

السنة الجامعية : 2020/2019

في 2020/11/17

المدة : ساعة

جامعة 20 أوت 1955 سكيكدة

كلية العلوم - قسم الرياضيات

السنة الأولى MI

إمتحان السداسي الثاني في مادة مدخل إلى الإحتمالات و الإحصاء الوصفي

التمرين الأول: (10 نقاط)

1. أثبت أن مجموع إنحرافات القيم x_1, x_2, \dots, x_n عن متوسطها الحسابي \bar{x} يساوي صفراً.
2. أخذت عينة من 40 طالب وسجلت أوزانهم وأطوالهم في الجدولين التاليين :

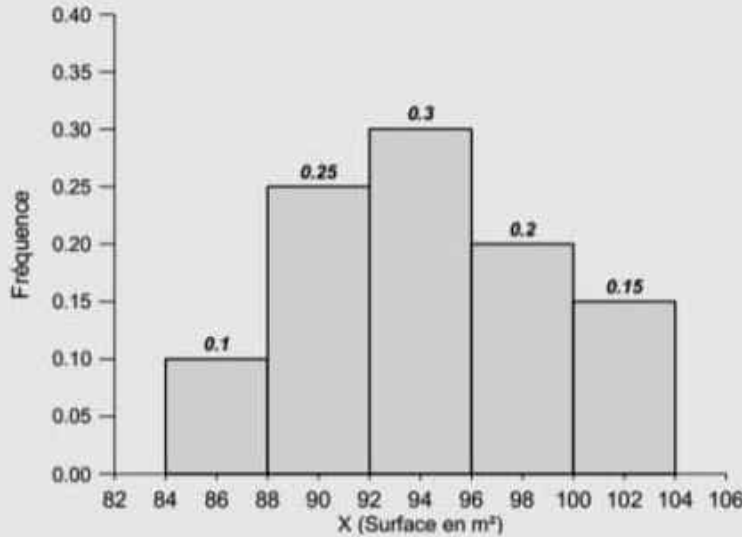
فئات الأوزان (كغ)	[40,45[[45,50[[50,55[[55,60[[60,65[
عدد الطلبة	3	12	15	6	4

فئات الأطوال (سم)	[150,155[[155,160[[160,165[[165,170[
عدد الطلبة	4	8	16	12

- أ- قارن التوزيعين باستخدام معامل الإنحراف المعياري.
- ب- هل هؤلاء الطلبة أكثر إختلافا في الوزن أم الطول ؟

التمرين الثاني: (10 نقاط)

المدرج التكراري التالي يمثل توزيع 100 منزل حسب المساحات (m^2). المتغير X يمثل المساحات.



(1) أحسب المتوسط الحسابي للمتغير X .

(2) أحسب قيمة المنوال لهذه السلسلة الإحصائية.

(3) أعطي تعريفا للوسيط.

(4) أحسب قيم الوسيط و الربيعين.

بالتوفيق

الحل النموذجي لامتحان السداسي الثاني في مادة مدخل إلى الإحصاءات و الإحصاء الوصفي

حل التمرين الأول: (10 نقاط)

1. (1.5 ن) أي نثبت أن

$$\sum_{i=1}^n d_i = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \Rightarrow n\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{لدينا}$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n \bar{x} = n\bar{x} - n\bar{x} = 0 \quad \text{من جهة أخرى م.و.و.}$$

2. نرسم بالمتغير X للأوزان و بالمتغير Y للأطوال.

أ. المقارنة باستخدام معامل الانحراف المعياري.

المتوسط الحسابي ل X هو:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 n_i c_i}{\sum_{i=1}^5 n_i} \quad (0.5 \text{ ن}) = \frac{(3 \times 42.5) + (12 \times 47.5) + (15 \times 52.5) + (6 \times 57.5) + (4 \times 62.5)}{40} \quad (0.5 \text{ ن})$$

$$= \frac{2080}{40} = 52 \text{ kg} \quad (0.25 \text{ ن})$$

التباين ل X هو:

$$\sigma_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 n_i c_i^2}{\sum_{i=1}^5 n_i} - (\bar{x})^2 \quad (0.5 \text{ ن})$$

$$= \frac{(3 \times 42.5^2) + (12 \times 47.5^2) + (15 \times 52.5^2) + (6 \times 57.5^2) + (4 \times 62.5^2)}{40} - (52^2) \quad (0.5 \text{ ن})$$

$$= 28.5 \text{ kg}^2 \quad (0.25 \text{ ن})$$

الانحراف المعياري ل X هو:

$$\sigma_X = \sqrt{\sigma_X^2} = \sqrt{28.5} = 5.34 \text{ kg} \quad (0.5 \text{ ن})$$

المتوسط الحسابي ل Y هو:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^4 n_i c_i}{\sum_{i=1}^4 n_i} \quad (0.5 \text{ ن}) = \frac{(4 \times 152.5) + (8 \times 157.5) + (16 \times 162.5) + (12 \times 167.5)}{40} \quad (0.5 \text{ ن}) = \frac{6480}{40}$$

$$= 162 \text{ cm} \quad (0.25 \text{ ن})$$

التباين ل Y هو:

$$\sigma_Y^2 = \frac{\sum_{i=1}^4 n_i c_i^2}{\sum_{i=1}^4 n_i} - (\bar{y})^2 \quad (0.5 \text{ ن})$$

$$= \frac{(4 \times 152.5^2) + (8 \times 157.5^2) + (16 \times 162.5^2) + (12 \times 167.5^2)}{40} - (162^2) \quad (0.5 \text{ ن})$$

$$= 22.25 \text{ cm}^2 \quad (0.25 \text{ ن})$$

الانحراف المعياري ل Y هو:

$$\sigma_Y = \sqrt{\sigma_Y^2} = \sqrt{22.25} = 4.72 \text{ cm} \quad (0.5 \text{ ن})$$

$\bar{x} \neq \bar{y}$ لا نستطيع المقارنة باستعمال الانحراف المعياري (0.5 ن).

ب. المقارنة بين التوزيعين (Y و X):

حساب معامل الاختلاف :

$$CV_X = \frac{\sigma_X}{\bar{x}} \times 100 = \frac{5.34}{52} \times 100 = 10.27\% \text{ (ن0.75)}$$

$$CV_Y = \frac{\sigma_Y}{\bar{y}} \times 100 = \frac{4.72}{162} \times 100 = 2.91\% \text{ (ن0.75)}$$

نلاحظ أن $CV_Y < CV_X$ (ن0.25)

وعليه الطلبة أكثر إختلافا في الوزن. (ن0.25)

حل التمرين الثاني: (10 نقاط)

1. المتوسط الحسابي ل X هو:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^5 f_i c_i \text{ (ن0.5)} = (0.1 \times 86) + (0.25 \times 90) + (0.3 \times 94) + (0.2 \times 98) + (0.15 \times 102) \text{ (ن0.5)}$$

$$= 94.2 m^2 \text{ (ن0.5)}$$

2. الموال:

الفئة الموالية هي $[92,96[$. (ن0.25)

$$M_o = A_{mo} + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \cdot L_{mo} \text{ (ن0.5)} = 92 + \frac{0.3 - 0.25}{(0.3 - 0.25) + (0.3 - 0.2)} \times 4 \text{ (ن0.5)} = 93.33 \text{ (ن0.5)}$$

3. تعريف الوسيط: هو القيمة التي تقسم مجموع البيانات إلى قسمين بحيث يكون عدد القيم الأكبر منه مساويا لعدد القيم الأصغر (أو هو القيمة التي تقسم التوزيع إلى نصفين متساويين أو الوسيط هو القيمة التي 50% (1/2) من القيم أصغر منه و 50 % (1/2) من القيم أكبر منه) (ن1).

4. الوسيط والربيعين: نحسب التكرارات المجمعّة الصاعدة

	المجموع	[100,104[[96,100[[92,96[[88,92[[84,88[X
	1	0.15	0.2	0.3	0.25	0.1	f_i
(ن1.25)		1	0.85	0.65	0.35	0.1	F_i^+

الوسيط:

لدينا رتبة الوسيط هي 0.5 \Leftarrow الفئة الوسيطة هي $[92,96[$. (ن0.25)

$$M_d = A_1 + \frac{0.5 - F_{M_d-1}^+}{f_{M_d}} \times L_{M_d} \text{ (ن0.5)} = 92 + \frac{0.5 - 0.35}{0.3} \times 4 \text{ (ن0.5)} = 94 m^2 \text{ (ن0.25)}$$

Q_1 :

لدينا رتبة الوسيط هي 0.25 \Leftarrow $Q_1 \in [88,92[$. (ن0.25)

$$Q_1 = A_{Q_1} + \frac{0.25 - F_{Q_1-1}^+}{f_{Q_1}} \times L_{Q_1} \text{ (ن0.5)} = 88 + \frac{0.25 - 0.1}{0.25} \times 4 \text{ (ن0.5)} = 90.4 m^2 \text{ (ن0.25)}$$

Q_3 :

لدينا رتبة الوسيط هي 0.75 \Leftarrow $Q_3 \in [96,100[$. (ن0.25)

$$Q_3 = A_{Q_3} + \frac{0.75 - F_{Q_3-1}^+}{f_{Q_3}} \times L_{Q_3} \text{ (ن0.5)} = 96 + \frac{0.75 - 0.65}{0.2} \times 4 \text{ (ن0.5)} = 98 m^2 \text{ (ن0.25)}$$

"الطريقة الثانية لحل التمرين الثاني هي استعمال التكرارات المطلقة"