

Practica de Laboratorio: Repaso Control en Espacio de Estados

Arango Juan Pablo y Padilla Alejandro

{est.juan.arango1, est.alejandro.padi}@unimilitar.edu.co

Profesor: Mauledoux Mauricio

Resumen: En el presente documento se muestra el proceso y desarrollo que se realizó para hallar el modelo de la planta respectiva para esta práctica, también la implementación de reguladores, observadores y servosistemas desarrollados por distintos métodos (Igualación de polos, Matriz de transformación T y Ackermann) para la planta la cual contiene una perturbación tipo seno. Esto se realizó de manera teórica y utilizando el software MATLAB.

Palabras clave: Modelo, Perturbación, Forma Canónica Controlable y Observable, Reguladores, Observadores, Servosistema, Estados, Matriz de Controlabilidad, Igualación de polos, Matriz de Transforma T, Ackermann.

I. INTRODUCCIÓN

En la vida cotidiana se encuentran sistemas, los cuales en conjunto relacionan variables físicas las cuales interaccionan para formar el sistema, hay diferentes tipos de sistemas como lo son, mecánicos, hidráulicos y eléctricos entre otros tipos que existen. Para poder representar y poder ver el comportamiento de dicho sistema que con ayuda de ecuaciones diferenciales se puede modelar dicho comportamiento del sistema, con lo cual se nos permita ver las variables que influyen en dichos sistemas como las fricciones, la gravedad y demás factores que puedan afectar la vida de los mecanismos usados.

En este caso se realizó el control de un sistema masa resorte con perturbación, mediante espacio de estados el cual comprende todo el sistema desde sus entradas hasta las salidas del sistema. Teniendo en cuenta el comportamiento de la planta se diseñan controladores para poder manejar el comportamiento del sistema y lograr que al sistema no lo afecten las perturbaciones.

II. DESARROLLO DE LA PRÁCTICA

Modelado del sistema

Para empezar, esta práctica empezamos identificando la planta:

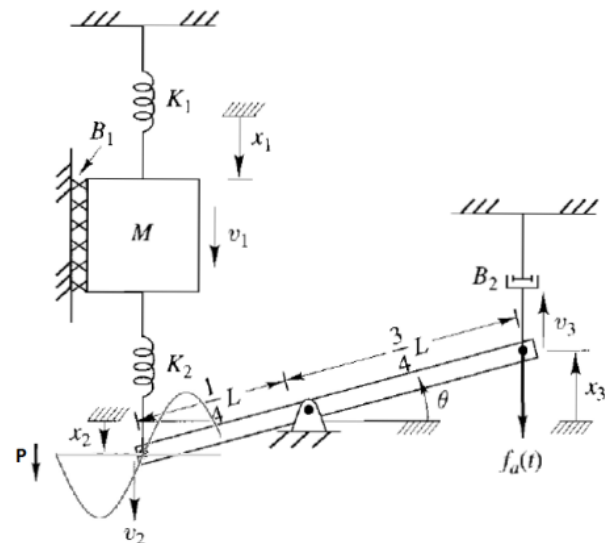


Figura 1: Planta.

Como se puede observar en la Figura 1, la planta consta de una masa (M) y una palanca, así mismo, posee una entrada de fuerza ($f_a(t)$) ubicada en el extremo derecho de la palanca y una perturbación tipo Seno ubicada en el extremo izquierdo de la palanca.

Para empezar, identificamos los elementos de la planta a los cuales les debemos sacar las ecuaciones diferenciales que modelan su comportamiento. En este caso, los elementos a los cuales se les debe realizar ese proceso son la masa (M) y la palanca.

Empezamos modelando la masa (M), para ello realizamos DCL (Diagrama de Cuerpo Libre) para identificar las fuerzas que actúan sobre esta masa y así mismo, la dirección en la que se mueve, todo esto implementado la segunda ley de Newton:

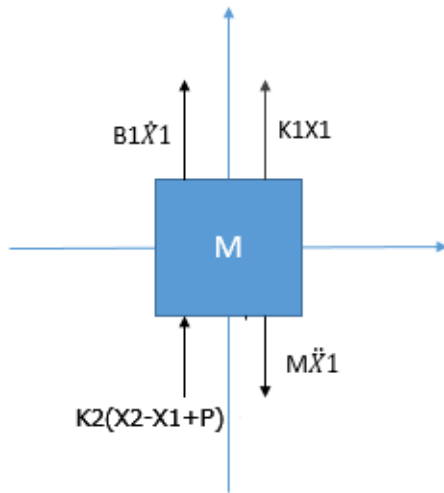


Figura 2: DCL para la masa (M).

Nótese que existen 3 fuerzas y una aceleración. Las fuerzas que se presentan son: La fuerza en oposición al movimiento generada por el resorte 1 (K1), la fuerza en oposición al movimiento generada por el resorte 2 (K2) y la fuerza de fricción generada por el contacto entre la masa y una “pared” que también se opone al movimiento. Una vez identificadas las fuerzas procedemos a implementar la segunda ley de Newton:

$$\sum f = ma$$

$$M\ddot{x}_1 = k_2 \left(\frac{x_3}{3} - x_1 + P \right) - B_1\dot{x}_1 - k_1x_1$$

$$(1) \ddot{x}_1 = \frac{k_2 \left(\frac{x_3}{3} - x_1 + P \right) - B_1\dot{x}_1 - k_1x_1}{M}$$

Ahora, realizamos el DCL para la palanca:

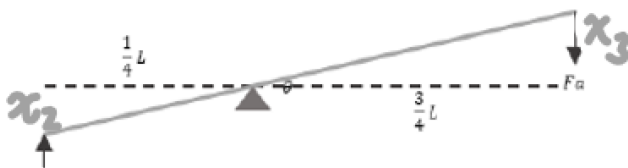


Figura 3: DCL para la palanca.

$$\sum \tau = 0$$

$$\frac{k_2 \left(\frac{x_3}{3} - x_1 + p \right) L}{4} + \frac{3Lf_a}{4} + \frac{3LB_2(\dot{x}_3 + 3\dot{P})}{4} = 0$$

$$(2) \frac{\frac{k_2x_3}{3} + k_2x_1 - k_2x_1 - k_2P + 3f_a - 9B_2\dot{p}}{3B_2} = 0$$

Procedemos a reconocer el espacio de estados, en este caso serán:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k_1+k_2}{M} & -\frac{B_1}{M} & \frac{k_2}{3M} \\ \frac{k_2}{3B_2} & 0 & -\frac{k_2}{9B_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \dot{x}_1 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{B_2} \end{bmatrix} fa + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_2}{M} \\ -\frac{k_2}{3B_2} \end{bmatrix} P + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix} \dot{P}$$

$$y = [1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ \dot{x}_1 \\ x_3 \end{bmatrix} + 0$$

Ahora, identificamos las matrices A, B, C y D:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k_1+k_2}{M} & -\frac{B_1}{M} & \frac{k_2}{3M} \\ \frac{k_2}{3B_2} & 0 & -\frac{k_2}{9B_2} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{B_2} \end{bmatrix} \quad C = [1 \ 0 \ 0]$$

$$D = 0$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_2}{M} \\ -\frac{k_2}{3B_2} \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Una vez planteadas las matrices procedemos a ponerle valores a las constantes del sistema, es decir: la masa (M), las constantes de elasticidad de los resortes (K1 y K2), la longitud de la palanca (L) y las constantes de fricción viscosa (B1 y B2).

$$K1=20;K2=200;B1=10;B2=10;M=300;$$

Por lo anterior, se reemplazaron los valores respectivos en cada matriz, lo cual, permitió obtener la función de transferencia mediante el software utilizado:

$$0.02222$$

$$s^3 + 2.256 s^2 + 0.8074 s + 0.1481$$

Recordemos que el grado de un sistema está dado por el grado del polinomio característico, es decir el denominador de la función de transferencia, en este caso el grado del sistema es 3.

Con las matrices que describen el comportamiento de nuestra planta, realizamos la simulación en Simulink para observar su respuesta ante una entrada escalón en lazo abierto y con la perturbación presente:

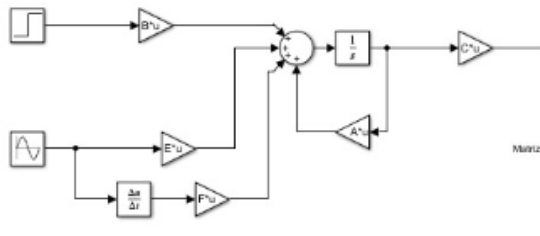


Figura 4: Simulación Planta (Lazo Abierto).

Forma canónica controlable y observable

Posteriormente, procedemos a hallar las matrices de controlabilidad y la forma canónica controlable, para ello nos remontamos a las fórmulas y definición de matriz de controlabilidad, pesos y demás como se muestra en la sección a continuación:

```
PC=coeffs(collect(det(s*eye(3)-A))); %POLINOMIO CARACTERISTICO
M=[B A*B (A^2)*B] %MATRIZ DE CONTROLABILIDAD
M1=[E A*E (A^2)*E]; %MATRIZ DE CONTROLABILIDAD E
M2=[F A*F (A^2)*F]; %MATRIZ DE CONTROLABILIDAD F
O=[C;C*A;C*(A^2)];
W=[double(PC(2)) double(PC(3)) 1;
    double(PC(3)) 1 0;
    1 0 0]; %MATRIZ DE PESOS
T=M*W;
T1=M1*W;
T2=M2*W;
Q=inv(W*O);
%FORMA CANONICA CONTROLABLE
Ac=inv(T)*A*T
Bc=inv(T)*B
Cc=C*T
Ec=inv(T)*E
Fc=inv(T)*F
%FORMA CANONICA OBSERVABLE
Ao=inv(Q)*A*Q
Bo=inv(Q)*B
Co=C*Q
Eo=inv(Q)*E
Fo=inv(Q)*F
```

Figura 5: Formulas de transformación.

Nótese que se está realizando la transformación de las matrices a su forma canónica y observable teniendo en cuenta como factor clave la matriz de transformación T, en el caso de controlabilidad, y la matriz de transformación Q en observabilidad cada una, a su vez, dependientes de las matrices de pesos y controlabilidad

según la forma correspondiente. Los resultados de lo expuesto se muestran a continuación:

Para la forma canónica controlable será:

$$AC = \begin{bmatrix} -0.0000 & 1.0000 & -0.0000 \\ 0.0000 & -0.0000 & 1.0000 \\ -0.1481 & -0.8074 & -2.2556 \end{bmatrix}$$

BC

$$\begin{bmatrix} 0.0000 \\ 0 \\ 1.0000 \end{bmatrix}$$

CC =

$$\begin{bmatrix} 0.0222 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

EC =

$$\begin{bmatrix} -0.0000 \\ 30.0000 \\ -67.6667 \end{bmatrix}$$

FC =

$$\begin{bmatrix} -0.0000 \\ 0 \\ -30.0000 \end{bmatrix}$$

Y para la forma canónica observable:

$$\begin{bmatrix} 0.0000 & -0.0000 & -0.1481 \\ 1.0000 & -0.0000 & -0.8074 \\ 0.0000 & 1.0000 & -2.2556 \end{bmatrix}$$

Bo =

$$\begin{bmatrix} 0.0222 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \end{bmatrix}$$

Co =

$$\begin{bmatrix} -0.0000 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

Eo =

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0.6667 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Fo =

$$\begin{bmatrix} -0.6667 \\ -0.0000 \\ -0.0000 \end{bmatrix}$$

Con estas matrices procedemos a realizar la simulación en Simulink:

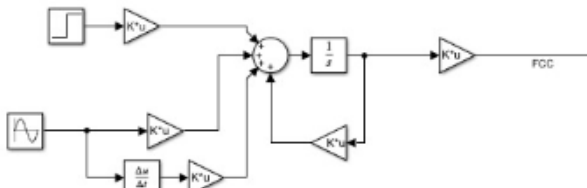


Figura 6: Simulación Planta canónica controlable (Lazo Abierto).

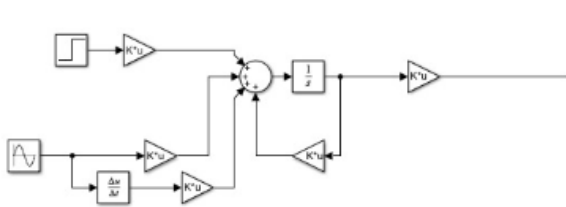


Figura 7: Simulación Planta canónica observable (Lazo Abierto).

La respuesta de los sistemas se muestra en la figura 5 en donde se observa que, en todas sus formas, el sistema es estable.

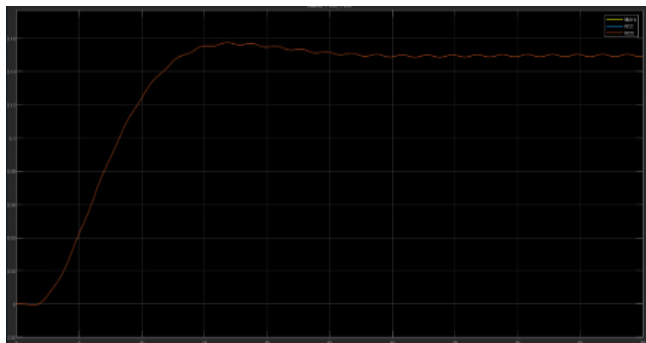


Figura 8: Gráfica Planta (Lazo Abierto) vs Forma Canónica Controlable (Lazo Abierto) vs Forma canónica Observable (Lazo Abierto).

Reguladores

Como Segundo índice de la practica tenemos los reguladores los cuales para las constantes k de dichos controladores se calcularon por diferentes métodos: igualación de polos, matriz de transformación T y Ackermann. Cabe resaltar que todos los reguladores los realizamos de manera subamortiguada, es decir, que la constante de amortiguación ζ se encuentra entre 0 y 1, en este caso, elegimos ζ de 1 para los críticamente amortiguados y 0.7 para la respuesta subamortiguada.

Regulador por igualación de polos

Se inicia con el regulador por igualación de polos. En primer lugar, se identificaron las matrices A y B de la

planta que se calcularon anteriormente, lo cual es seguido por la determinación de polinomios deseado y característico para cada caso de amortiguamiento y, por último, se realiza una igualación entre sus coeficientes para despejar los valores correspondientes de las ganancias del regulador. Lo expuesto se muestra a continuación:

```
%REGULADOR CRITICAMENTE AMORTIGUADO POR IGUALACION
syms k1 k2 k3
K=[k1 k2 k3];
PC=collect(det(s*eye(3)-(A-B*K)));
coefPC=vpa(fliplr(coeffs(PC,s)),5);
zita=1;
ts=20;
wn=4/(zita*ts);
coefPD=fliplr(coeffs((s^2+(2*zita*wn)*s+wn^2)*(s+5*zita*wn),s));
[k1, k2, k3]=vpasolve(coefPC==coefPD,[k1 k2 k3])

%REGULADOR SUBAMORTIGUADO POR IGUALACION
PC=collect(det(s*eye(3)-(A-B*K)));
coefPC=vpa(fliplr(coeffs(PC,s)),5);
zita=0.7;
ts=20;
wn=4/(zita*ts);
coefPD=fliplr(coeffs((s^2+(2*zita*wn)*s+wn^2)*(s+5*zita*wn),s));
[k1, k2, k3]=vpasolve(coefPC==coefPD,[k1 k2 k3])
```

Figura 8: Regulador por Igualacion.

Este proceso se realizo para las tres versiones que se manejan: forma generica, canonica controlable y canonica observable. Es importante resaltar que estos calculos llevaron a los mismos resultados que se muestran en la figura :

```
k1 =
23.3666666666664135358170520828202

k2 =
-15.24999999999853050880460615235

k3 =
-8.5555555555543239481469046452246
```

Figura 9: Ganancias canónica controlable

```
k1 =
25.240136054419086662420761108454

k2 =
-13.37653061224261997186108973344

k3 =
-8.5555555555543239481469046452246
```

Figura 10: Ganancias canónica observable.



Regulador por matriz de transferencia

Para realizar el cálculo de esta metodología, se dio la necesidad de definir nuevamente las matrices de pesos y controlabilidad, donde estas fueron alteradas con la indexación de nuevos parámetros cuya proveniencia parte del polinomio característico encontrado según las matrices utilizadas. Esta de mas recordar que dichas matrices se ramificaron en tres procesos distintos según las formas canónicas y la forma genérica.

```
%REGULADOR CRITICAMENTE AMORTIGUADO POR MATRIZ DE TRANSFORMACION
PC=collect(det(s*eye(3)-A));
coefPC=vpa(fliplr(coeffs(PC,s)),5);
M=[B A*B (A^2)*B];
W=[coefPC(3) coefPC(2) 1;
    coefPC(2) 1 0;
    1 0 0]; %MATRIZ DE PESOS
T=M*W;
zita=1;
ts=20;
wn=4/(zita*ts);
PD=fliplr(coeffs((s^2+(2*zita*wn)*s+wn^2)*(s+5*zita*wn),s));
K=vpa([PD(4)-coefPC(4),PD(3)-coefPC(3),PD(2)-coefPC(2)]*inv(T),5)

% %REGULADOR SUBAMORTIGUADO POR MATRIZ DE TRANSFORMACION
zita=0.7;
ts=20;
wn=4/(zita*ts);
PD=fliplr(coeffs((s^2+(2*zita*wn)*s+wn^2)*(s+5*zita*wn),s));
K=vpa([PD(4)-coefPC(4),PD(3)-coefPC(3),PD(2)-coefPC(2)]*inv(T),5)
```

Figura 11: Regulador por matriz de transformación.

Por último, como se puede observar, se realiza el despeje del vector de ganancias para aplicar su configuración dentro del mismo arreglo o montaje que se manejaba para aquel realizado en el inciso del método de igualación, reemplazando las ganancias por su nuevo resultado.

```
k1 =
23.3666666666664135358170520828202

k2 =
-15.249999999999853050880460615235

k3 =
-8.55555555555543239481469046452246
```

Figura 12: Ganancias canónica controlable

```
k1 =
25.240136054419086662420761108454

k2 =
-13.37653061224261997186108973344

k3 =
-8.5555555555543239481469046452246
```

Figura 13: Ganancias canónica observable.

Regulador por método de Ackermann

En este caso, según lo estipula el procedimiento convencional para diseño por Ackermann, se realiza el cálculo de la matriz de controlabilidad seguido por el polinomio deseado y un nuevo termino denominado PHIA, tanto este término como el vector que lo multiplica para el calculo de las ganancias y, obviamente, el polinomio deseado, son dependientes del orden obtenido.

```
% %REGULADOR CRITICAMENTE AMORTIGUADO POR ACKERMAN
M=[B A*B (A^2)*B];
zita=1;
ts=20;
wn=4/(zita*ts);
PD = coeffs(collect((s^2+(2*zita*wn)*s+wn^2)*(s+5*zita*wn), s)
PHI=PD(4)*(A^3)+PD(3)*(A^2)+PD(2)*A+PD(1)*(eye(3));
K=vpa([0 0 1]*inv(M)*PHI,5)

%REGULADOR SUBAMORTIGUADO POR ACKERMAN
M=[B A*B (A^2)*B];
zita=0.7;
ts=20;
wn=4/(zita*ts);
PD = coeffs(collect((s^2+(2*zita*wn)*s+wn^2)*(s+5*zita*wn), s)
PHI=PD(4)*(A^3)+PD(3)*(A^2)+PD(2)*A+PD(1)*(eye(3));
K=vpa([0 0 1]*inv(M)*PHI,5)
```

Figura 14: Ganancias canónica observable.

A este punto, es claro que se obtuvieron ganancias iguales a las de los otros métodos calculados y es un patrón que también se extiende hacia las formas canónicas y genérica del mecanismo analizado.

Teniendo en cuenta lo anterior, es de esperar que las respuestas graficadas del control sean una superposición de la misma salida como se puede observar en la figura, ya que su montaje para todas sus formas es el mismo y, como ya se mencionó, sus ganancias también lo son.

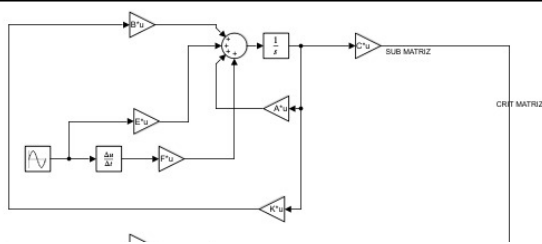


Figura 15: Simulación de regulador general.

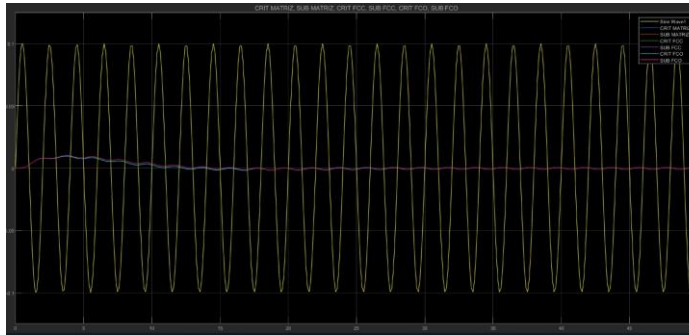


Figura 16: Gráfica Perturbación (Azul) vs Regulador por igualación de polos (Amarilla).

Observadores

Como parte del tercer inciso de la práctica, se ha de seguir el mismo comportamiento de diseño utilizado para los reguladores, donde se manejarán los casos subamortiguados y críticamente amortiguados para cada una de las representaciones del sistema y, de la misma forma, se emplearán los tres métodos de diseño para observadores de igualación, Transformación y Ackermann.

Observador por igualación de polos

Como lo dicta el procedimiento, se da inicio al proceso definiendo las simbólicas de ganancia que se le configuraron al observador, para luego poder ingresarlas como parte de la obtención del polinomio característico, y así poder obtener, mediante un despeje por igualación con el polinomio deseado, el valor respectivo de cada ganancia.

```
% OBSERVADOR POR IGUALACION
syms L1 L2 L3 s
L=[L1;L2;L3];
PC=collect(det(s*eye(3)-(A-L*C)));
coefPC=vpa(fliplr(coeffs(PC,s)),5);
zita=1;
ts=20;
wn=4/(zita*(ts/5));
coePD=fliplr(coeffs((s^2+(2*zita*wn)*s+wn^2)*(s+5*zita*wn),s));
[L1, L2, L3]=vpasolve(coefPC==coePD,[L1 L2 L3])
```

Figura 17: Observador por Igualacion.

Observador por matriz de transformación

Por otra parte, para el desarrollo del método de la matriz de transformación, se realiza la definición del polinomio característico, donde este ultimo ya no posee un factor simbólico sino mas bien se encuentra directamente afectado por la matriz en su forma ingresada. Luego de esto, se define la matriz de pesos y controlabilidad a partir del polinomio característico y las matrices A y C según corresponda a su forma evaluada. Se determina el factor Q de transformación y se multiplica por la relación del polinomio deseado y característico establecida como las diferencias de sus coeficientes.

```
% OBSERVADOR CRITICAMENTE AMORTIGUADO POR MATRIZ DE TRANSFORMACION
zita=1;
ts=20;
wn=4/(zita*(ts/5));
PC=fliplr(coeffs(det(s*eye(3)-A),s));
PD=fliplr(coeffs((s^2+(2*zita*wn)*s+wn^2)*(s+5*zita*wn),s));
W=[PC(3) PC(2) 1;
    PC(2) 1 0;
    1 0 0];
N=[C ;C*A ;C*(A^2)];
Q=inv(W*N);
L=vpa(Q*[PD(4)-PC(4);PD(3)-PC(3);PD(2)-PC(2)])
```

Figura 18: Observador por Matriz de transformación..

El procedimiento descrito devuelve una matriz de 1xn columnas en las que se almacena el valor de cada ganancia en el orden correspondiente a su posición dentro de la matriz.

Observador por Ackermann

Por último, para los observadores, se realiza el calculo para el polinomio deseado y PHIA.

```
% OBSERVADOR CRITICAMENTE AMORTIGUADO POR ACKERMAN
N=[C ;C*A ;C*A^2];
zita=1;ts=20;wn=4/(zita*(ts/5));
PD = coeffs(collect((s^2+(2*zita*wn)*s+wn^2)*(s+5*zita*wn), s));
PHI=PD(4)*(A^3)+PD(3)*(A^2)+PD(2)*A+PD(1)*(eye(3));
L=vpa(PHI*inv(N)*[0;0;1])
```

Figura 19: Observador por Ackermann.

El proceso no dista de aquel del regulador sino en la definición de sus componentes como dependencias de A y C para su matriz de controlabilidad. Por consiguiente, lo descrito nuevamente presenta la particularidad de obtener el mismo resultado independientemente del método que se utilice.

El montaje utilizado tampoco varía según el método y se puede observar en la figura próxima. Es igualmente inteligible que sus respuestas nuevamente serán una superposición de la misma salida con respecto a las

variables de estado medidas, y se presentan también a continuación:

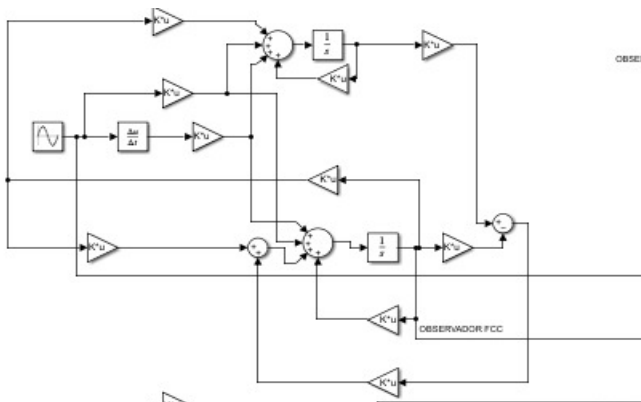


Figura 20: Montaje observador.

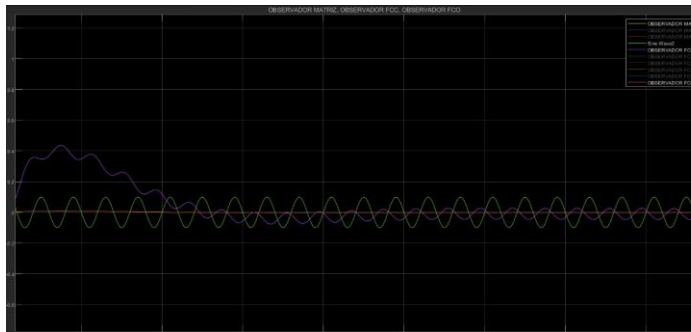


Figura 21: Respuesta observadores.

Servosistemas

El diseño de otro sistema de control que resulta útil es el del conocido servosistema. Nuevamente se utilizan los 3 casos de formas canónicas y genérica para el cálculo de este, así como los casos de subamortiguamiento y amortiguamiento crítico ya mencionados durante el desarrollo de esta práctica.

Servosistema por Igualación

Para su desarrollo, el sistema de procedimiento utilizado en el servosistema por igualación obedece una estructura ligeramente distinta, donde se debe indicar un vector simbólico de $n+1$ elementos que representan las constantes de ganancia y una constante adicional de integración. Posteriormente, se debe extender la matriz A en una configuración dependiente de las matrices A inicial, en su representación otorgada, y de C.

El mismo principio expuesto se aplica a una matriz B extendida y se realiza el cálculo del polinomio característico según lo obtenido. Nótese que, debido a las modificaciones realizadas, el orden utilizado para los polinomios se eleva a $n+1$ en vez de n debido al factor de integración K_i .

```
%SERVOSISTEMA CRITICAMENTE AMORTIGUADO POR IGUALACION
syms k1 k2 k3 ki
Ks=[k1 k2 k3 ki]
Ag=[A zeros(3,1);
    -C 0]
Bg=[B;0]
PC=collect(det(s*eye(4)-(Ag-Bg*Ks)));
coefPC=vpa(fliplr(coeffs(PC,s)),5);
zita=0.95;
ts=20;
wn=4/(zita*ts);
coefPD=fliplr(coeffs((s^2+(2*zita*wn)*s+wn^2)*(s+5*zita*wn)^2,s));

[k1, k2, k3, ki]=vpasolve(coefPC==coefPD,[k1 k2 k3 ki])
%SERVOSISTEMA SUB AMORTIGUADO POR IGUALACION
zita=0.7;
ts=20;
wn=4/(zita*ts);
coefPD=fliplr(coeffs((s^2+(2*zita*wn)*s+wn^2)*(s+5*zita*wn)^2,s));
[k1, k2, k3, ki]=vpasolve(coefPC==coefPD,[k1 k2 k3 ki])
```

Figura 22: Servosistema por igualación.

Por último, como se muestra en la figura, se despejan las variables respectivas de la igualación de los coeficientes.

Servosistema por transformación

Nuevamente, habiéndose definido las matrices expandidas, se realiza el cálculo del polinomio característico correspondiente, del cual, se han de desarrollar las matrices de pesos y controlabilidad que luego se convertirán en un factor multiplicativo de transformación, como el nombre del método indica, para nuevamente hallar las ganancias en la matriz resultante de dicha transformación.

```
%SERVOSISTEMA CRITICAMENTE AMORTIGUADO POR MATRIZ DE TRANSFORMACION
syms k1 k2 k3 ki
Ks=[k1 k2 k3 ki]
Ag=[A zeros(3,1);
    -C 0]
Bg=[B;0]
PC=collect(det(s*eye(4)-Ag));
coefPC=vpa(fliplr(coeffs(PC,s)),5);
M=[Bg Ag*Bg (Ag^2)*Bg (Ag^3)*Bg]
W=[coefPC(4) coefPC(3) coefPC(2) 1;
    coefPC(3) coefPC(2) 1 0;
    coefPC(2) 1 0 0;
    1 0 0 0]; %MATRIZ DE PESOS
T=M*W;
zita=0.95;
ts=20;
wn=4/(zita*ts);
PD=vpa(fliplr(coeffs((s^2+(2*zita*wn)*s+wn^2)*(s+5*zita*wn)^2,s)),5);
Ks=vpa([PD(5)-0,PD(4)-coefPC(4),PD(3)-coefPC(3),PD(2)-coefPC(2)]*inv(T),5)
```

Figura 23: Servosistema por Matriz de transformación.

Servosistema por Ackermann

Por último, se obedece al procedimiento convencional de Ackermann, donde a diferencia de utilizar las matrices expandidas, dicho desarrollo permanece en la forma descrita durante la práctica.

```
% SERVOSISTEMA CRITICAMENTE AMORTIGUADO POR ACKERMAN
Ag=[A zeros(3,1);
    -C 0];
Bg=[B; 0];
M=[Bg Ag*Bg (Ag^2)*Bg (Ag^3)*Bg];
zita=0.95;
ts=20;
wn=4/(zita*ts);
PD = vpa(fliplr(coeffs((s^2+(2*zita*wn)*s+wn^2)*(s+5*zita*wn)^2,s)),5)
PHI=PD(1)*(Ag^4)+PD(2)*(Ag^3)+PD(3)*(Ag^2)+PD(4)*Ag+PD(5)*(eye(4));
Ks=vpa([0 0 0 1]*inv(M)*PHI,5)
```

Figura 24: Servosistema por Ackermann.

Nuevamente puede decirse que el montaje de los controladores es el mismo para cada metodología utilizada, sin embargo, en este caso, sus respectivas respuestas distan a motivo de que el método de igualación parece poseer una relación mas estrecha o sensibilidad hacia la perturbación que los demás servosistemas, por lo cual sus respuestas distan en cierto grado. Lo descrito previamente se muestra a continuación.

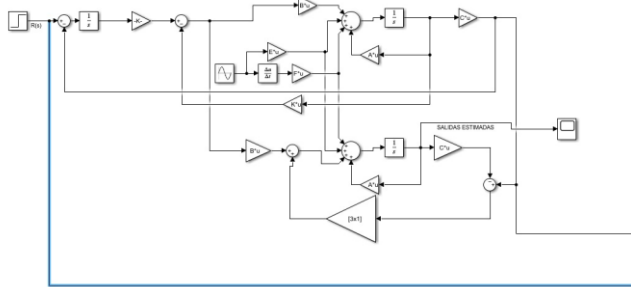


Figura 25: Montaje Servosistema.

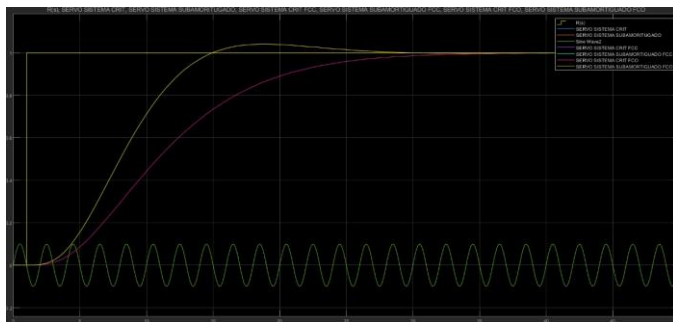


Figura 26: Respuesta servosistemas.

III. ANÁLISIS DE RESULTADOS

De los reguladores en comparación con los servosistemas como metodos de control se pudo observar que existe una tendencia de los primeros a realizar una disminución de ruido o atenuación de la perturbación sin un seguimiento particular a la referencia, mientras que, en el caso del servosistema, existe una diferencia notable respecto al efecto de la perturbación sobre la respuesta, siendo este casi nulo a excepción del caso de igualación.

Es por lo anterior que, durante el análisis y comparación de las simulaciones realizadas para cada método, se notó que el método de igualación de polos es el más sensible

al ruido, como se puede observar en la Figura 26, las señales de los estados observados poseen mucho ruido, mientras que en la misma figura, las respuestas de los demás métodos están prácticamente superpuestas, es decir, cero ruido.

En las salidas observadas del servosistema, figura 27 podemos ver que la salida 1, la cual es la posición de la masa, sigue la entrada y la salida 3 la cual es la posición del amortiguador se mantiene oscilando ya que para lograr mantener la masa estática, alguno de los otros componentes mecánicos debe absorber las perturbaciones.

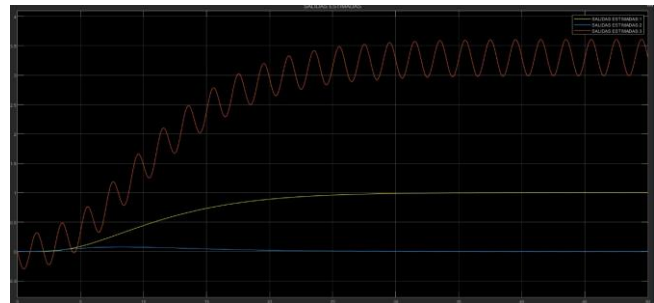


Figura 27: Salidas estimadas.

Por su parte, los observadores son altamente susceptibles al efecto de la perturbación, lo cual cobra sentido al pensar en esta última como una propagación mecánica a través del sistema físico, ya que una vez se propague, según sea su magnitud puede entorpecer el movimiento para que este se vea representado de la forma en que lo hace en la figura 21, al menos, hasta el punto en que se alcance la estabilización del sistema mediante un controlador capaz de atenuar el ruido.

Por último, aunque resulta evidente, es importante denotar que las magnitudes asumidas son suficientes para determinar que la perturbación puede no suponer un factor crítico para la integridad del sistema, debido a que al lograr la atenuación de dicha señal se puede decir que en comparación a los efectos de fuerza involucrados en el sistema esta resulta en una escala menor.

IV. CONCLUSIONES

- ❖ Se concluye que antes de realizar el diseño de cualquier controlador por cualquier método es necesario que con anterioridad se hayan obtenido las formas canónicas controlables y observables del sistema a controlar para poder saber si el sistema es controlable u observable.
- ❖ Según los resultados obtenidos al diseñar

observadores por los métodos de Ackerman, matriz de transformación e igualación de polos se llega a la conclusión de que el observador desarrollado por el método de igualación de polos es el más sensible a la perturbación dando el mayor error al medir las variables cuando se le compara con los observadores diseñados por los otros métodos.

- ❖ Al aumentar la frecuencia de la perturbación se obtiene una mejor señal de control, esto es debido al tiempo en el muestreo de la señal la cual nos permite estimar de forma más óptima el control por retroalimentación diseñado a la planta.

REFERENCIAS

- [1] Modelado de sistemas mecatronicos: https://www.researchgate.net/publication/315636383_MODELADO_Y_SIMULACION_DE_SISTEMAS_MECATRONICOS Trigger
- [2] Castaño, S., 2022. ▷ Error En Estado Estacionario - [marzo, 2022]. [online] Control Automático Educación. Available at <https://controlautomaticoeducacion.com/control-realimentado/error-en-estado-estacionario/>> [Accessed 21 August 2022].