

第35题——剪绳子I

给你一根长度为 n 的绳子，请把绳子剪成整数长度的 m 段 (m 、 n 都是整数， $n > 1$ 并且 $m > 1$)，每段绳子的长度记为 $k[0], k[1] \dots k[m-1]$ 。请问 $k[0]k[1] \dots k[m-1]$ 可能的最大乘积是多少？例如，当绳子的长度是8时，我们把它剪成长度分别为2、3、3的三段，此时得到的最大乘积是18。

示例 1:

输入：2

输出：1

解释: $2 = 1 + 1, 1 \times 1 = 1$

示例 2:

输入：10

输出：36

解释: $10 = 3 + 3 + 4, 3 \times 3 \times 4 = 36$

提示:

$2 \leq n \leq 58$

贪心算法(1)

思路:

对 $f(n)$ 取余然后求幂次方

分成三种情况:

1、余1，则取一个3补成4比较划算，与补1凑成2个2是一样的 2、余2，则不补，因为前面说的，5不如拆成2和3划算 3、余0

```

class Solution {
public:
    int cuttingRope(int n) {
        if(n<=3){
            return n-1;
        }
        if(n%3==2){
            return pow(3,n/3)*2;
        }
        else if(n%3==1){
            return pow(3,(n/3)-1)*4;
        }
        else{
            return pow(3,n/3);
        }
    }
};

```

动态规划(2)

有三种情况是比较特殊的:

1. 长度为1时, 没法剪, 最大乘积为0
2. 长度为2时, 最大乘积为 $1 \times 1 = 1$
3. 长度为3时, 最大乘积为 $1 \times 2 = 2$

所以我们先创建数组来存储这些值:

`vector dp(n + 1, 0);`

`dp[i]`表示剪长度为`i`的绳子所能得到的最大乘积, `dp[n]`表示长度为`n`的绳子

所以数组的长度要为`n+1`

上面我们已经分析过了,长度 ≤ 3 时,就不应该接着剪了,因为剪掉之后的乘积 $<$ 长度`n`;

因此,我们只循环 > 3 的部分即可

外层循环`i`表示每一段要剪的绳子, 去掉特殊情况从4开始

内层循环`j`表示将绳子剪成长度为`j`和`i-j`的两段

`dp[i]`记录当前长度绳子剪过之后的最大乘积

1. `j`只需要遍历到`i/2`就可以了, 两边对称的。比如4剪成 1|3 和 3|1 结果是一样的
2. 这样双层循环就相当于从下向上完成了剪绳子的逆过程
3. 剪绳子本来是将大段的绳子剪成小段, 然后再在每小段上继续剪
4. 双层循环中外层循环从4开始一直到原始绳子长度`n`, 每一段都到内层循环进行剪绳子
5. 这样就得到长度在 $[4, n]$ 区间内的每段绳子剪过之后的最大乘积

最后我们返回绳子的最大乘积-->长度为n的最大乘积就是dp[n]

```
class Solution {
public:
    int cuttingRope(int n) {
        if(n<=3)
        {
            return n-1;
        }
        vector<int> dp(n+1,0); //创建大小为n+1的数组并初始化为0
        dp[0]=0; dp[1]=1; dp[2]=2; dp[3]=3;

        for(int i=4; i<=n; i++){
            for(int j=1; j<=i/2; j++){
                //循环i/2次, 得到最大的乘积dp[i]
                dp[i]=max(dp[i], dp[j]*dp[i-j]);
            }
        }
        return dp[n];
    }
};
```