جامعة 20 أوت 1955 سكيكدة   السنة الجامعية : 2022/2021

السنة الأولى MI   مقياس: مدخل إلى الاحتمالات و الإحصاء الوصفي

الفصل الثاني : الدراسة التحليلية للبيانات- مقاييس النزعة المركزية و مقاييس التشتت

I. مقاييس النزعة المركزية - Mesures de position (de tendance centrale)

تسمى مقاييس النزعة المركزية بمقاييس الموضع أو المتوسطات، و هي القيم التي تتمركز القيم حولها. من أهم هذه القيم:

1. المنوال - Mode

المنوال هو القيمة الأكثر شيوعا أو تكرارا في مجموعة القيم؛ قد يكون وحيد القيمة كما قد يكون هنالك أكثر من منوال. يمكن كذلك أن لا يوجد منوال. نرمز له بالرمز M_o. يعتبر أفضل المتوسطات لوصف الظواهر النوعية.

1.1 المنوال لبيانات غير مبوبة

مثال1.1: أوجد المنوال في الحالات التالية:

1) 2، 4، 6، 8، 10،12.

← لا يوجد منوال.

2) 12، 14، 16، 12، 16، 14، 14، 12، 20.

← هنالك منوالين هما 12 و 14.

3) ممتاز، جيد، جيد جدا، جيد، متوسط، فوق المتوسط، جيد، ضعيف، جيد جدا، جيد.

← المنوال هو "جيد".

2.1 المنوال لبيانات مبوبة

a. حالة متغير متقطع:

مثال2.1: الجدول التالي حول عدد الكتب التي يقرأها 400 شخصا خلال سنة.

عدد الكتب	1	2	3	4	5	6
عدد الأشخاص	16	58	136	114	66	10

← المنوال هو القيمة ذات أكبر تكرار أي $M_o = 3$

b. حالة متغير مستمر:

- **حالة فئات متساوية الطول:** لإيجاد المنوال في هذه الحالة، نبحث عن الفئة المنوالية وهي الفئة التي يقابلها أكبر تكرار. يمكن حساب المنوال بالإعتماد على علاقة بيرسون :

$$M_o = A_{M_o} + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times L_{M_o}$$

حيث:

d_1 هو الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي قبلها.

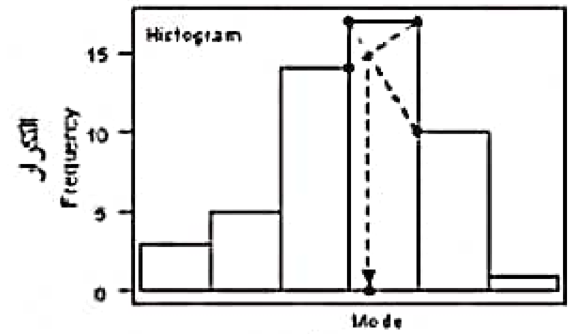
d_2 هو الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي بعدها.

L_{M_o} هو طول الفئة المنوالية.

A_{M_o} هو الحد الأدنى للفئة المنوالية.

إيجاد المنوال بيانيا: نرسم المدرج التكراري للفئة المنوالية وللفئتين السابقة واللاحقة لها. نقوم بإيصال نهاية المستطيل للفئة المنوالية بنهاية المستطيل للفئة التي بعدها من الناحية اليسرى و نهاية المستطيل للفئة المنوالية بنهاية المستطيل للفئة التي قبلها من الجهة اليمنى. من نقطة تقاطع المستقيمين ننزل عمودا على المحور الأفقي فتكون نقطة تقاطعه مع المحور هي قيمة المنوال.

المدرج التكراري



مثال3.1: الجدول التالي يبين توزيع 75 عامل مؤسسة ما حسب الأجور الموزعة. حدد قيمة المنوال حسابيا و بيانيا.

الأجور بآلاف الدينارات	[10,15[	[15,20[	[20,25[	[25,30[	[30,35[	[35,40[
عدد العمال	10	16	20	14	10	5

الحل : الفئة المنوالية هي [20,25[

$$M_o = A_{M_o} + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times L_{M_o} = 20 + \frac{20 - 16}{(20 - 16) + (20 - 14)} \times 5 = 22$$

- **حالة فئات غير متساوية الطول:** إذا كانت فئات التوزيع الإحصائي غير متساوية الطول نقوم بتعديل التكرا رات ويتم حساب المنوال بإستعمال التكرارات المعدلة بإستخدام نفس العلاقة السابقة.

2. **المتوسط الحسابي - Moyenne arithmétique**

1.2.المتوسط الحسابي لبيانات غير مكررة

هو عبارة عن مجموع القيم مقسوما على عددها. إذا كانت لدينا k قيمة : $x_1, x_2, \dots, x_k$ فإن متوسطها الحسابي الذي نرمز له ب $\bar{x}$ يساوي:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i}{k}$$

مثال1.2: أوجد متوسط العلامات المتحصل عليها طالب في خمس مواد: 8، 10، 13، 14، 15.

الحل: متوسط العلامات هو

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{5} x_i}{5} = \frac{8 + 10 + 13 + 14 + 15}{5} = \frac{60}{5} = 12$$

2.2.المتوسط الحسابي لبيانات مكررة

a. **حالة متغير متقطع:** إذا كانت لدينا القيم $x_1, x_2, \dots, x_k$ ولها تكرارات $n_1, n_2, \dots, n_k$ فإن المتوسط الحسابي لها يعطى بالعلاقة :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_k x_k}{n_1 + n_2 + \cdots + n_k}$$

أو بإستعمال التكرارات النسبية:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{k} f_i x_i = f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_k x_k$$

مثال2.2: الجدول التوزيعي التالي لعدد الكتب التي تمت قراءتها. **(مثال2.1)**

عدد الكتب	1	2	3	4	5	6
عدد الأشخاص	16	58	136	114	66	10

- إيجاد متوسط الكتب التي تمت قراءتها.

الحل: متوسط الكتب التي تمت قراءتها هو

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{6} n_i x_i}{\sum_{i=1}^{6} n_i} = \frac{16 \times 1 + 58 \times 2 + 136 \times 3 + 114 \times 4 + 66 \times 5 + 10 \times 6}{400} = \frac{1386}{400} = 3.465$$

b. **حالة متغير مستمر:** يكون المتوسط الحسابي في هذه الحالة يساوي إلى مجموع حاصل ضرب مراكز الفئات c_i في تكرارها على مجموع التكرارات أي:

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i c_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i}=\frac{n_1c_1+n_2c_2+\dots+n_kc_k}{n_1+n_2+\cdots+n_k}$$

أو باستعمال التكرارات النسبية:

$$\bar{x}=\sum_{i=1}^{k} f_i c_i=f_1c_1+f_2c_2+\dots+f_kc_k$$

مثال3.2: في دراسة إحصائية حول إنتاج الحليب بمجموعة من المزارع تحصلنا على الجدول التالي:

الإنتاج باللترات	[200,240[	[240,280[	[280,320[	[320,360[	[360,400[
عدد المزارع	5	6	8	4	2

- إيجاد متوسط إنتاج الحليب بهذه المزارع.

الحل: متوسط إنتاج الحليب بهذه المزارع هو

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{5} n_i c_i}{\sum_{i=1}^{5} n_i}=\frac{5\times 220+6\times 260+8\times 300+4\times 340+2\times 380}{25}=\frac{7180}{25}=287.2$$

حساب المتوسط الحسابي بطريقة الإنحرافات البسيطة -المتوسط الفرضي:

عندما تكون البيانات الموجودة في الجداول المعطاة كبيرة القيم فإن إستخدام الطريقة السابقة يصبح صعب، فإنه في مثل هذه الحالات يفضل إستخدام الطريقة المختصرة التالية:

$$\bar{x}=a+\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i(x_i-a)}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

حيث a يمثل الوسط الفرضي .

ملاحظة: يختار الوسط الفرضي: في حالة المتغير الكمي المنفصل القيمة المفردة الأكبر تكرار ، أما في حالة المتغير الكمي المستمر مركز الفئة التي تقع وسط الفئات و أن يكون لهذه الفئة أكبر تكرار إن أمكن.

مثال 4.2: مثال 3.2

الوسط الحسابي المرجح (الموزون) Moyenne Arithmétique pondérée

إذا كان لدينا مجموعات ذات أعداد مختلفة من البيانات و علم المتوسط الحسابي لكل مجموعة فكيف نحصل على المتوسط الحسابي للمجموعات كلها إذا دمجت معا؟.

تعريف: إذا كان لدينا مجموعة مكونة من N_1 قيم و وسطها الحسابي $\bar{x}_1$، مجموعة ثانية مكونة من N_2 قيم و وسطها الحسابي $\bar{x}_2$، فإن الوسط الحسابي للمجموعة ذات N_1+N_2 من القيم الناتجة من دمج المجموعتين هو $\bar{x}=\frac{N_1\bar{x}_1+N_2\bar{x}_2}{N_1+N_2}$. يسمى المتوسط الحسابي الناتج "بالمتوسط الحسابي المرجح (الموزون) لأوساط حسابية".

مثال5.2: يقوم أستاذ بتدريس في مادة الاحصاء كالتالي:

الشعبة	الشعبة 1	الشعبة 2
عدد الطلبة n_i	27	32
معدل الطلبة $\overline{x_i}$	78	75

– ما هو المعدل المتوسط للطلبة في الشعبتين معا؟.

3. الوسيط - Médiane

الوسيط هو المقياس الذي يأخذ بعين الإعتبار رتب القيم. يعرف الوسيط على أنه القيمة التي تقسم مجموع البيانات إلى قسمين بحيث يكون عدد القيم الأكبر منه مساويا لعدد القيم الأصغر. يرمز له بالرمز: M_d.

1.3.الوسيط لبيانات غير مكررة: لإيجاد الوسيط في هذه الحالة نتبع الخطوات التالية:

1) ترتيب البيانات تصاعديا أو تنازليا.

2) البحث عن الوسيط (رتبة الوسيط أو موقعه) ، وهناك حالتين:

- إذا كان عدد البيانات n فردي فإن الوسيط هو القيمة التي ترتيبها $\frac{n+1}{2}$ أي: $M_d = x_{\frac{n+1}{2}}$.
- إذا كان عدد البيانات n زوجي فإن الوسيط هو متوسط القيمتين اللتين ترتيبهما $\frac{n}{2}$ و $\frac{n}{2}+1$ أي: $M_d = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2}$.

مثال1.3: أوجد الوسيط للبيانات التالية: 8، 6، 8، 10، 12، 15، 9.

الحل :

– ترتيب البيانات تصاعديا

6 8 8 9 10 12 15

– لدينا $n = 7$ فردي ومنه $M_d = x_{\frac{n+1}{2}} = x_4 = 9$

مثال2.3: أوجد الوسيط للبيانات التالية: 16، 17، 17، 16، 14، 16، 15، 13، 4، 3.

الحل :

– ترتيب البيانات تصاعديا

3 4 13 14 15 16 16 16 17 17 17 17

– لدينا $n = 10$ زوجي $M_d = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2} = \frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{15+16}{2} = 15.5$

2.3.الوسيط لبيانات مكررة:

a. **حالة متغير متقطع:** الوسيط يوجد بإتباع الخطوات التالية:

1) نحسب التكرار المجمع الصاعد لقيم المتغير.

2) نحدد ترتيب الوسيط كما قمنا سابقا حسب زوجية N ، حيث N مجموع التكرارات.

3) نبحث عن القيمة التي تكرارها المجمع الصاعد تساوي ترتيب الوسيط أو أكبر منه مباشرة. هذه القيمة تمثل الوسيط.

مثال 3.3: أوجد الوسيط لبيانات المثال 2.1 (الكتب المقروءة) .

الحل : نحسب التكرار المجمع الصاعد

عدد الكتب x_i	1	2	3	4	5	6
عدد الأشخاص	16	58	136	114	66	10
ت.م.صا	16	74	210	324	390	400

$N = 400$ مجموع التكرارات زوجي ومنه

$$M_d = \frac{x_{\frac{N}{2}} + x_{\frac{N}{2}+1}}{2} = \frac{x_{200} + x_{201}}{2} = \frac{3+3}{2} = 3$$

b. **حالة متغير مستمر:** الوسيط يوجد بإتباع الخطوات التالية:

1) نحسب التكرار المجمع الصاعد لقيم المتغير.

2) نحدد ترتيب الوسيط وهو عبارة عن نصف مجموع التكرارات $\frac{N}{2}$ (حيث N مجموع التكرارات) (أو0.5 إذا كان التكرار المستعمل نسبي).

3) نحدد الفئة الوسيطية أي الفئة التي يقع فيها الوسيط وهي الفئة التي تقابل التكرار المجمع الصاعد الذي يساوي ترتيب الوسيط أو أكبر منه مباشرة.

4) نحدد ونحسب الوسيط بتطبيق العلاقة:

$$M_d = A_{M_d} + \frac{\frac{N}{2} - N^{\uparrow}_{M_d-1}}{n_{M_d}} \times L_{M_d}$$

أو بإستعمال التكرارات النسبية:

$$M_d = A_{M_d} + \frac{0.5 - F^{\uparrow}_{M_d-1}}{f_{M_d}} \times L_{M_d}$$

حيث: n_{M_d} التكرار المطلق للفئة الوسيطية (أو f_{M_d} التكرار النسبي للفئة الوسيطية).

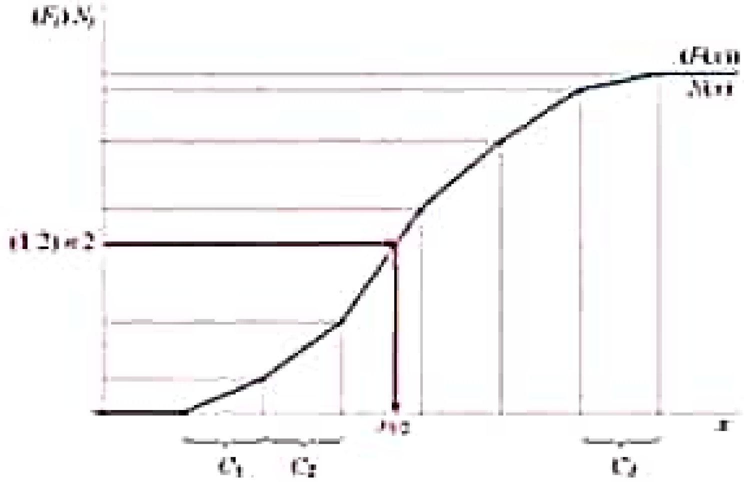
$N^{\uparrow}_{M_d-1}$ التكرار المجمع الصاعد المطلق للفئة قبل الفئة الوسيطية (أو $F^{\uparrow}_{M_d-1}$ التكرارالمجمع الصاعد النسبي للفئة قبل الفئة الوسيطية).

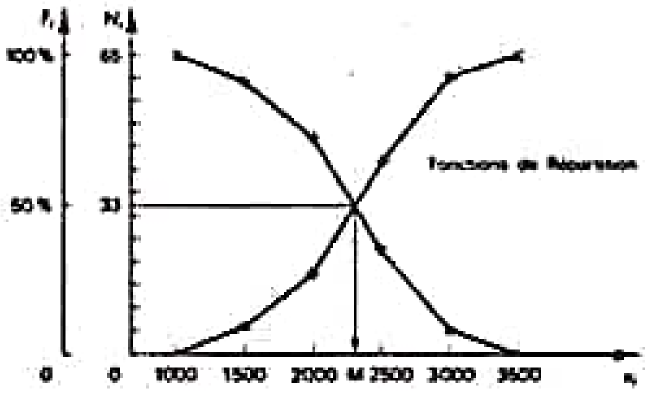
L_{M_d} هو طول الفئة الوسيطية.

A_{M_d} هو الحد الأدنى للفئة الوسيطية.

إيجاد الوسيط بيانيا: نرسم منحنى التكرارات المجمعة الصاعدة (أو النازلة). نحدد رتبة الوسيط $\frac{N}{2}$ (أو0.5) ثم نرسم خط مستقيم أفقي يمر حتى يلاقي المنحنى في نقطة واحدة . نسقط عموديا عمود راسي من نقطة التقاطع على المحور الافقي. نقطة تقاطع الخط الراسي مع المحور الأفقي تعطي قيمة الوسيط .

او كذلك الوسيط بيانيا هو نقطة التقاطع بين المنحنى المتجمع الصاعد و النازل.





مثال4.3: التوزيع التكراري التالي للمبالغ بالدينار التي تقاضاها 50 مندوبا من مندوبي المبيعات في أحد الأسابيع:

فئة المبالغ بالدينار	[26,31[	[31,36[	[36,41[	[41,46[	[46,51[
عدد المندوبين	10	16	12	76	5

1) احسب قيمة الوسيط لهذه البيانات.

2) ارسم منحنى التكرار المجمع الصاعد لبيانات التوزيع. جد قيمة الوسيط من البيان.

الحل :

فئة المبالغ بالدينار	[26,31[	[31,36[	[36,41[	[41,46[	[46,51[
عدد المندوبين	10	16	12	76	5
ت.م.صا	10	26	38	114	119

1) $N = 119 \leftarrow \frac{N}{2} = 59.5$

الفئة الوسيطية هي [41,46[

$$M_d = A_{M_d} + \frac{\frac{N}{2} - N^{\uparrow}_{M_d-1}}{n_{M_d}} \times L_{M_d}$$

$$M_d = 41 + \frac{59.5 - 38}{76} \times 5 = 42.41$$

4. المقاييس الشبيهة بالوسيط

❖ **<u>الربيعات Les quartiles:</u>** الربيعات هي القيم التي تقسم مجموع البيانات إلى أربع أجزاء متساوية.

الربيع الأول Q_1 و الربيع الثالث Q_3 :

a. حالة بيانات غير مكررة: لإيجاد Q_i ($i = 1,2,3$) نتبع الخطوات التالية:

1) ترتيب البيانات تصاعديا. عدد البيانات n

2) البحث عن رتبة Q_i :

$$R = (n+1) \times \left(\frac{i}{4}\right), i = 1,2,3$$

و هناك حالتين:

- إذا كان R عددا صحيحا فإن Q_i هو القيمة $Q_i = x_R$.
- إذا كان R عددا غير صحيحا (كسريا)، فإن Q_i يقع في المدى $(k, l \in \mathbb{N})$, $x_k < Q_i < x_l$ و يحسب Q_i بالمعادلة التالية :

$$Q_i = x_k + (R - k)(x_l - x_k) \qquad i = 1,2,3$$

<u>مثال1.4:</u> أوجد الربيع الأول و الربيع الثالث للبيانات التالية :

5 12 10 2 6 8 9 8 7

<u>الحل :</u>

<u>الربيع الأول</u>

1) ترتيب البيانات تصاعديا.

2 5 6 7 8 8 9 10 12

عدد البيانات $n = 9$

2) البحث عن رتبة Q_1 :

$$R = (n+1) \times \left(\frac{i}{4}\right), i = 1,2,3$$

$$i = 1 \rightarrow R = 10 \times \frac{1}{4} = 2.5$$

ليس صحيحا (كسريا)، فإن Q_1 يقع في المدى $5 = x_2 < Q_1 < x_3 = 6$ $(2 < 2.5 < 3)$ و منه

$$Q_1 = x_2 + (2.5 - 2)(x_3 - x_2) = 5 + (0.5)(1) = 5.5$$

الربيع الثالث

1) ترتيب البيانات تصاعديا.

$$2 \quad 5 \quad 6 \; 7 \; 8 \quad 8 \quad 9 \; 10 \; 12$$

عدد البيانات $n = 9$

2) البحث عن رتبة Q_3 :

$$i = 3 \rightarrow R = 10 \times \frac{3}{4} = 7.5$$

ليس صحيحا (كسريا)، فإن Q_3 يقع في المدى $9 = x_7 < Q_1 < x_8 = 10 \quad (7 < 7.5 < 8)$ و منه

$$Q_3 = x_7 + (7.5 - 7)(x_8 - x_7) = 9 + (0.5)(1) = 9.5$$

b. حالة بيانات مكررة:

i. حالة متغير متقطع: حساب Q_i يوجد بإتباع خطوات الحالة السابقة بتغيير n عدد القيم ب N مجموع التكرارات.

ii. حالة متغير مستمر: حساب Q_i $(i = 1,2,3)$ يوجد بإتباع الخطوات التالية:

1) نحسب الت الم الصاعد.

2) نحدد ترتيب Q_i وهو $\frac{iN}{4}$ حيث N مجموع التكرارات ($i \times 0.25$ إذا كان التكرار المستعمل نسبي).

3) نحدد الفئة التي ينتمي إليها Q_i، وهي الفئة التي تقابل الت الم الصاعد الذي يساوي $\frac{iN}{4}$ أو أكبر منه مباشرة.

4) نحدد ونحسب Q_i بتطبيق العلاقة:

$$Q_i = A_{Q_i} + \frac{\frac{i.N}{4} - N^{\uparrow}_{Q_i-1}}{n_{Q_i}} \times L_{Q_i} \quad , \qquad i = 1,2,3$$

أو باستعمال التكرارات النسبية :

$$Q_i = A_{Q_i} + \frac{0.25i - F^{\uparrow}_{Q_i-1}}{f_{Q_i}} \times L_{Q_i} \quad , \qquad i = 1,2,3$$

حيث:

n_{Q_i} التكرار المطلق لفئة Q_i.

$N^{\uparrow}_{Q_i-1}$ التكرار المجمع الصاعد المطلق للفئة قبل فئة Q_i.

L_{Q_i} هو طول فئة Q_i.

A_{Q_i} هو الحد الأدنى لفئة Q_i.

ملاحظة: واضح أن الربيع الثاني هو نفسه الوسيط ($M_d = Q_2$)

<u>مثال2.4</u>: أحسب الربيع الأول، الربيع الثالث للبيانات التالية :

فئة المبالغ (DA)	[26,31[	[31,36[	[36,41[	[41,46[	[46,51[
عدد المندوبين	10	16	12	76	5

الحل :

فئة المبالغ (DA)	[26,31[	[31,36[	[36,41[	[41,46[	[46,51[
عدد المندوبين	10	16	12	76	5
ت.م.صا	10	26	38	114	119

$$Q_i = A_{Q_1} + \frac{\frac{i.N}{4} - N^{\uparrow}_{Q_i-1}}{n_{Q_i}} \times L_{Q_i} \quad , \qquad i = 1,2,3$$

الربيع الأول

$$\frac{N}{4} = 29.75 \leftarrow N = 119$$

$$Q_1 \in [36,41[$$

$$Q_1 = A_{Q_1} + \frac{\frac{N}{4} - N^{\uparrow}_{Q_1-1}}{n_{Q_1}} \times L_{Q_1} \quad , \qquad i = 1$$

$$Q_1 = 36 + \frac{29.75 - 26}{12} \times 5 = 37.56$$

الربيع الثالث

$$\frac{3N}{4} = 89.25 \leftarrow N = 119$$

$$Q_3 \in [41,46[$$

$$Q_3 = A_{Q_3} + \frac{\frac{3N}{4} - N^{\uparrow}_{Q_3-1}}{n_{Q_3}} \times L_{Q_3} \quad , \qquad i = 3$$

$$Q_3 = 41 + \frac{89.25 - 38}{76} \times 5 = 44.37$$

II. مقاييس التشتت Mesures de dispersion

تشتت بيانات ظاهرة ما هو درجة أو مقدار التفاوت أو الإختلاف بين مفردات هذه الظاهرة. تكون بيانات الظاهرة متجانسة إذا كانت قيمتها قريبة من بعضها البعض ونقول في هذه الحالة أنها غير مشتتة(غير متجانسة). أما إذا كانت بيانات الظاهرة متباعدة وغير متجانسة فنقول أن عناصر الظاهرة مشتتة وغير مركزة.

1. المدى - Etendu:

المدى لمجموعة من البيانات هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة لها ويرمز له بالرمز E.

أما المدى للتوزيعات التكرارية فيحسب:

المدى = الحد الأعلى للفئة الأخيرة – الحد الأدنى للفئة الأولى

مثال :أوجد المدى للبيانات التالية: 12،18،22،28،30.

2. التباين والإنحراف المعياري- La variance et l'écart type:

a. التباين La variance : وهو عبارة عن المتوسط الحسابي لمربعات الفروق بين قيم المتغير الإحصائي ومتوسطها الحسابي، ونستخدم مربعات الفروق هنا تفاديا لإستخدام القيم المطلقة كما هو الشأن في الانحراف المتوسط. نرمز للتباين بالرمز V_x أو ${\sigma_x}^2$.

- **حالة بيانات غير مكررة** فإذا كانت لدينا القيم $x_1, x_2, \dots, x_k$ فإن التباين لهذه البيانات يعطى بالعلاقة :

$$ {\sigma_x}^2 = V_x = \frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_k-\bar{x})^2}{k} = \frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i-\bar{x})^2}{k} $$

أو بإستعمال العلاقة:

$$ {\sigma_x}^2 = V_x = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i^2}{k} - \bar{x}^2 $$

- **حالة بيانات غير مكررة**

متغير متقطع: أما إذا كانت البيانات مكررة فإن التباين لها :

$$ V_x = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i(x_i-\bar{x})^2}{N} $$

حيث $\sum_{i=1}^{k} n_i = N$.

أو بإستعمال العلاقة:

$$ {\sigma_x}^2 = V_x = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2 $$

متغير مستمر: إذا كانت هذه القيم مبوبة لفئات فإن:

$$ V_x = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i(c_i-\bar{x})^2}{N} $$

أو بإستعمال العلاقة:

$$ {\sigma_x}^2 = V_x = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i c_i^2}{N} - \bar{x}^2 $$

ملاحظة : باستعمال التكرار النسبي

$$\sigma_x{}^2 = \sum_{i=1}^{k} f_i x_i^2 - \bar{x}^2$$

$$\sigma_x{}^2 = \sum_{i=1}^{k} f_i c_i^2 - \bar{x}^2$$

مثال 1: أوجد التباين للبيانات التالية: 3، 4،9،8.

الحل : البيانات : 3، 8، 9، 4.

المتوسط الحسابي $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{4} x_i}{4} = \frac{3+8+9+4}{4} = 6$

التباين $\sigma_x{}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i^2}{k} - \bar{x}^2 = \frac{3^2+8^2+9^2+4^2}{4} - 6^2 = 6.5$

الإنحراف المعياري $\sigma_x = \sqrt{\sigma_x{}^2} = \sqrt{6.5} = 2.55$

b. **الإنحراف المعياري:** يعرف الإنحراف المعياري بأنه الجذر التربيعي لمتوسط مجموع مربع انحراف القيم عن متوسطها، أي أنه الجذر التربيعي للتباين. نرمز للإنحراف المعياري بالرمز σ_x .

$$\sigma_x = \sqrt{V_x}$$

مثال 2: أوجد التباين والإنحراف المعياري للبيانات المبوبة في جدول التوزيع التكراري الأتي:

القيم	6	5	12	9	8
التكرار	12	17	22	27	32

الحل :

المتوسط الحسابي $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{5} n_i x_i}{N} = \frac{12\times6+17\times5+22\times12+27\times9+32\times8}{110} = \frac{920}{110} = 8.36$

التباين $\sigma_x{}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{5} n_i^2 x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \frac{12\times6^2+17\times5^2+22\times12^2+27\times9^2+32\times8^2}{110} - 8.36^2 = 5.20$

الإنحراف المعياري $\sigma_x = \sqrt{\sigma_x{}^2} = \sqrt{5.2} = 2.28$

3. معامل الإختلاف - Coefficient de variation:

يستعمل معامل الإختلاف أو معامل التغاير للمقارنة بين التغير في عدة مجموعات أو توزيعات تكرارية. معامل الإختلاف هو:

$$CV = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} \times 100$$

مثال 3: أخذت عينات متساوية من عمال أربعة شركات وحسبت متوسطات أجورها وكذلك إنحرافاتها المعيارية فكانت النتائج كما يلي:

الشركات	A	B	C	D
متوسط الأجر (د.ج)	500	600	740	400
الانحراف المعيار	30	50	25	20

- ما هي الشركة التي أجور عمالها أكثر تجانس من غيرها ؟

الحل : حساب معامل الإختلاف

$$CV = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} \times 100$$

الشركات	A	B	C	D
متوسط الأجر (د.ج)	500	600	740	400
الانحراف المعيار	30	50	25	20
معامل الإختلاف CV	6%	8.33%	3.38%	5%

$$CV_C < CV_D < CV_A < CV_B$$

الشركة التي أجور عمالها أكثر تجانس هي الشركة CV_C .