1 = S_1 + R_1$, где

- Сигнал S_1 — ряд управляемый ЛРФ.
- Шум R_1 — ряд без структуры.

Задача: спрогнозировать сигнал S_1 .

Пусть помимо ряда F_1 имеется временной ряд F_2 .

Идея: использование ряда F_2 может улучшить прогноз сигнала S_1 .

- Второй ряд дает алгоритму больше данных, которые могут улучшить ЛРФ.
- Второй ряд может сделать прогноз хуже, если его структура отличается от первого.

Ошибка прогноза \tilde{S} сигнала S_1

$$\text{MSE}(\tilde{S}, S_1) = \frac{1}{N_f} \sum_{i=N+1}^{N+N_f} (\tilde{s}_i - s_i)^2$$

Поддерживающий ряд (для прогноза)

Ряд F_2 — поддерживающий, если

$$\text{MSE}(\tilde{S}_{\text{MSSA}}, S_1) < \text{MSE}(\tilde{S}_{\text{SSA}}, S_1)$$

Вопрос: Как понять, что ряд поддерживающий?

Согласованность

- Сигналы S_1, S_2 полностью согласованы, если $r_{\text{MSSA}} = r_1 = r_2$
- Сигналы S_1, S_2 полностью не согласованы, если $r_{\text{MSSA}} = r_1 + r_2$

Относительная ошибка

Относительная ошибка прогноза (восстановления)

$$error_{rel} = \frac{error_{SSA} - error_{MSSA}}{error_{SSA} + error_{MSSA}},$$

где $error_{SSA}$, $error_{MSSA}$ — ошибки прогноза (восстановления) методами SSA и MSSA соответственно.

Как интерпретировать значения относительной ошибки?

- значения больше 0 значат, что что MSSA лучше SSA;
- значения меньше 0 значат, что что MSSA хуже SSA;
- значения около 0 значат что ошибки примерно равны;
- значения далеко от 0 значат, что ошибки сильно отличаются.

Относительная ошибка

Относительная ошибка прогноза (восстановления)

$$error_{rel} = \frac{error_{SSA} - error_{MSSA}}{error_{SSA} + error_{MSSA}}$$

где $error_{SSA}$, $error_{MSSA}$ — ошибки прогноза (восстановления) методами SSA и MSSA соответственно.

Как интерпретировать значения относительной ошибки?

- значения больше 0 значат, что что MSSA лучше SSA;
- значения меньше 0 значат, что что MSSA хуже SSA;
- значения около 0 значат что ошибки примерно равны;
- значения далеко от 0 значат, что ошибки сильно отличаются.

Назовем относительной ошибкой прогноза (восстановления) значение

$$\frac{error_{SSA} - error_{MSSA}}{error_{SSA} + error_{MSSA}},$$

где $error_{SSA}$, $error_{MSSA}$ — ошибки прогноза (восстановления) методами SSA и MSSA соответственно.

Значения относительной ошибки легко расположить на графике (она принимает значения от -1 до 1). По значению относительной ошибки легче понять, какой метод лучше (не надо сравнивать два значения ошибок, которые просто положительны и могут быть любых порядков). Но относительную ошибку нельзя считать когда $error_{SSA} = error_{MSSA} = 0$.

Как интерпретировать значения относительной ошибки?

- значения больше 0 значат, что что MSSA лучше SSA;
- значения меньше 0 значат, что что MSSA хуже SSA;
- значения около 0 значат что ошибки примерно равны;

Выбор количества компонент для MSSA

Когда сигналы похожи, их можно считать согласованными и лучше использовать (при прогнозе или восстановлении сигнала) ранг равный рангу одного сигнала. Когда сигналы отличаются, их следует считать не согласованными и использовать ранг равный сумме рангов сигналов. Будет ли ошибка MSSA меньше при таком выборе ранга для алгоритма MSSA в восстановлении и прогнозе первого ряда. И будут ли при этом вторые ряды поддерживающими.

Поддерживающие ряды MSSA

└ Выбор количества компонент для MSSA

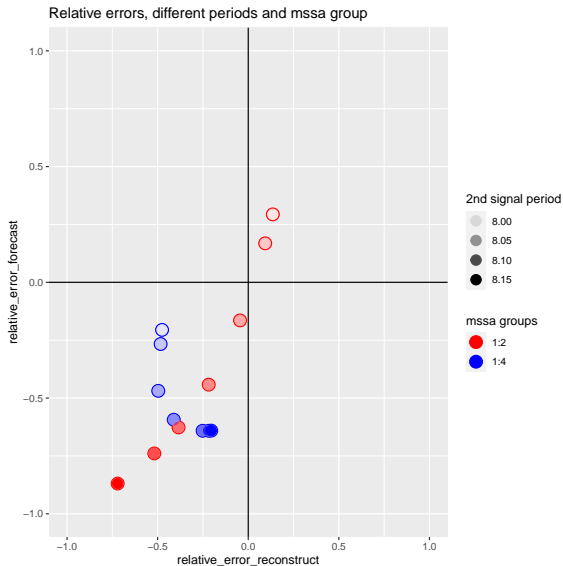
Когда сигналы похожи, их можно считать согласованными и лучше использовать (при прогнозе или восстановлении сигнала) ранг равный рангу одного сигнала. Когда сигналы отличаются, их следует считать не согласованными и использовать ранг равный сумме рангов сигналов. Будет ли ошибка MSSA меньше при таком выборе ранга для алгоритма MSSA в восстановлении и прогнозе первого ряда. И будут ли при этом вторые ряды поддерживающими.

По определению, когда сигналы похожи, их можно считать согласованными и лучше использовать (при прогнозе или восстановлении сигнала) ранг равный рангу одного сигнала. Когда сигналы отличаются, их следует считать не согласованными и использовать ранг равный сумме рангов сигналов. Исследуем, будет ли ошибка MSSA меньше при таком выборе ранга для алгоритма MSSA в восстановлении и прогнозе первого ряда. И будут ли при этом вторые ряды поддерживающими.

Выберем в качестве первого ряда простой сигнал, зависящий от параметра (например, у косинуса параметр — период) с аддитивным гауссовым шумом с дисперсией $\sigma_1^2 = 0.2^2$. Второй ряд будет простым сигналом того же вида, с несколько отличающимся параметром и без шума. Восстановим и спрогнозируем первый ряд с помощью SSA, MSSA считая ряды согласованными и MSSA считая ряды несогласованными.

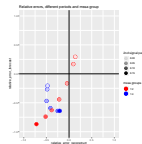
Все сигналы в этом и следующих экспериментах будут нормировать-

Относительные ошибки для косинуса



Поддерживающие ряды MSSA

└ Относительные ошибки для косинуса

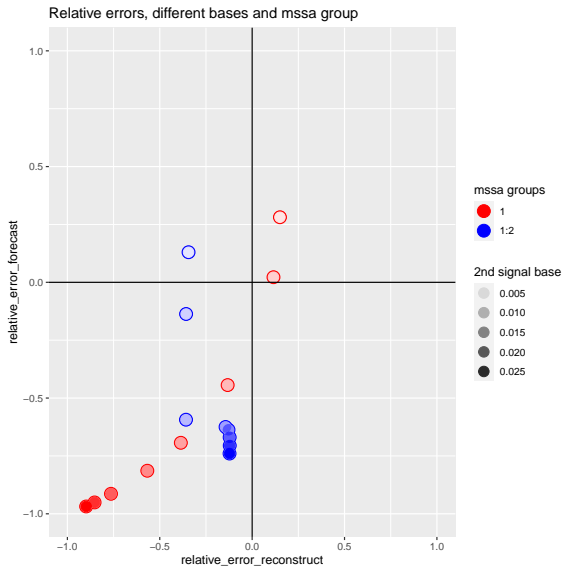


Функция для сигналов — $s_j^{(i)} = A \cos(\frac{2\pi j}{T_i})$. Сигнал $S^{(1)}$ — косинус с периодом $T_1 = 8$. Сигналы $S^{(2)}$ — косинусы с периодами $T_2 \in \{8, 8.02, 8.04, 8.06, 8.08, 8.1, 8.15\}$.

Ранг косинуса равен 2, поэтому для MSSA используются первые 2 или первые 4 компоненты разложения, а для SSA только 2.

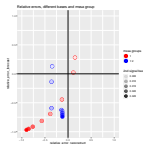
На графике видим, что с увеличением разницы периодов рядов использование четырех компонент становится лучше и для прогноза и для восстановления сигнала, но при этом второй ряд является поддерживающим только для случаев, когда второй сигнал совпадает с первым или очень близок к нему, а ранг для MSSA 2.

Относительные ошибки для экспоненты



Поддерживающие ряды MSSA

└ Относительные ошибки для экспоненты

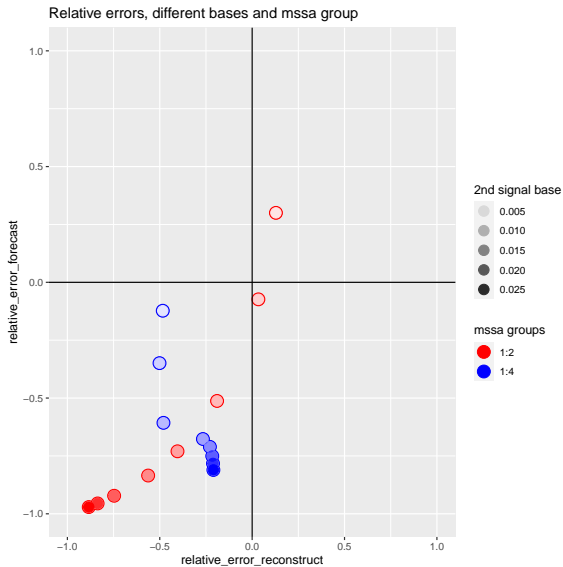


Функция для сигналов — $s_j^{(i)} = A \exp(j\lambda_i)$. Сигнал $S^{(1)}$ — нормированная показательная функция с $\lambda_1 = 0.005$. Сигналы $S^{(2)}$ — нормированная показательная функция с $\lambda_2 \in \{0.005, 0.0075, 0.01, 0.0125, 0.015, 0.02, 0.025, 0.03\}$.

Ранг показательной функции равен 1, поэтому для MSSA используется первая или первые 2 компоненты разложения, а для SSA только первая.

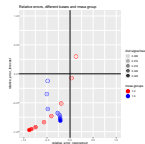
На графике видим похожий результат: с отдалением λ_2 от λ_1 использование двух компонент становится лучше. Второй ряд поддерживающий только для случаев, когда он равен первому или очень близок к нему, но на этот раз не только когда ранг для алгоритма MSSA равен рангу ряда.

Относительные ошибки для экспоненты



Поддерживающие ряды MSSA

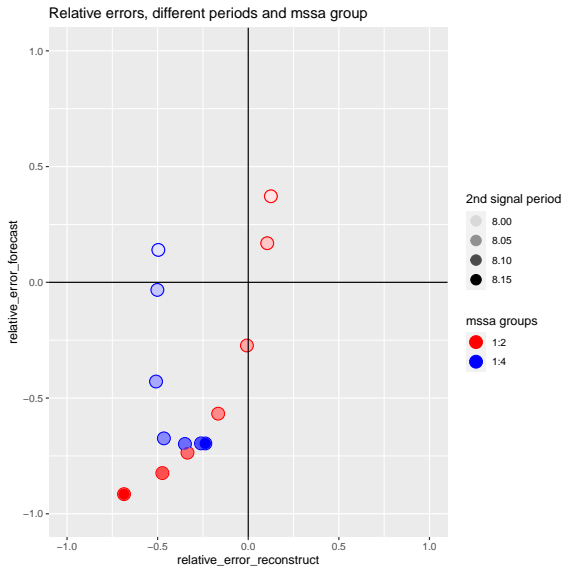
└ Относительные ошибки для экспоненты



Функция для сигналов — $s_j^{(i)} = A \exp(j\lambda_i) \cos(\frac{2\pi j}{8})$. Сигнал $S^{(1)}$ — функция с $\lambda_1 = 0.005$. Сигналы $S^{(2)}$ — функция с $\lambda_2 \in \{0.005, 0.0075, 0.01, 0.0125, 0.015, 0.02, 0.025, 0.03\}$.

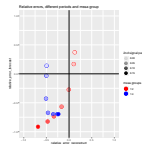
Ранг косинуса с модуляцией равен 2, поэтому для MSSA используются первые 2 или первые 4 компоненты разложения, а для SSA только 2. На графике видим аналогичный результат для косинусов с модуляцией при изменении модулирующей функции.

Относительные ошибки для экспоненты



Поддерживающие ряды MSSA

└ Относительные ошибки для экспоненты



Функция для сигналов — $s_j^{(i)} = A \exp(0.02j) \cos(\frac{2\pi j}{T_i})$. Сигнал $S^{(1)}$ — функция с $T_1 = 8$. Сигналы $S^{(2)}$ — функция с $T_2 \in \{8, 8.02, 8.04, 8.06, 8.08, 8.1, 8.15\}$.

Ранг косинуса с модуляцией равен 2, поэтому для MSSA используются первые 2 или первые 4 компоненты разложения, а для SSA только 2. На графике видим аналогичный результат для косинусов с модуляцией при изменении модулирующей функции.

Результат первого эксперимента

Для всех видов сигналов при отклонении второго сигнала от первого всегда наступал момент, когда использование удвоенного ранга дает меньшие ошибки прогноза и восстановления.

Но при этом, второй ряд редко оказывался поддерживающим, потому что большая часть наблюдений находилась в нижней левой четверти.

Ошибки прогноза для разных шумов первого ряда и параметров второго ряда

Гипотеза: при увеличении шума первого ряда, MSSA станет лучше для любого отклонения второго ряда. Если это так, то можно найти зависимость граничного значения σ_1 (при котором SSA становится хуже MSSA) от изменения параметра второго сигнала.

└ Ошибки прогноза для разных шумов первого ряда и параметров второго ряда

Гипотеза: при увеличении шума первого ряда, MSSA станет лучше для любого отклонения второго ряда. Если это так, то можно найти зависимость граничного значения σ_1 (при котором SSA становится хуже MSSA) от изменения параметра второго сигнала.

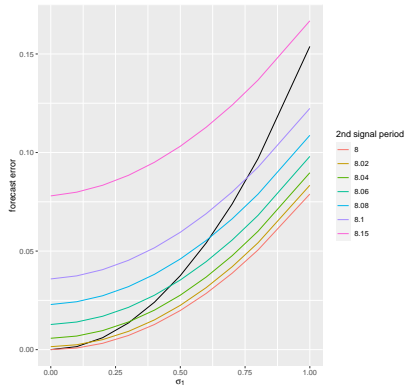
Никита Федоров в своей выпускной квалификационной работе изучал влияние величины второго шума на результаты работы SSA, MSSA, ProjSSA [2, глава 3, стр. 17]. Рассмотрим влияние величины первого шума на прогноз SSA и MSSA, с не зашумленным вторым рядом.

Гипотеза: при увеличении шума первого ряда, MSSA станет лучше для любого отклонения второго ряда. Если это так, то можно найти зависимость граничного значения σ_1 (при котором SSA становится хуже MSSA) от изменения параметра второго сигнала.

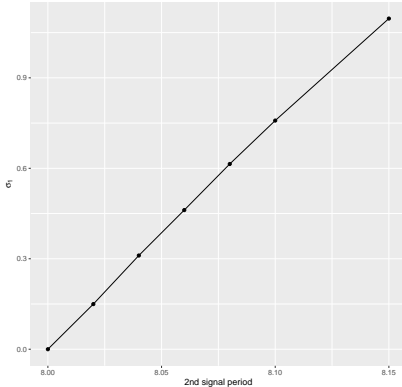
Как и в первом эксперименте, выберем в качестве первого ряда простой сигнал, зависящий от параметра с аддитивным гауссовым шумом с несколькими значениями дисперсией σ_1^2 . Второй ряд будет простым сигналом того же вида, с несколько отличающимся параметром и без шума. Спрогнозируем первый ряд с помощью SSA и MSSA используя в алгоритме ранг равный рангу сигнала. Для устойчивости результатов повторим это 50 раз и найдем средние ошибки. Если графики

Сигнал косинус

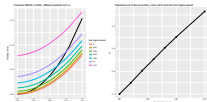
Forecast MSSA vs SSA, different periods and σ_1



Dependence of the boundary noise norm and the 2nd signal period



└ Сигнал косинус

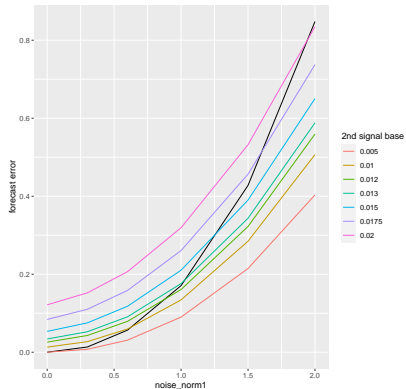


Модель сигнала — $s_j^{(i)} = A \cos(\frac{2\pi j}{T_i})$. Параметры для сигналов: $T_1 = 8$, $T_2 \in \{8, 8.02, 8.04, 8.06, 8.08, 8.1, 8.15\}$, $\sigma_1 \in \{0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 1\}$, ранг косинуса равен 2.

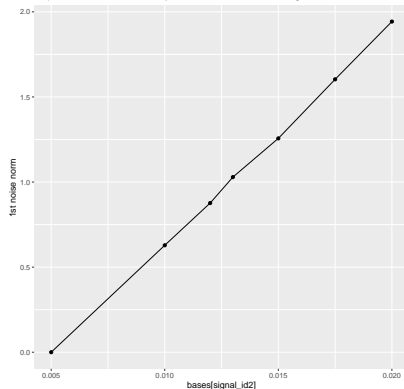
На левом графике видим, что график ошибки прогноза SSA (черная линия) пересекает все графики ошибок прогноза MSSA кроме одного, но они очевидно пересекутся при большем σ_1 . Пересечения графиков будем искать с помощью интерполяции, а для случаев, когда пересечения не было — с помощью экстраполяции.

На на правом графике изображены полученные граничные значения σ_1 для каждого второго сигнала. Видна линейная зависимость.

Forecast MSSA vs SSA, different bases and 1st noise

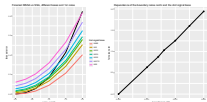


Dependence of the boundary noise norm and the 2nd signal base



Поддерживающие ряды MSSA

└ Сигнал экспонента



Модель сигнала — $s_j^{(i)} = A \exp(j \lambda_i)$. Параметры для сигналов: $\lambda_1 = 0.005$, $\lambda_2 \in \{0.005, 0.01, 0.012, 0.013, 0.015, 0.0175, 0.02\}$, $\sigma_1 \in \{0, 0.3, 0.6, 1, 1.5, 2\}$, ранг косинуса равен 2.

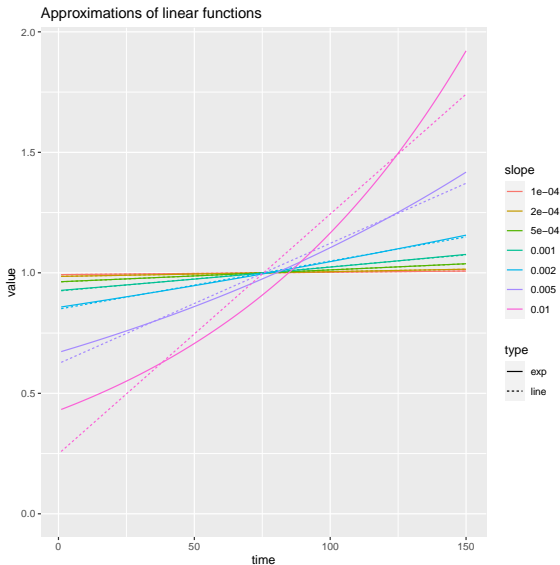
На левом графике видим, что график ошибки прогноза SSA (черная линия) пересекает все графики ошибок прогноза MSSA кроме одного, но они очевидно пересекутся при большем σ_1 . Пересечения графиков будем искать с помощью интерполяции, а для случаев, когда пересечения не было — с помощью экстраполяции.

На на правом графике изображены полученные граничные значения σ_1 для каждого второго сигнала. Видна линейная зависимость.

Результат второго эксперимента

Гипотеза подтверждена, зависимость граничных значений σ_1 от отклонения второго сигнала линейная.

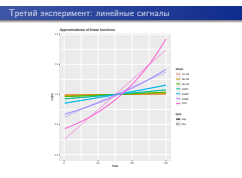
Третий эксперимент: линейные сигналы



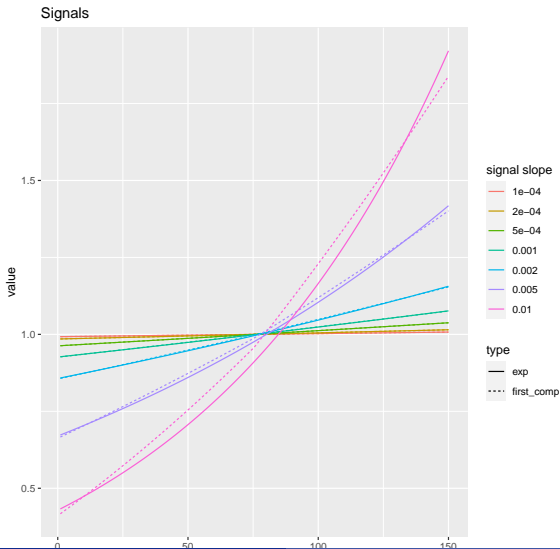
Поддерживающие ряды MSSA

└ Третий эксперимент: линейные сигналы

Как видно на графике иногда линейный сигнал можно хорошо аппроксимировать показательной функцией. Причем, качество приближения зависит от угла наклона. Из-за того, что ранг линейного сигнала равен 2, а показательного — 1, становится интересно, можно ли использовать экспоненциальный сигнал как поддерживающий для линейного?



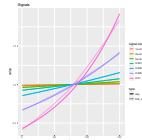
Является ли первая компонента разложения линейного ряда показательной функцией?



Поддерживающие ряды MSSA

Является ли первая компонента разложения линейного ряда показательной функцией?

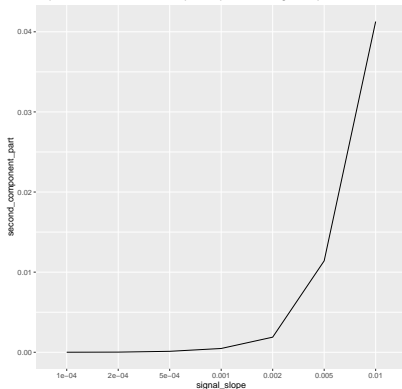
└ Является ли первая компонента разложения линейного ряда показательной функцией?



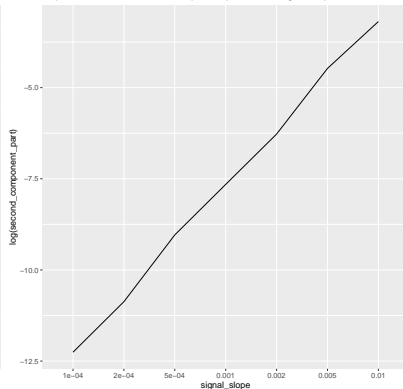
Для того чтобы понять, можно ли использовать экспоненциальный сигнал как поддерживающий для линейного, нужно узнать, насколько их структура похожа. Например, сравнить аппроксимацию линейного сигнала рядом ранга 1 (восстановить первую компоненту алгоритмом SSA) и аппроксимацию этого же сигнала экспоненциальной функцией. видно что первая компонента разложения линейного ряда не является показательной функцией, так как показательные функции не могут дважды пересекаться.

Зависимость доли второй компоненты от угла наклона

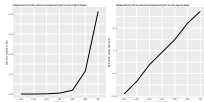
Dependence of the second component part on the signal slope



Dependence of the second component part on the signal slope



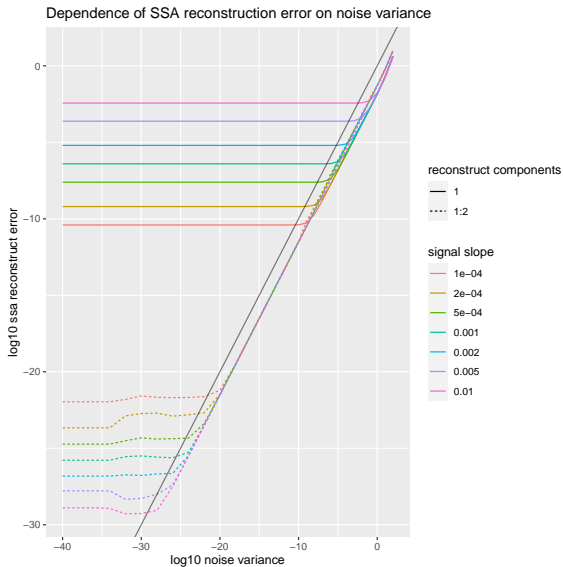
└ Зависимость доли второй компоненты от угла наклона



Как уже было замечено, при меньших углах наклона, аппроксимация получается лучше. Есть ли зависимость доли второй компоненты в линейном сигнале от угла наклона?

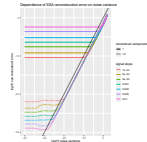
На левом зависимость похожа на экспоненциальную, прологарифмируем и проверим это. На правом видна линейная зависимость логарифма доли второй компоненты и угла наклона сигнала, поэтому доля второй компоненты действительно зависит экспоненциально от угла наклона.

При каком шуме вторая компонента теряется



Поддерживающие ряды MSSA

└ При каком шуме вторая компонента теряется



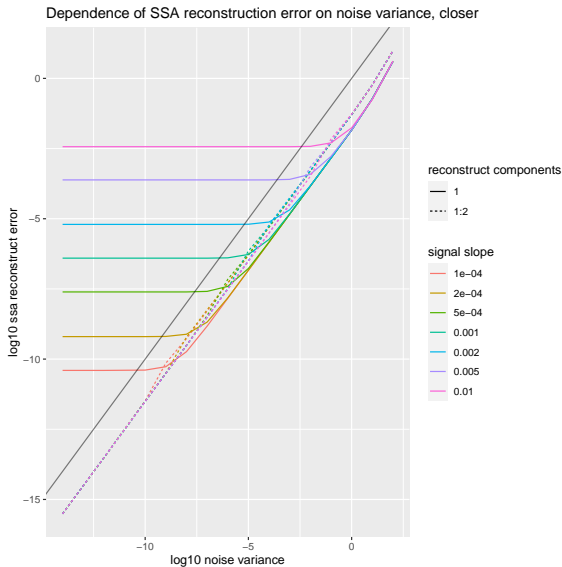
На прошлом графике можно заметить, что доля второй компоненты мала, а значит в алгоритме SSA она может оказаться не второй и быть потеряна при достаточно большом шуме.

Как понять, что вторая компонента потерялась не изучая разложение в ручную?

Будем восстанавливать одну или две компоненты алгоритмом SSA из линейных сигналов с разными углами наклона и считать ошибку восстановления. Когда вторая компонента теряется, ошибка двух компонент становится больше ошибки одной компоненты, потому что вместо нужной второй компоненты ряда берется часть шума.

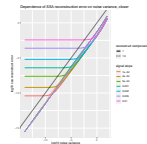
На рис. ?? и ?? черная линия показывает прямую $x = y$, цветные линии — графики ошибок восстановления, пунктирные — двумя компонентами, сплошные — одной. Чтобы ответить на поставленный вопрос, найдем точки пересечения графиков с помощью интерполяции и построим график.

При каком шуме вторая компонента теряется



Поддерживающие ряды MSSA

└ При каком шуме вторая компонента теряется



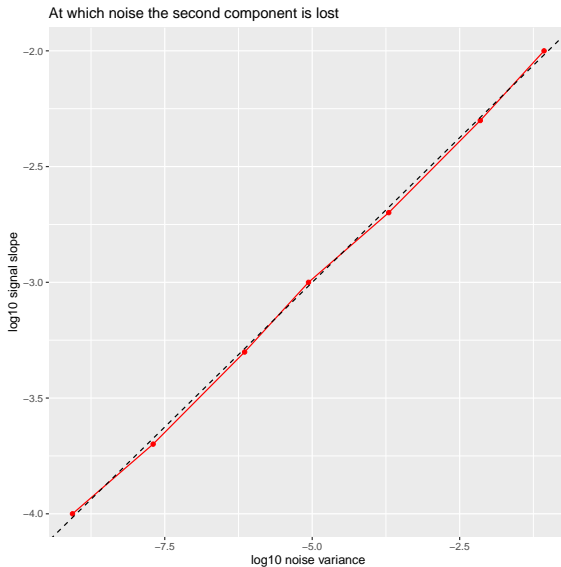
На прошлом графике можно заметить, что доля второй компоненты мала, а значит в алгоритме SSA она может оказаться не второй и быть потеряна при достаточно большом шуме.

Как понять, что вторая компонента потерялась не изучая разложение в ручную?

Будем восстанавливать одну или две компоненты алгоритмом SSA из линейных сигналов с разными углами наклона и считать ошибку восстановления. Когда вторая компонента теряется, ошибка двух компонент становится больше ошибки одной компоненты, потому что вместо нужной второй компоненты ряда берется часть шума.

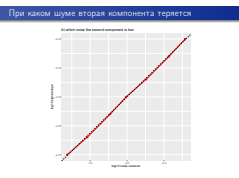
На графике черная линия показывает прямую $x = y$, цветные линии — графики ошибок восстановления, пунктирные — двумя компонентами, сплошные — одной. Чтобы ответить на поставленный вопрос, найдем точки пересечения графиков с помощью интерполяции и построим график.

При каком шуме вторая компонента теряется



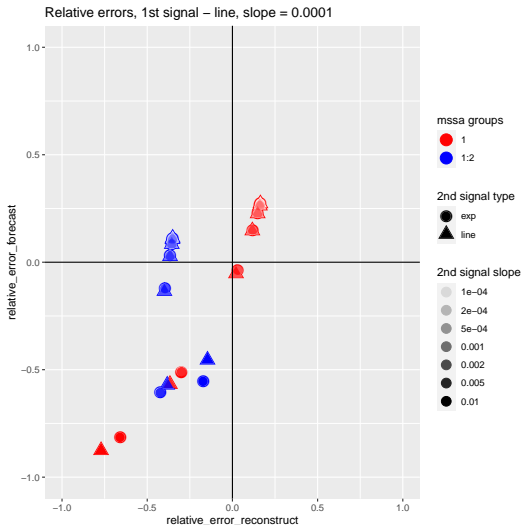
Поддерживающие ряды MSSA

└ При каком шуме вторая компонента теряется

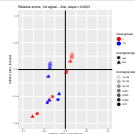


На рис. ?? черным пунктиром обозначена прямая $4y = x - 7$. Зависимость логарифмов угла наклона и дисперсии шума близка к уравнению $4 \log_{10}(\text{slope}) = \log_{10}(\sigma^2) - 7$, поэтому сама зависимость выражается уравнением $\text{slope}^4 = 10^{-7} \sigma^2$.

Сравнение линейного ряда и его аппроксимации как поддерживающих рядов

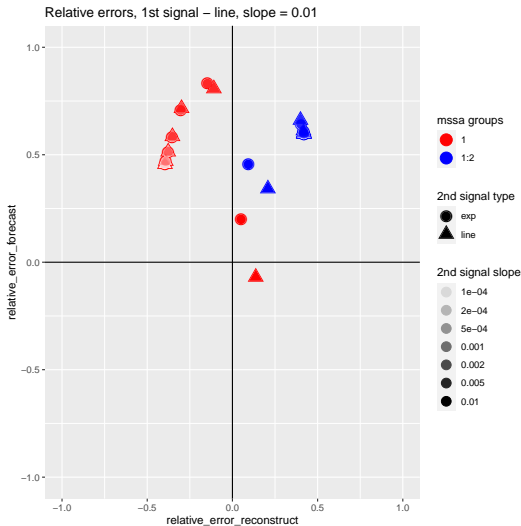


└ Сравнение линейного ряда и его аппроксимации как поддерживающих рядов



Функции для сигналов: линейная — $s_j^{(i)} = slope_i j + (1 - slope_i \frac{N}{2})$, экспоненциальная аппроксимация — $A \exp(slope_i j)$. Сигнал $S^{(1)}$ — линейная функция с наклоном $slope_1 \in \{0.0001, 0.01\}$. Сигналы $S^{(2)}$ — линейные функции и экспоненциальные аппроксимации с наклонами $slope_2 \in \{0.0001, 0.0002, 0.0005, 0.001, 0.002, 0.005, 0.01\}$. Шум первого ряда — аддитивный гауссовский с $\sigma_1 = 0.2$. Второй ряд без шума. MSSA хуже SSA при больших разницах наклона и наоборот для похожих сигналов. Но для восстановления двумя компонентами SSA всегда лучше. Линейная функция и ее аппроксимация поддерживают примерно одинаково.

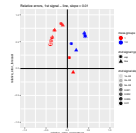
Сравнение линейного ряда и его аппроксимации как поддерживающих рядов



Поддерживающие ряды MSSA

Сравнение линейного ряда и его аппроксимации как поддерживающих рядов

└ Сравнение линейного ряда и его аппроксимации как поддерживающих рядов



На графике при использовании ранга 2 в алгоритме MSSA ошибка прогноза и восстановления меньше чем SSA почти для любого второго ряда. Использование ранга 1 может дать еще меньшую ошибку, но редко.

Результат третьего эксперимента

Так как первая компонента разложения линейного ряда оказалась не экспонентой, это значит, что сигналы не полностью согласованы.

Для линейных функций с большим наклоном алгоритм MSSA дает результат лучше чем SSA, а маленьким наклоном наоборот.

Найдено много интересных зависимостей.

Экспоненциальную аппроксимацию линейного ряда можно использовать в качестве поддерживающего ряда для линейных рядов с большим наклоном.

└─Заклучение

Найдено много интересных зависимостей.
Экспоненциальную аппроксимацию линейного ряда можно использовать в качестве поддерживающего ряда для линейных рядов с большим наклоном.

Найдено много интересных зависимостей: линейная зависимость граничного значения среднеквадратичного отклонения и изменения параметра поддерживающего ряда, экспоненциальная зависимость доли второй компоненты в линейном ряду, степенная зависимость дисперсии шума при котором теряется вторая компонента линейного ряда от угла наклона.

Экспоненциальную аппроксимацию линейного ряда можно использовать в качестве поддерживающего ряда для линейных рядов с большим наклоном. еще я придумал как отображать на двумерном графике отношение 4 ошибок, конечно не без потерь информации.




Golyandina N, Korobeynikov A, Zhigljavsky A. Singular Spectrum Analysis with R. — Springer, 2018. — P. 272.



Федоров Н. Поддерживающие временные ряды в анализе сингулярного спектра. — 2020. — выпускная квалификационная работа магистра, СПбГУ, СПб.

└ Список литературы

-  Golyandina N, Korobeynikov A, Zhigljavsky A. *Singular Spectrum Analysis with R*. — Springer, 2018. — P. 272.
-  Федоров Н. Поддерживающие временные ряды в анализе сингулярного спектра. — 2020. — выпускная квалификационная работа магистра, СПбГУ, СПб.

На данном слайде представлен список основных источников, используемых в моей работе.