

模式分解详解：分解为3NF和分解为BCNF

**3NF**：不存在非主属性对码的传递函数依赖（3NF）或部分函数依赖（2NF）。

**BCNF**：对于关系模式R，如果每一个函数依赖的决定因素都包含键，则R属于BCNF范式。

## 一、3NF分解

保持依赖和无损连接，但存在冗余

为了求解保持依赖，我们先要会求最小依赖集。保持函数依赖3NF分解算法重点是在求极小函数依赖集

**【例】**设关系模式R(ABCDE)上的函数依赖集 $F=\{A\rightarrow BC, BCD\rightarrow E, B\rightarrow D, A\rightarrow D, E\rightarrow A\}$ ，将其分解成3NF并保持函数依赖。

解：

**第一步：**求F的极小依赖集 $F'$

1. 将右部单一化： $\{A\rightarrow B, A\rightarrow C, BCD\rightarrow E, B\rightarrow D, A\rightarrow D, E\rightarrow A\}$ （此时需要把重复的元素删除）
2. 依次删除依赖，是否能推出还原，如果能还原就删除

假设去掉： $A\rightarrow B$ ， $F=\{A\rightarrow C, BCD\rightarrow E, B\rightarrow D, A\rightarrow D, E\rightarrow A\}$ ，求 $A_F^+=\{ACD\}$ ，不包含B， $A\rightarrow B$ 不能去掉  
假设去掉： $A\rightarrow C$ ， $F=\{A\rightarrow B, BCD\rightarrow E, B\rightarrow D, A\rightarrow D, E\rightarrow A\}$ ，求 $A_F^+=\{ABD\}$ ，不包含C， $A\rightarrow C$ 不能去掉  
假设去掉： $BCD\rightarrow E$ ， $F=\{A\rightarrow B, A\rightarrow C, B\rightarrow D, A\rightarrow D, E\rightarrow A\}$ ，求 $BCD_F^+=\{BCD\}$ ，不包含E， $BCD\rightarrow E$ 不能去掉  
假设去掉： $B\rightarrow D$ ， $F=\{A\rightarrow B, A\rightarrow C, BCD\rightarrow E, A\rightarrow D, E\rightarrow A\}$ ，求 $B_F^+=\{BD\}$ ，不包含E， $B\rightarrow D$ 不能去掉  
假设去掉： $A\rightarrow D$ ， $F=\{A\rightarrow B, A\rightarrow C, BCD\rightarrow E, B\rightarrow D, E\rightarrow A\}$ ，求 $A_F^+=\{ABCD\}$ ，包含D， $A\rightarrow D$ 可以去掉，得到 $F=\{A\rightarrow B, A\rightarrow C, BCD\rightarrow E, B\rightarrow D, E\rightarrow A\}$   
假设去掉： $E\rightarrow A$ ， $F=\{A\rightarrow B, A\rightarrow C, BCD\rightarrow E, B\rightarrow D\}$ ，求 $E_F^+=\{E\}$ ，不包含A， $E\rightarrow A$ 不能去掉  
此时 $F=\{A\rightarrow B, A\rightarrow C, BCD\rightarrow E, B\rightarrow D, E\rightarrow A\}$

3. 去掉左边的冗余

尝试使用 $BC\rightarrow E$ 代替 $BCD\rightarrow E$ ， $F=\{A\rightarrow B, A\rightarrow C, BC\rightarrow E, B\rightarrow D, E\rightarrow A\}$ ， $BC_F^+=\{BCDE\}$ ，包含E，可以使用 $BC$ 代替 $BCD\rightarrow E$ ；  
 $F=\{A\rightarrow B, A\rightarrow C, BC\rightarrow E, B\rightarrow D, E\rightarrow A\}$   
尝试使用 $B\rightarrow E$ 代替 $BC\rightarrow E$ ， $F=\{A\rightarrow B, A\rightarrow C, B\rightarrow E, B\rightarrow D, E\rightarrow A\}$ ， $B_F^+=\{BD\}$ ，不包含E；不可替换  
尝试使用 $C\rightarrow E$ 代替 $BC\rightarrow E$ ， $F=\{A\rightarrow B, A\rightarrow C, C\rightarrow E, B\rightarrow D, E\rightarrow A\}$ ， $C_F^+=\{C\}$ ，不包含E；尝试使用 $D\rightarrow E$ ， $D_F^+=\{D\}$ ，不包含E，不可替换

4. 合并,将左边相同的进行合并: $\{A\rightarrow B, A\rightarrow C, BC\rightarrow E, B\rightarrow D, E\rightarrow A\}$ 转化为 $\{A\rightarrow BC, BC\rightarrow E, B\rightarrow D, E\rightarrow A\}$

得到极小依赖集 $F' = \{A\rightarrow BC, BC\rightarrow E, B\rightarrow D, E\rightarrow A\}$

**第二步：**找到依赖两侧都未出现的分成子集，将极小依赖集中的每个依赖变为子集

得到子集为 $\{ABC\}\{BCE\}\{BD\}\{EA\}$

**第三步：**对于所有的子集，如果都不包含候选码，需要将任意一个候选码添加到子集里面

此例中A为候选键，已经在子集中。

**第四步：**如果一个模式被另一个模式包含，则去掉此被包含的模式。

此例中子集为{ABC}{BCE}{BD}{EA}，互相不包含。完成分解。

## 二、BCNF分解

**第一步：**求出候选码

**第二步：**观察函数依赖集，如果左边没有包含候选码，则不满足条件

**第三步：**

用不满足条件的函数依赖 ( $A \rightarrow B$ ) 进行分解，这样分解之后就满足了

- $R_1 = AB$  (这样就满足了)
- $R_2 = (R - R_1) \cup A$
- $F_2 = \{ \dots \}$  去掉B的所有函数依赖，尽可能写全

**第四步：**对 $F_2$ 进行步骤1的计算

**第五步：**重复直到所有满足条件

### 例子：

设有关系模式 $R(A, B, C, D, E, G)$ 上的函数依赖集为： $F = \{ A \rightarrow B, B \rightarrow C, AD \rightarrow G, D \rightarrow E \}$ 。求解：

1. 候选键{A,D}， $A \rightarrow B$ 不符合，分解 $A \rightarrow B$ ： $R = (A, C, D, E, G); R' = (A, B)$

$R'$ 上的函数依赖为{ $A \rightarrow B$ }，候选键为A，符合BCNF

$R$ 上的函数依赖为{ $AD \rightarrow G, D \rightarrow E, A \rightarrow C$ }，候选键为{AD}，不符合BCNF，继续分解

**要注意 $A \rightarrow C$ 是在 $F^+$ 中的，也要出现**

2.  $D \rightarrow E$ 不符合，分解 $D \rightarrow E$ ： $R = (A, C, D, G); R' = (D, E)$

$R'$ 上的函数依赖为{ $D \rightarrow E$ }，候选键为D，符合BCNF

$R$ 上的函数依赖为{ $AD \rightarrow G, A \rightarrow C$ }，候选键为{AD}，不符合BCNF

3.  $A \rightarrow C$ 不符合，分解 $A \rightarrow C$ ： $R = (A, D, G); R' = (A, C)$

$R'$ 上的函数依赖为{ $A \rightarrow C$ }，候选键为A，符合BCNF

$R$ 上的函数依赖为{ $AD \rightarrow G$ }，候选键为(AD)，符合BCNF

最后得到保持无损连接特征（但不保持函数依赖）的分解： $\{AB\}\{DE\}\{AC\}\{ADG\}$