

Titre du rapport

Nom de l'auteur

7 novembre 2025

0.1 Λ -Coalescent.

Vu que la première sous section est supprimée, je développerai légèrement cette sous-section. Voir la TODO list (TODO.md) afin de savoir faire.

Intéressons nous à un cas plus général où un certain nombre de lignées peuvent coalescer simultanément. Nous restons dans l'esprit d'un modèle limite où N tend vers l'infini afin de considérer une proportion $x \in [0, 1]$ de la population descendant d'un même individu. La description du générateur infinitésimal de ce processus de Markov repose sur le théorème suivant,

Théorème 1 (Pitman-Sagitov Pitman [1999], Sagitov [1999]). *Il existe un processus de Markov, appelé Λ -coalescent, échangeable à collisions multiples simples si et seulement s'il existe une mesure finie Λ sur $[0, 1]$ telle que, lorsqu'on a b blocs, pour tout $2 \leq k \leq b$ le taux auquel chaque k -uplet fixé de blocs fusionne vaut,*

$$\lambda_{b,k} = \int_0^1 x^{k-2} (1-x)^{b-k} \Lambda(dx)$$

Sous des hypothèses raisonnables telles que l'absence de mémoire (processus de Markov), la permutation invariante des blocs (échangeabilité) et qu'à chaque instant il ne peut pas y avoir plusieurs coalescences n'ayant pas le même ancêtre (collisions multiples simples), ce résultat montre que la dynamique d'un processus de coalescence multiple est entièrement caractérisée par une mesure finie Λ sur $[0, 1]$.

Dans ce rapport nous simulons différents Λ -coalescents pour différentes mesures Λ et TODO : dire ce qu'on veut faire réellement que juste faire des plots.

Références

- Jim Pitman. Coalescents with multiple collisions. *The Annals of Probability*, 27(4) :1870–1902, 1999.
- Serik Sagitov. The general coalescent with asynchronous mergers of ancestral lines. *Journal of Applied Probability*, 36(4) :1116–1125, 1999.