

Исследование условий для поддерживающих временных рядов в MSSA

Ткаченко Егор Андреевич, гр.19.Б04-мм

Санкт-Петербургский государственный университет
Прикладная математика и информатика
Вычислительная стохастика и статистические модели

Отчет по производственной практике (семестр 6)

Санкт-Петербург, 2022

Поддерживающие ряды MSSA

Исследование условий для поддерживающих временных рядов в MSSA

Ткаченко Егор Андреевич, гр.19.Б04-мм

Санкт-Петербургский государственный университет
Прикладная математика и информатика
Вычислительная стохастика и статистические модели

Отчет по производственной практике (семестр 6)

Санкт-Петербург, 2022

Научный руководитель к.ф.-м.н., доцент Голяндина Нина Эдуардовна,
кафедра статистического моделирования

Существует задача прогноза временного ряда. При построении прогноза ряда можно использовать другие ряды.

Цель работы — выяснить, какие ряды могут улучшить прогноз.

Поддерживающие ряды MSSA

└ Введение

Введение

Существует задача прогноза временного ряда. При построении прогноза ряда можно использовать другие ряды.
Цель работы — выяснить, какие ряды могут улучшить прогноз.

Строить прогнозы очень полезно. Прогноз временных рядов может использоваться в прогнозе погоды, приливов, спроса на товары и многом другом.

По книге [1, Singular Spectrum Analysis with R] был изучен базовый SSA, разложение рядов, заполнение пропусков в данных, прогноз и базовый MSSA. Для работы с временными рядами и их прогнозом использовался пакет Rssa. Проведены эксперименты с простейшими моделями сигналов для изучения связи между согласованностью сигналов и поддерживающими рядами. Исследовано, при каких отклонениях, сигналы с одинаковой структурой перестают быть согласованными. Проведено сравнение линейных рядов и их аппроксимаций экспонентой как поддерживающих рядов для линейных.

Временной ряд

Вещественный временной ряд длины N :

$$F = (f_1, \dots, f_N), f_j \in \mathbb{R}.$$

Многомерный временной ряд

Многомерный временной ряд \vec{F} — набор s временных рядов $F^{(p)}$ длин N_p :

$$\vec{F} = \{F^{(p)} = (f_1^{(p)}, \dots, f_{N_p}^{(p)}), p = 1, \dots, s\}.$$

Определения

Траекторная матрица

L -Траекторная матрица ряда F :

$$\mathcal{T}_{\text{SSA}}(F) = \begin{pmatrix} f_1 & f_2 & \dots & f_K \\ f_2 & f_3 & \dots & f_{K+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_L & f_{L+1} & \dots & f_N \end{pmatrix}.$$

для многомерного ряда \vec{F} :

$$\mathcal{T}_{\text{MSSA}}(\vec{F}) = [\mathcal{T}_{\text{SSA}}(F^{(1)}) : \dots : \mathcal{T}_{\text{SSA}}(F^{(s)})].$$

Из траекторной матрицы можно восстановить ряд.

L -Ранг ряда

L -Ранг ряда — это ранг его траекторной матрицы:

$$r_p = \text{rank}_L F = \text{rank } \mathcal{T}_{\text{SSA}}(F), \quad \text{rank}_L \vec{F} = \text{rank } \mathcal{T}_{\text{MSSA}}(\vec{F}).$$

Ранг ряда

Ряд называется рядом конечного ранга r , если его L -ранг равен r для любой длины окна L и любой достаточно большой длины N .

Алгоритмы SSA и MSSA для аппроксимации рядом ранга r

Вход: Ряд F_1 для SSA или многомерный ряд F для MSSA;
длина окна $L \leq N_1$ для SSA или $L \leq N_p$ для MSSA;
ранг аппроксимирующего ряда r .

Алгоритм

- ❶ Вложение. Временной ряд переводится в L -траекторную матрицу X
- ❷ Сингулярное разложение. Методом SVD матрица X раскладывается на сумму d матриц X_i ранга 1.
- ❸ Группировка. Первые r матрицы X_i суммируются.
- ❹ Восстановление. Полученная сумма матриц диагональным усреднением восстанавливаются в ряд.

Выход: Аппроксимирующий ряд конечного ранга r .

Линейная рекуррентная формула; управляемый ЛРФ ряд

Ряд $F_p = (f_i)_{i=1}^{N_p}$ — управляемый ЛРФ, если существуют такие a_1, \dots, a_d , что:

$$f_{i+d} = \sum_{k=1}^d a_k f_{i+d-k}, \quad 1 \leq i \leq N_p - d, \quad a_d \neq 0, \quad d < N_p - 1.$$

Прогноз ряда

Прогноз вещественного временного ряда F_p :

$$\tilde{f}_{N_p} = \sum_{k=1}^{L-1} a_k f_{N_p-k}.$$

Поддерживающие ряды MSSA

Линейная рекуррентная формула, управляемый ЛРФ ряд
Ряд $F_p = (f_i)_{i=1}^{N_p}$ — управляемый ЛРФ, если существуют такие a_1, \dots, a_d , что:

$$f_{i+d} = \sum_{k=1}^d a_k f_{i+d-k}, \quad 1 \leq i \leq N_p - d, \quad a_d \neq 0, \quad d < N_p - 1.$$

Прогноз ряда
Прогноз вещественного временного ряда F_p :

$$\tilde{f}_{N_p} = \sum_{k=1}^{L-1} a_k f_{N_p-k}.$$

ЛРФ позволяет прогнозировать ряд на одно значение, а поэтому на любое количество значений.

Пусть имеется временной ряд $F_1 = S_1 + R_1$, где

- Сигнал S_1 — ряд управляемый ЛРФ.
- Шум R_1 — ряд без структуры.

Задача: спрогнозировать сигнал S_1 .

Пусть помимо ряда F_1 имеется временной ряд F_2 .

Идея: использование ряда F_2 может улучшить прогноз сигнала S_1 .

- Второй ряд дает алгоритму больше данных, которые могут улучшить ЛРФ.
- Второй ряд может сделать прогноз хуже, если его структура отличается от первого.

Ошибка прогноза \tilde{S} сигнала S_1

$$\text{MSE}(\tilde{S}, S_1) = \frac{1}{N_f} \sum_{i=N+1}^{N+N_f} (\tilde{s}_i - s_i)^2$$

Поддерживающий ряд (для прогноза)

Ряд F_2 — поддерживающий, если

$$\text{MSE}(\tilde{S}_{\text{MSSA}}, S_1) < \text{MSE}(\tilde{S}_{\text{SSA}}, S_1)$$

Вопрос: Как понять, что ряд поддерживающий?

Согласованность

- Сигналы S_1, S_2 полностью согласованы, если $r_{\text{MSSA}} = r_1 = r_2$
- Сигналы S_1, S_2 полностью не согласованы, если $r_{\text{MSSA}} = r_1 + r_2$

Относительная ошибка

Относительная ошибка прогноза (восстановления)

$$error_{rel} = \frac{error_{SSA} - error_{MSSA}}{error_{SSA} + error_{MSSA}},$$

где $error_{SSA}$, $error_{MSSA}$ — ошибки прогноза (восстановления) методами SSA и MSSA соответственно.

Как интерпретировать значения относительной ошибки?

- значения больше 0 значат, что что MSSA лучше SSA;
- значения меньше 0 значат, что что MSSA хуже SSA;
- значения около 0 значат что ошибки примерно равны;
- значения далеко от 0 значат, что ошибки сильно отличаются.

Поддерживающие ряды MSSA

Относительная ошибка
Относительная ошибка прогноза (восстановления)

$$error_{rel} = \frac{error_{SSA} - error_{MSSA}}{error_{SSA} + error_{MSSA}},$$

где $error_{SSA}$, $error_{MSSA}$ — ошибки прогноза (восстановления) методами SSA и MSSA соответственно.

Как интерпретировать значения относительной ошибки?

- значения больше 0 значат, что что MSSA лучше SSA;
- значения меньше 0 значат, что что MSSA хуже SSA;
- значения около 0 значат что ошибки примерно равны;
- значения далеко от 0 значат, что ошибки сильно отличаются.

Значения относительной ошибки легко расположить на графике (она принимает значения от -1 до 1). По значению относительной ошибки легче понять, какой метод лучше (не надо сравнивать два значения ошибок, которые просто положительны и могут быть любых порядков). Но относительную ошибку нельзя считать когда $error_{SSA} = error_{MSSA} = 0$.

Как интерпретировать значения относительной ошибки?

Нормирование сигналов

Все сигналы в этом и следующих экспериментах будут нормироваться, чтобы амплитуда сигнала не влияла на ошибки прогноза и восстановления. Например, для косинуса:

$$s_j^{(i)} = A \cos\left(\frac{2\pi j}{T_i}\right), \text{ где } A \text{ — такая константа, что } \text{mean}(|s_j^{(i)}|) = 1.$$

Структура рядов

Первый ряд — простой сигнал, зависящий от параметра с аддитивным гауссовым шумом с дисперсией $\sigma_1^2 = 0.2^2$. Второй ряд — сигналом того же вида, с несколько отличающимся параметром и без шума.

Поддерживающие ряды MSSA

— Выбор количества компонент для MSSA

Когда сигналы похожи, их можно считать согласованными и лучше использовать (при прогнозе или восстановлении сигнала) ранг равный рангу одного сигнала. Когда сигналы отличаются, их следует считать не согласованными и использовать ранг равный сумме рангов сигналов.

Будет ли ошибка MSSA меньше при таком выборе ранга для алгоритма MSSA в восстановлении и прогнозе первого ряда. И будут ли при этом вторые ряды поддерживающими.

По определению, когда сигналы похожи, их можно считать согласованными и лучше использовать (при прогнозе или восстановлении сигнала) ранг равный рангу одного сигнала. Когда сигналы отличаются, их следует считать не согласованными и использовать ранг равный сумме рангов сигналов. Исследуем, будет ли ошибка MSSA меньше при таком выборе ранга для алгоритма MSSA в восстановлении и прогнозе первого ряда. И будут ли при этом вторые ряды поддерживающими.

Выберем в качестве первого ряда простой сигнал, зависящий от па-

Нормирование сигналов

Все сигналы в этом и следующих экспериментах будут нормироваться, чтобы амплитуда сигнала не влияла на ошибки прогноза и восстановления. Например, для косинуса:

$$s_j^{(i)} = A \cos\left(\frac{2\pi j}{T_i}\right), \text{ где } A \text{ — такая константа, что } \text{mean}(|s_j^{(i)}|) = 1.$$

Структура рядов

Первый ряд — простой сигнал, зависящий от параметра с аддитивным гауссовым шумом с дисперсией $\sigma_1^2 = 0.2^2$. Второй ряд — сигналом того же вида, с несколько отличающимся параметром и без шума.

Относительные ошибки для косинуса

Функция для сигналов

$$s_j^{(i)} = A \cos\left(\frac{2\pi j}{T_i}\right).$$

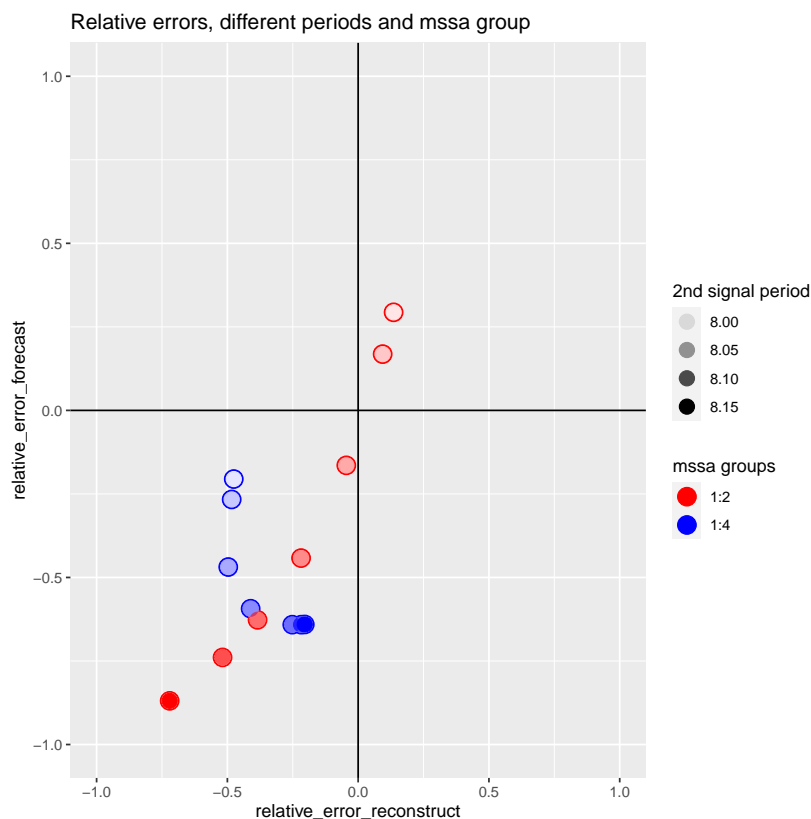
Сигнал $S^{(1)}$

— косинус с периодом

$T_1 = 8$. Сигналы

$S^{(2)}$ — косинусы

с периодами $T_2 \in \{8, 8.02, 8.04, 8.06, 8.08, 8.1, 8.15\}$. Длина ряда $N = 100$, длина прогноза $N_{for} = 20$.



12/27

Ткаченко Егор Андреевич, гр.19.Б04-мм

Поддерживающие ряды MSSA

Поддерживающие ряды MSSA

└ Относительные ошибки для косинуса

Относительные ошибки для косинуса



Функция для сигналов — $s_j^{(i)} = A \cos\left(\frac{2\pi j}{T_i}\right)$. Сигнал $S^{(1)}$ — косинус с периодом $T_1 = 8$. Сигналы $S^{(2)}$ — косинусы с периодами $T_2 \in \{8, 8.02, 8.04, 8.06, 8.08, 8.1, 8.15\}$.

Ранг косинуса равен 2, поэтому для MSSA используются первые 2 или первые 4 компоненты разложения, а для SSA только 2.

На графике видим, что с увеличением разницы периодов рядов использование четырех компонент становится лучше и для прогноза и для восстановления сигнала, но при этом второй ряд является поддерживающим только для случаев, когда второй сигнал совпадает с первым или очень близок к нему, а ранг для MSSA 2.

Функция для сигналов
 $s_j^{(i)} = A \exp(j \lambda_i)$.

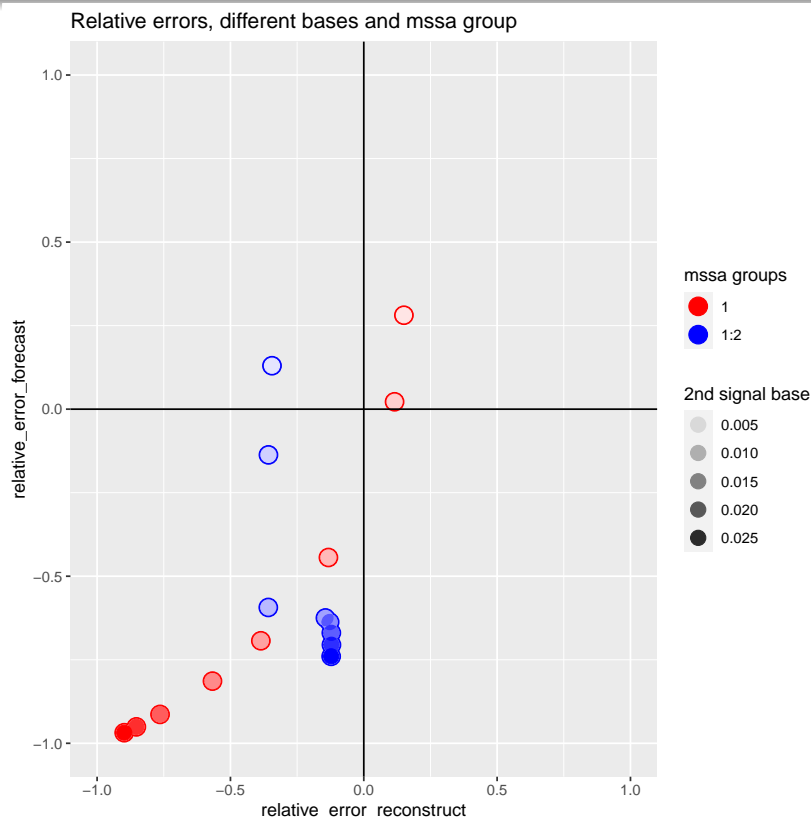
Сигнал

$S^{(1)}$ — экспонента

с $\lambda_1 = 0.005$. Сигналы

$S^{(2)}$ — экспонента

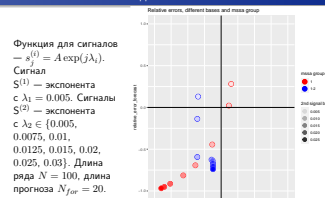
с $\lambda_2 \in \{0.005, 0.0075, 0.01, 0.0125, 0.015, 0.02, 0.025, 0.03\}$. Длина ряда $N = 100$, длина прогноза $N_{for} = 20$.



Поддерживающие ряды MSSA

└ Относительные ошибки для экспоненты

Относительные ошибки для экспоненты



Функция для сигналов $s_j^{(i)} = A \exp(j \lambda_i)$. Сигнал $S^{(1)}$ — нормированная показательная функция с $\lambda_1 = 0.005$. Сигналы $S^{(2)}$ — нормированная показательная функция с $\lambda_2 \in \{0.005, 0.0075, 0.01, 0.0125, 0.015, 0.02, 0.025, 0.03\}$.

Ранг показательной функции равен 1, поэтому для MSSA используется первая или первые 2 компоненты разложения, а для SSA только первая.

На графике видим похожий результат: с отдалением λ_2 от λ_1 использование двух компонент становится лучше. Второй ряд поддерживающий только для случаев, когда он равен первому или очень близок к нему, но на этот раз не только когда ранг для алгоритма MSSA равен рангу ряда.

Относительные ошибки для косинуса с модуляцией ($T = \text{const}$)

Функция

для сигналов — $s_j^{(i)} = A \exp(j\lambda_i) \cos(\frac{2\pi j}{8})$.

Сигнал $S^{(1)}$ —

функция с $\lambda_1 = 0.005$.

Сигналы $S^{(2)}$ —

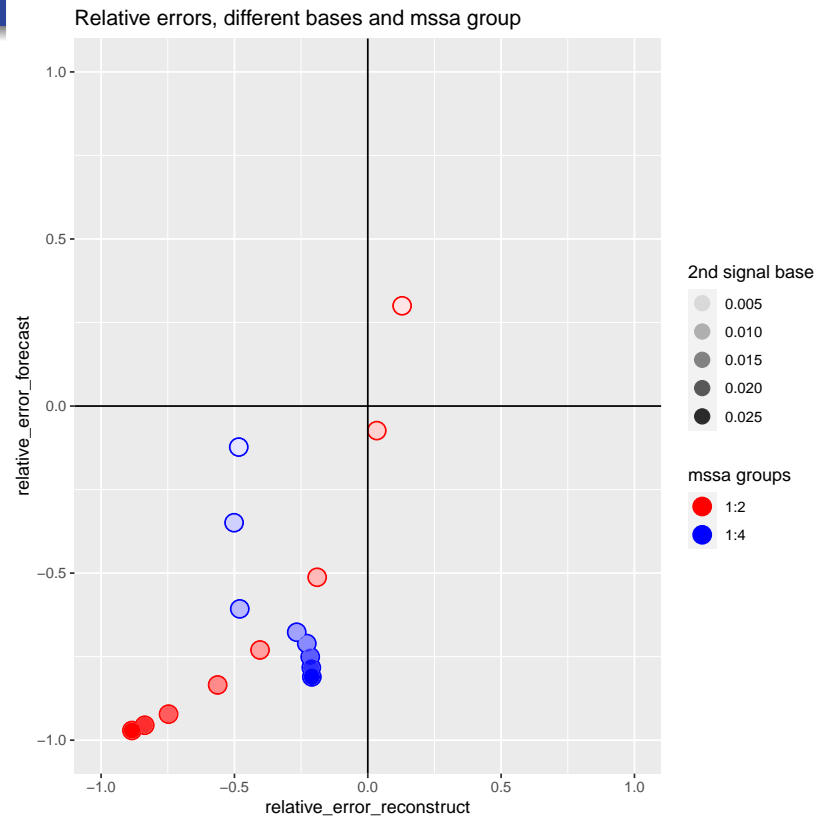
функция с $\lambda_2 \in \{0.005, 0.0075, 0.01,$

$0.0125, 0.015, 0.02,$

$0.025, 0.03\}$. Длина

ряда $N = 100$, длина

прогноза $N_{for} = 20$.



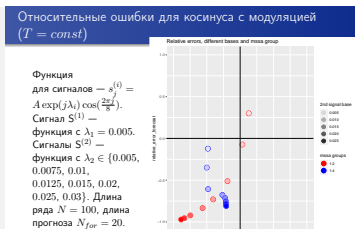
14/27

Ткаченко Егор Андреевич, гр.19.Б04-мм

Поддерживающие ряды MSSA

Поддерживающие ряды MSSA

— Относительные ошибки для косинуса с модуляцией ($T = \text{const}$)



Функция для сигналов — $s_j^{(i)} = A \exp(j\lambda_i) \cos(\frac{2\pi j}{8})$. Сигнал $S^{(1)}$ — функция с $\lambda_1 = 0.005$. Сигналы $S^{(2)}$ — функция с $\lambda_2 \in \{0.005, 0.0075, 0.01, 0.0125, 0.015, 0.02, 0.025, 0.03\}$.

Ранг косинуса с модуляцией равен 2, поэтому для MSSA используются первые 2 или первые 4 компоненты разложения, а для SSA только 2.

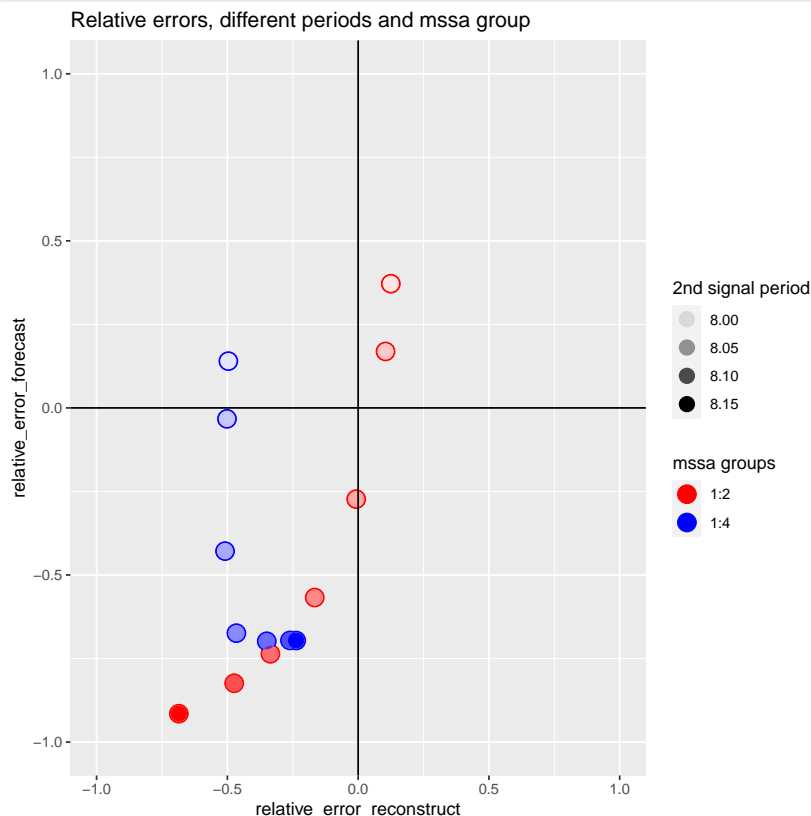
На графике видим аналогичный результат для косинусов с модуляцией при изменении модулирующей функции.

Относительные ошибки для косинуса с модуляцией ($\lambda = \text{const}$)

Функция

для сигналов — $s_j^{(i)} = A \exp(0.02j) \cos(\frac{2\pi j}{T_i})$.

Сигнал $S^{(1)}$ — функция с $T_1 = 8$. Сигналы $S^{(2)}$ — функция с $T_2 \in \{8, 8.02, 8.04, 8.06, 8.08, 8.1, 8.15\}$. Длина ряда $N = 100$, длина прогноза $N_{for} = 20$.



15/27

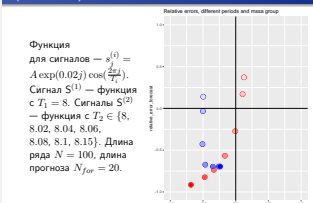
Ткаченко Егор Андреевич, гр.19.Б04-мм

Поддерживающие ряды MSSA

Поддерживающие ряды MSSA

└ Относительные ошибки для косинуса с модуляцией ($\lambda = \text{const}$)

Относительные ошибки для косинуса с модуляцией ($\lambda = \text{const}$)



Функция для сигналов — $s_j^{(i)} = A \exp(0.02j) \cos(\frac{2\pi j}{T_i})$. Сигнал $S^{(1)}$ — функция с $T_1 = 8$. Сигналы $S^{(2)}$ — функция с $T_2 \in \{8, 8.02, 8.04, 8.06, 8.08, 8.1, 8.15\}$.

Ранг косинуса с модуляцией равен 2, поэтому для MSSA используются первые 2 или первые 4 компоненты разложения, а для SSA только 2. На графике видим аналогичный результат для косинусов с модуляцией при изменении модулирующей функции.

Для всех видов сигналов при отклонении второго сигнала от первого всегда наступал момент, когда использование удвоенного ранга дает меньшие ошибки прогноза и восстановления.

Поддерживающие ряды MSSA

└─Результат первого эксперимента

Результат первого эксперимента

Для всех видов сигналов при отклонении второго сигнала от первого всегда наступал момент, когда использование удвоенного ранга дает меньшие ошибки прогноза и восстановления.

Но при этом, второй ряд редко оказывался поддерживающим, потому что большая часть наблюдений находилась в нижней левой четверти.

Ошибки прогноза для разных шумов первого ряда и параметров второго ряда

Гипотеза: при увеличении шума первого ряда, MSSA станет лучше для любого отклонения второго ряда. Если это так, то можно найти зависимость граничного значения σ_1 (при котором SSA становится хуже MSSA) от изменения параметра второго сигнала.

17/27

Ткаченко Егор Андреевич, гр.19.Б04-мм

Поддерживающие ряды MSSA

Поддерживающие ряды MSSA

└ Ошибки прогноза для разных шумов первого ряда и параметров второго ряда

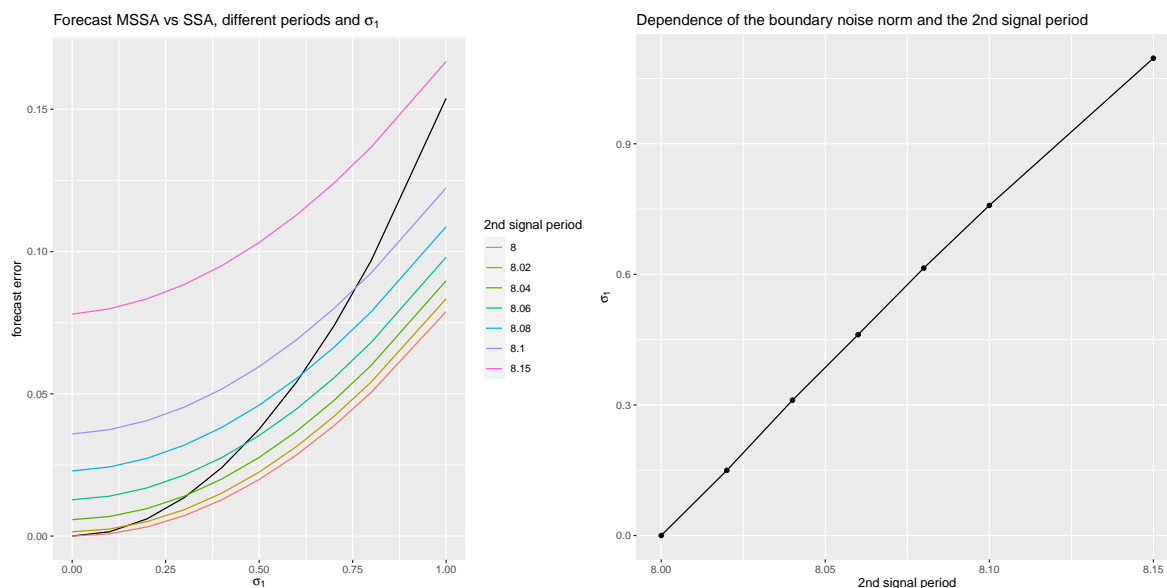
Ошибки прогноза для разных шумов первого ряда и параметров второго ряда

Гипотеза: при увеличении шума первого ряда, MSSA станет лучше для любого отклонения второго ряда. Если это так, то можно найти зависимость граничного значения σ_1 (при котором SSA становится хуже MSSA) от изменения параметра второго сигнала.

Никита Федоров в своей выпускной квалификационной работе изучал влияние величины второго шума на результаты работы SSA, MSSA, ProjSSA [2, глава 3, стр. 17]. Рассмотрим влияние величины первого шума на прогноз SSA и MSSA, с не зашумленным вторым рядом.

Как и в первом эксперименте, выберем в качестве первого ряда простой сигнал, зависящий от параметра с аддитивным гауссовым шумом с несколькими значениями дисперсией σ_1^2 . Второй ряд будет простым сигналом того же вида, с несколько отличающимся параметром и без шума. Спрогнозируем первый ряд с помощью SSA и MSSA используя в алгоритме ранг равный рангу сигнала.

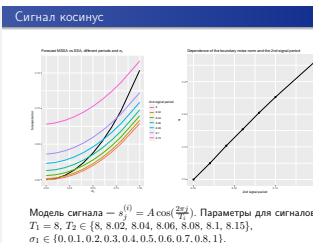
Если графики ошибок прогноза SSA и MSSA будут пересекаться, то найдем значения σ_1 при которых это происходит, это и будут граничные значения σ_1 .



Модель сигнала — $s_j^{(i)} = A \cos(\frac{2\pi j}{T_i})$. Параметры для сигналов:
 $T_1 = 8$, $T_2 \in \{8, 8.02, 8.04, 8.06, 8.08, 8.1, 8.15\}$,
 $\sigma_1 \in \{0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 1\}$.

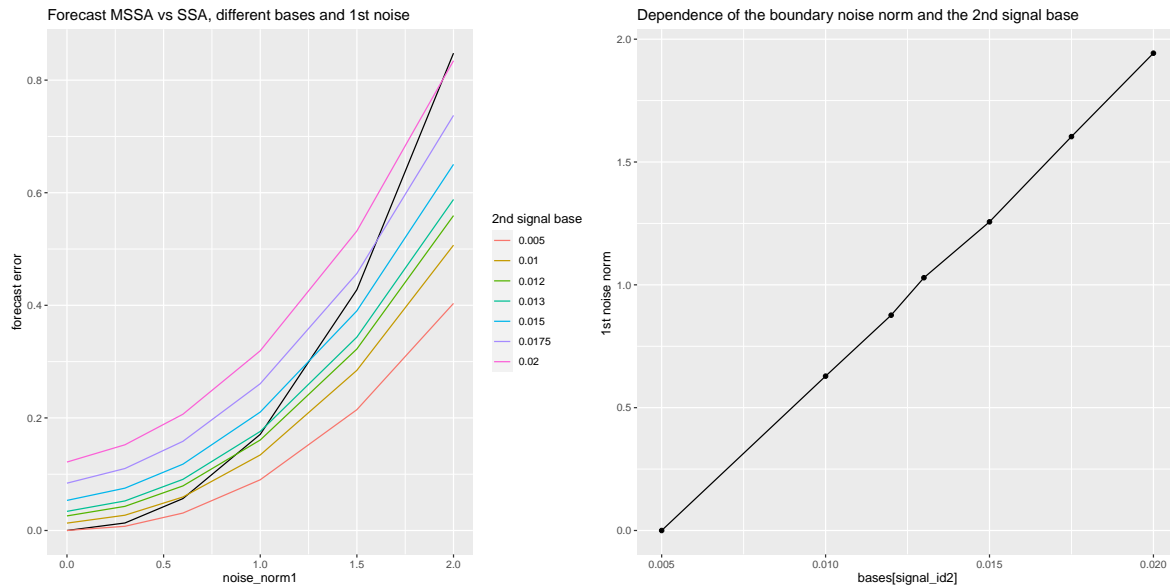
Поддерживающие ряды MSSA

└ Сигнал косинус



На левом графике видим, что график ошибки прогноза SSA (черная линия) пересекает все графики ошибок прогноза MSSA кроме одного, но они очевидно пересекутся при большем σ_1 . Пересечения графиков будем искать с помощью интерполяции, а для случаев, когда пересечения не было — с помощью экстраполяции.

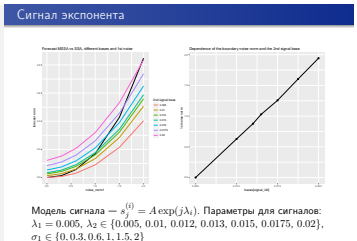
На правом графике изображены полученные граничные значения σ_1 для каждого второго сигнала. Видна линейная зависимость.



Модель сигнала — $s_j^{(i)} = A \exp(j\lambda_i)$. Параметры для сигналов:
 $\lambda_1 = 0.005$, $\lambda_2 \in \{0.005, 0.01, 0.012, 0.013, 0.015, 0.0175, 0.02\}$,
 $\sigma_1 \in \{0, 0.3, 0.6, 1, 1.5, 2\}$

Поддерживающие ряды MSSA

└ Сигнал экспонента



Модель сигнала — $s_j^{(i)} = A \exp(j\lambda_i)$. Параметры для сигналов:
 $\lambda_1 = 0.005$, $\lambda_2 \in \{0.005, 0.01, 0.012, 0.013, 0.015, 0.0175, 0.02\}$,
 $\sigma_1 \in \{0, 0.3, 0.6, 1, 1.5, 2\}$, ранг экспоненты - 1.

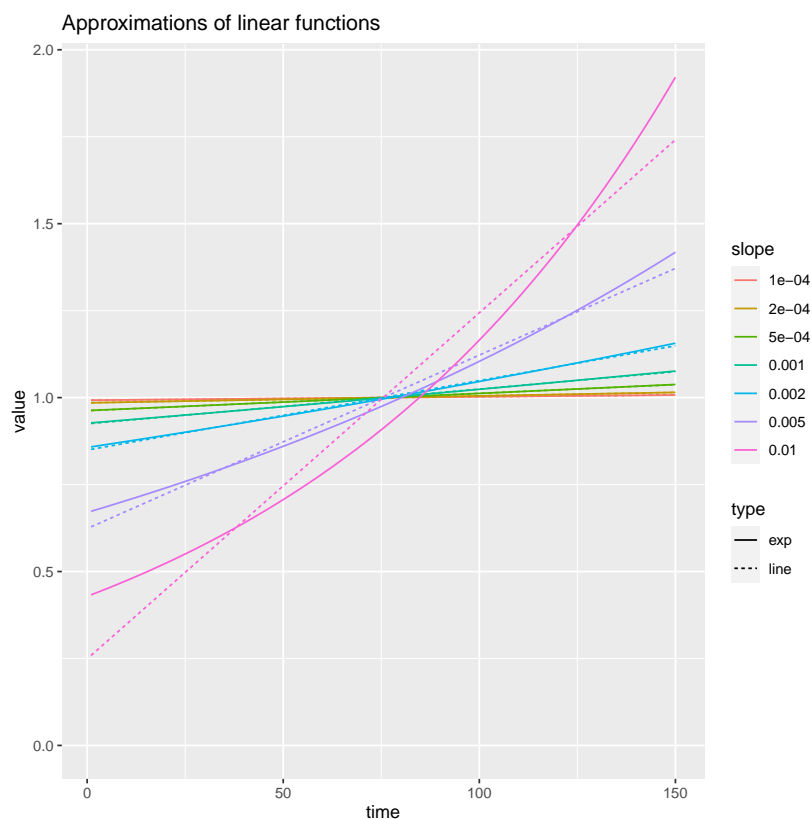
На левом графике видим, что график ошибки прогноза SSA (черная линия) пересекает все графики ошибок прогноза MSSA кроме одного, но они очевидно пересекутся при большем σ_1 .

На на правом графике изображены полученные граничные значения σ_1 для каждого второго сигнала. Видна линейная зависимость.

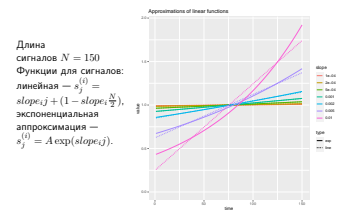
Гипотеза подтверждена, зависимость граничных значений σ_1 от отклонения второго сигнала линейная.

Третий эксперимент: линейные сигналы

Длина
сигналов $N = 150$
Функции для сигналов:
линейная — $s_j^{(i)} =$
 $slope_{ij} + (1 - slope_{ij} \frac{N}{2})$,
экспоненциальная
аппроксимация —
 $s_j^{(i)} = A \exp(slope_{ij})$.



Третий эксперимент: линейные сигналы



Как видно на графике иногда линейный сигнал можно хорошо аппроксимировать показательной функцией. Причем, качество приближения зависит от угла наклона. Из-за того, что ранг линейного сигнала равен 2, а показательного — 1, становится интересно, можно ли использовать экспоненциальный сигнал как поддерживающий для линейного?

Сравнение линейного ряда и его аппроксимации как поддерживающих рядов

Длина известного ряда $N = 100$. длина прогноза $N_{for} = 20$.

Функции для сигналов:

линейная — $s_j^{(i)} = slope_i j + (1 - slope_i \frac{N}{2})$,

экспоненциальная аппроксимация — $A \exp(slope_i j)$.

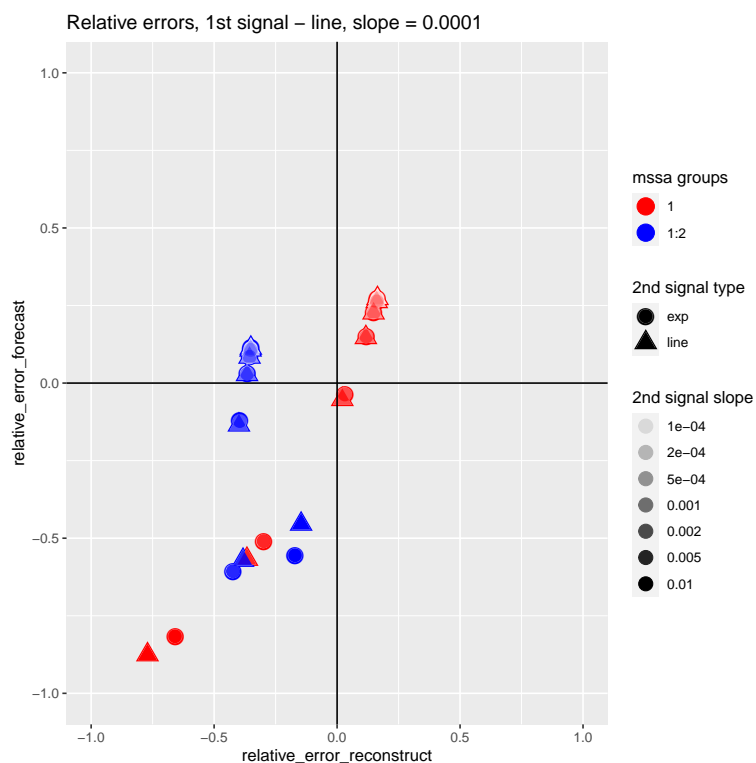
Сигнал $S^{(1)}$ — линейный с наклоном $slope_1 \in \{0.0001, 0.01\}$.

Сигналы $S^{(2)}$ — линейные экспоненциальные с наклонами $slope_2 \in \{0.0001, 0.0002, 0.0005, 0.001, 0.002, 0.005, 0.01\}$.

Шум первого ряда — аддитивный гауссовский с $\sigma_1 = 0.2$.

Второй ряд без шума.

Сравнение линейного ряда и его аппроксимации как поддерживающих рядов



23/27

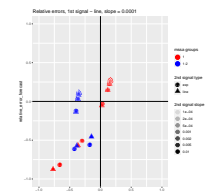
Ткаченко Егор Андреевич, гр.19.Б04-мм

Поддерживающие ряды MSSA

Поддерживающие ряды MSSA

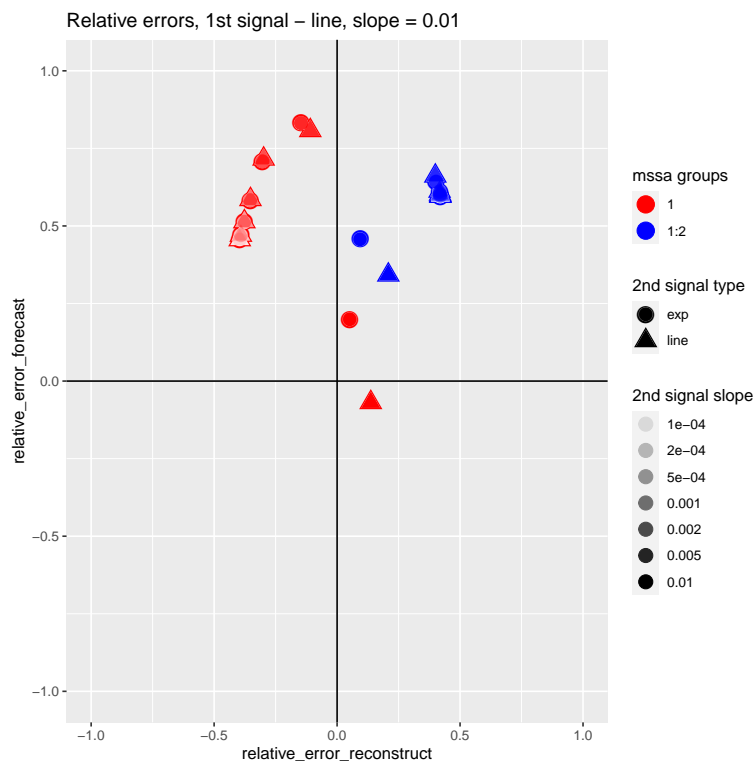
— Сравнение линейного ряда и его аппроксимации как поддерживающих рядов

Сравнение линейного ряда и его аппроксимации как поддерживающих рядов



MSSA хуже SSA при больших разницах наклона и наоборот для похожих сигналов. Но для восстановления двумя компонентами SSA всегда лучше. Линейная функция и ее аппроксимация поддерживают примерно одинаково.

Сравнение линейного ряда и его аппроксимации как поддерживающих рядов



24/27

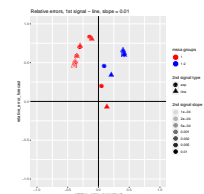
Ткаченко Егор Андреевич, гр.19.Б04-мм

Поддерживающие ряды MSSA

Поддерживающие ряды MSSA

└ Сравнение линейного ряда и его аппроксимации как поддерживающих рядов

Сравнение линейного ряда и его аппроксимации как поддерживающих рядов



На графике при использовании ранга 2 в алгоритме MSSA ошибка прогноза и восстановления меньше чем SSA почти для любого второго ряда. Использование ранга 1 может дать еще меньшую ошибку, но редко.

Так как первая компонента разложения линейного ряда оказалась не экспонентой, это значит, что сигналы не полностью согласованы.

Для линейных функций с большим наклоном алгоритм MSSA дает результат лучше чем SSA, а маленьким наклоном наоборот.

Заключение

Найдено много интересных зависимостей.

Экспоненциальную аппроксимацию линейного ряда можно использовать в качестве поддерживающего ряда для линейных рядов с большим наклоном.

└─ Заключение

Найдено много интересных зависимостей.
Экспоненциальную аппроксимацию линейного ряда можно использовать в качестве поддерживающего ряда для линейных рядов с большим наклоном.

Найдено много интересных зависимостей: линейная зависимость граничного значения среднеквадратичного отклонения и изменения параметра поддерживающего ряда, экспоненциальная зависимость доли второй компоненты в линейном ряду, степенная зависимость дисперсии шума при котором теряется вторая компонента линейного ряда от угла наклона.

Экспоненциальную аппроксимацию линейного ряда можно использовать в качестве поддерживающего ряда для линейных рядов с большим наклоном. еще я придумал как отображать на двумерном графике отношение 4 ошибок, конечно не без потерь информации.

Список литературы



Golyandina N, Korobeynikov A, Zhigljavsky A. Singular Spectrum Analysis with R. — Springer, 2018. — P. 272.



Федоров Н. Поддерживающие временные ряды в анализе сингулярного спектра. — 2020. — выпускная квалификационная работа магистра, СПбГУ, СПб.

- Golyandina N, Korobeynikov A, Zhigljavsky A. Singular Spectrum Analysis with R. — Springer, 2018. — P. 272.
- Федоров Н. Поддерживающие временные ряды в анализе сингулярного спектра. — 2020. — выпускная квалификационная работа магистра, СПбГУ, СПб.

На данном слайде представлен список основных источников, используемых в моей работе.