

Poista sulut ja sievennä (eli yhdistä termejä), jos mahdollista:

1. $-(3a^2b + b^2a) - (-a^2b - ab^2)$
2. $a^2b - (5ab^2 - (ab^2 - (a^2b - 2ab^2)))$
3. $3n(7m - 6) - 2m(3n + 1)$
4. $(2t - 1)(3t - 2)$
5. $(-2pq^2)^3 + (3p^2q)^3 - (-5pq^2p^2q^4 + 20p^3p^3q^3)$
6. $(a + b)^3$

Supista, jos mahdollista

7. $\frac{12r - 4}{3r - 1}$
8. $\frac{R^2 + RH}{R + H}$
9. $\frac{a + b}{a^2 - b^2}$
10. $\frac{a + b}{a^2 + b^2}$
11. $\frac{r^2 - 2r}{r^2 - 4}$
12. $\frac{ab - 3b}{a^2 - 6a + 9}$

Kirjoita yhdellä jakoviivalla ja supista, jos mahdollista

13. $1 - \frac{R}{R + H}$
14. $\left(\frac{H + h}{2}\right)^2 - \left(\frac{H - h}{2}\right)^2$
15. $\frac{a}{a + b} + \frac{b}{a - b}$
16. $m \cdot \frac{n - m}{m + n} + m$
17. $\frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$
18. $\frac{1 + \frac{1}{s+1}}{1 + \frac{s}{s+1}}$
19. $\frac{1 - x}{1 + \sqrt{x}}$
20. $\frac{\sqrt{Rr}}{\sqrt{Rr} + R} - \frac{\sqrt{Rr}}{\sqrt{Rr} + r}$

21. Vakuuta itsesi siitä, että positiivisten lukujen a ja b (aritmeettinen) keskiarvo

$$\frac{a+b}{2}$$

on aina suurempi kuin niiden geometrinen keskiarvo

$$\sqrt{ab}$$

ohje: sievennä erotusta

$$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab}$$

kunnes näet, että se on ≥ 0 .

Vast:

1. $-2a^2b$
2. $-2ab^2$
3. $15mn - 2m - 18n$
4. $6t^2 - 7t + 2$
5. $7p^6q^3 - 3p^3q^6$
6. $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
7. 4
8. R
9. $1/(a-b)$
10. ei supistu
11. $r/(r+2)$
12. $b/(a-3)$
13. $H/(R+H)$
14. Hh
15. $(a^2 + b^2)/(a^2 - b^2)$
16. $2mn/(m+n)$
17. $R_1R_2/(R_1 + R_2)$
18. $(s+2)/(2s+1)$
19. $1 - \sqrt{x}$
20. $(\sqrt{r} - \sqrt{R})/(\sqrt{r} + \sqrt{R})$
21. $\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = (\dots)^2/2 \geq 0$

Ratkaise yhtälöt:

1. $2(x + 5) - 3(x - 1) = 7 - 2(3x - 2)$

2. $\frac{2u + 1}{3 - 4u} = 5$

3. $E = U + R \cdot I, \quad I = ?$

4. $Ia = Rm(g + a), \quad a = ?$

5. $\frac{x}{H} = \frac{L - x}{h}, \quad x = ?$

6. $\varepsilon = \frac{T_1}{T_1 - T_2}, \quad T_1 = ?$

7. $v_k = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}, \quad v_2 = ?$

8. $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \quad R = ?$

9. $R^2 = (R - h)^2 + (L/2)^2, \quad R = ?$

10. $x(x + 2) = 3$

11. $\frac{4 - r}{2 + r} = 2r + 5$

12. $h = H - \frac{1}{2}gt^2, \quad t = ?$

13. $g = \frac{GM}{(R + h)^2}, \quad h = ?$

14. $A = \pi r^2 + 2\pi rh, \quad r = ?$

15. $\frac{t + x/h}{1 - tx/h} = \frac{x + L}{h}, \quad x = ?$

16. $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \quad C = ?$

17. $\frac{H}{v_1} = \frac{\sqrt{H^2 + L^2}}{v_2}, \quad H = ?$

Ratkaise yhtälöparit:

$$18. \quad \begin{cases} 5(x-1) = 3(1-2y) \\ 4x-2 = 2-5y \end{cases}$$

$$19. \quad \begin{cases} m_1 a = T - m_1 g \\ -m_2 a = T - m_2 g \end{cases}, a, T = ?$$

$$20. \quad \begin{cases} \frac{h}{x} = t_1 \\ \frac{h}{L+x} = t_2 \end{cases}, h, x = ?$$

21. Millä R_1 :n ja R_2 :n arvoilla resistanssi $R = R_0$ ja lämpötilan muutoksesta ΔT riippumaton, kun

$$R = R_1 (1 + \alpha_1 \Delta T) + R_2 (1 + \alpha_2 \Delta T)$$

$$22. \quad \begin{cases} mv + MV = mu + MU \\ \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}MU^2 \end{cases}, u, U = ?$$

23. Ratkaise virrat I , I_1 ja I_2 yhtälöryhmästä

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 \\ E = RI + R_1 I_1 \\ E = RI + R_2 I_2 \end{cases}$$

kun $E = 12$, $R = 6$, $R_1 = 4$ ja $R_2 = 3$.

24. Ratkaise virrat I , I_1 , I_2 , I_3 ja I_4 yhtälöryhmästä

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 \\ I_2 = I_3 + I_4 \\ E = RI + R_1 I_1 \\ E = RI + R_2 I_2 + R_3 I_3 \\ E = RI + R_2 I_2 + R_4 I_4 \end{cases}$$

kun $E = 24.0$, $R = 5.2$, $R_1 = 10.3$, $R_2 = 17.2$, $R_3 = 11.9$ ja $R_4 = 22.4$.

25. Kaksi kappaletta kiertää samaa suljettua rataa tasaisella nopeudella. Toinen kiertää koko radan 24 ja toinen 40 sekunnissa. Kuinka pitkin väliajoin kappaleet kohtaavat aina toisensa, kun ne liikkuvat a) vastakkaisiin suuntiin, b) samaan suuntaan?
26. A aloittaa erään työn, mutta sairastuu 5 päivän kuluttua, jolloin B ryhtyy sitä jatkamaan. Kun B on työskennellyt 9 päivää ja puolet koko työstä on suoritettu, palaa A työhön ja nyt he saavat yhdessä sen valmiiksi 7,5 päivässä. Missä ajassa kumpikin heistä erikseen olisi suorittanut työn?
27. Mies oli sopinut urakasta, jonka suorittamiseen hänellä oli käytössään koneet A ja B. Kone A oli kaksi kertaa niin tehokas kuin kone B. Mies aloitti työn käyttämällä molempia koneita samanaikaisesti. Kun kolmasosa koko työstä oli tehty, laski koneen B teho puoleen alkuperäisestä. Tuntia myöhemmin kone B hajosi lopullisesti. Kone A toimi koko ajan moitteettomasti. Kuinka kauan urakan suorittaminen olisi kestänyt, jos molemmat koneet olisivat pysyneet kunnossa koko ajan, kun urakan suorittamiseen kului aikaa 7 h 45 min? (Teknillisen opiston pääsykoe 1974)
28. Mikä on glyserolin vesiliuoksen pitoisuus painoprosentteina, jos liuoksen tiheys on $1,10 \text{ kg/dm}^3$? Puhtaan glyserolin tiheys on $1,26 \text{ kg/dm}^3$.
29. Laboratoriossa on käytettävissä 12,5 % ja 18,0 % suolaliuosta. Kuinka paljon kumpaakin tarvitaan, jos valmistetaan 30,0 kg 14,0 % liuosta?
30. Eräs malmi koostuu kuparikiisusta (34 % rautaa ja 33 % kuparia) ja rikkiikiisusta (47 % rautaa, mutta ei ollenkaan kuparia). 18 tonnista malmia saatiin 6,9 t rautaa. Kuinka paljon siinä oli kuparia? (Teknillisen opiston pääsykoe 1974)
31. 70 km pituisella reitillä AB laiva kulkee ensin myötävirtaan, sitten virratomassa vedessä ja lopuksi vastavirtaan, keskinopeuden ollessa vastaavasti 20, 16 ja 12 km/h. Suuntaan AB kulkiessaan laiva käyttää aikaa 4 h 20 min ja suuntaan BA kulkiessaan 4 h 48 min. Kuinka paljon suunnassa AB on myötävirtaa, virratonta ja vastavirtaa?
32. Uima-allas voidaan täyttää kolmella putkella, joista I ja II yhdessä täyttävät altaan 6 tunnissa, II ja III yhdessä 10 tunnissa sekä I ja III yhdessä 7,5 tunnissa. Missä ajassa kukin putki yksin täyttäisi altaan ja missä ajassa ne kaikki yhdessä täyttäisivät sen?

Vast:

1. $-2/5$
2. $7/11$
3. $(E - U)/R$
4. $Rmg/(I - Rm)$
5. $LH/(h + H)$
6. $\varepsilon T_2/(\varepsilon - 1)$
7. $v_k v_1/(2v_1 - v_k)$
8. $R_1 R_2/(R_1 + R_2)$
9. $(4h^2 + L^2)/(8h)$
10. $1, -3$
11. $(-5 \pm \sqrt{13})/2$
12. $\pm \sqrt{2(H - h)}/g$
13. $-R \pm \sqrt{GM/g}$
14. $-h \pm \sqrt{h^2 + A/\pi}$
15. $(-Lt \pm \sqrt{(Lt)^2 + 4ht(L - ht)})/(2ht)$
16. $1/(4\pi^2 f^2 L)$
17. $\pm Lv_1/\sqrt{v_2^2 - v_1^2}$
18. $x = 16, y = -12$
19. $a = g(m_2 - m_1)/(m_1 + m_2), T = 2gm_1 m_2/(m_1 + m_2)$
20. $h = t_1 t_2 L/(t_1 - t_2), x = t_2 L/(t_1 - t_2)$
21. $R_1 = \alpha_2 R_0/(\alpha_2 - \alpha_1), R_2 = -\alpha_1 R_0/(\alpha_2 - \alpha_1)$
22. $u = \frac{m - M}{m + M} v + \frac{2M}{m + M} V, U = \frac{2m}{m + M} v + \frac{M - m}{m + M} V$
23. $I = 1.56, I_1 = 0.67, I_2 = 0.89$
24. $I = 1.92, I_1 = 1.36, I_2 = 0.56, I_3 = 0.37, I_4 = 0.19$
25. $15 \text{ s} / 60 \text{ s}$
26. A 40 pv, B 24 pv
27. 6 h
28. 44.1 %
29. 21.8, 8.2 kg
30. 3960 kg
31. 30/24/16 km
32. I: 10 h, II: 15 h, III: 30 h, I+II+III: 5 h