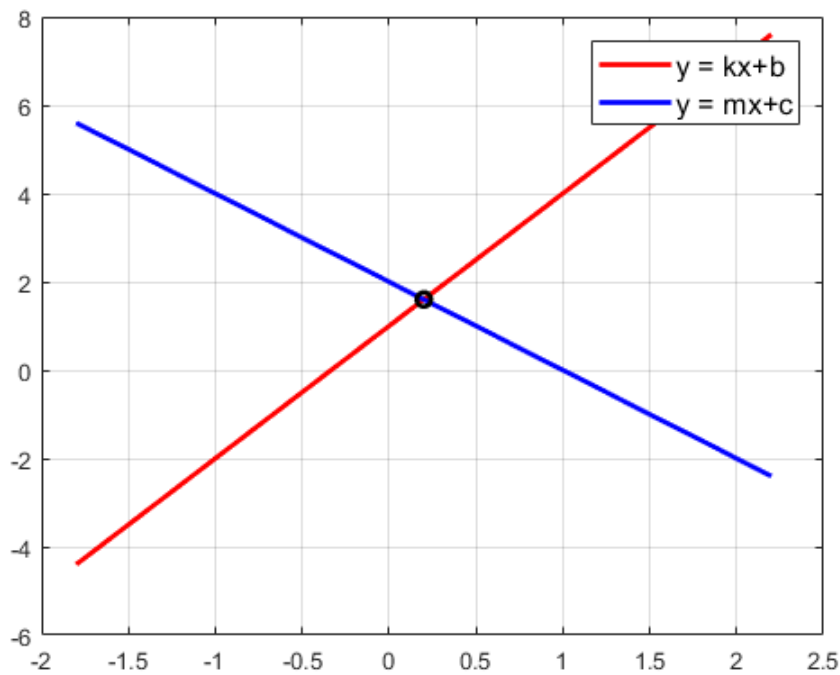


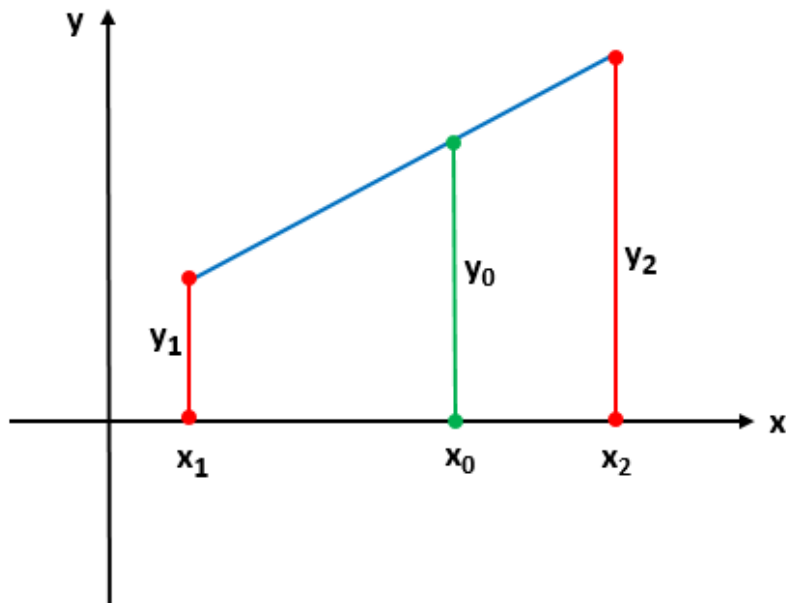
1. Tee laskelma, jolle annetaan k, b, m ja c , ja joka etsii suorien $y = kx + b$ ja $y = mx + c$ leikkauspisteen ratkaisemalla yhtälöparin

$$\begin{cases} y = kx + b \\ y = mx + c \end{cases}$$

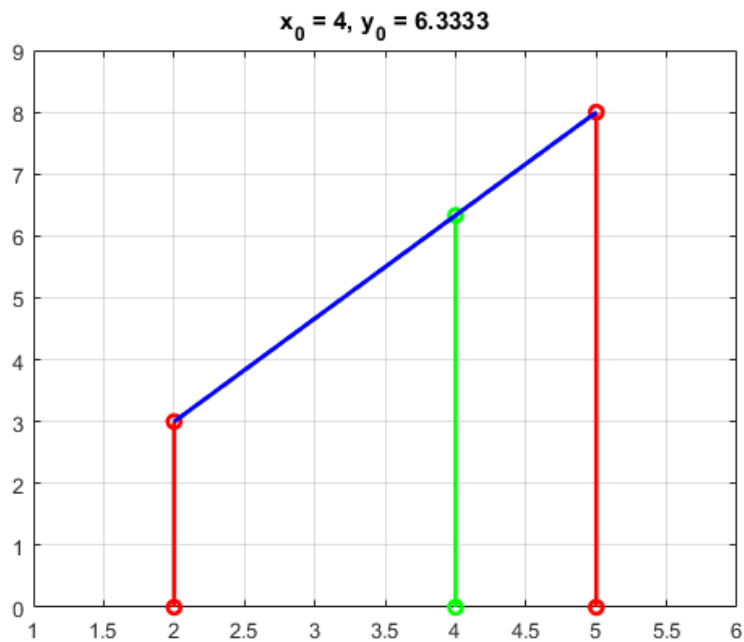
ja piirtää allaolevan näköisen kuvan.



2. Tee laskelma, jolle annetaan x_1, y_1, x_2, y_2 ja x_0 , ja joka laskee y_0 :n **lineaarisesti interpoloiden**

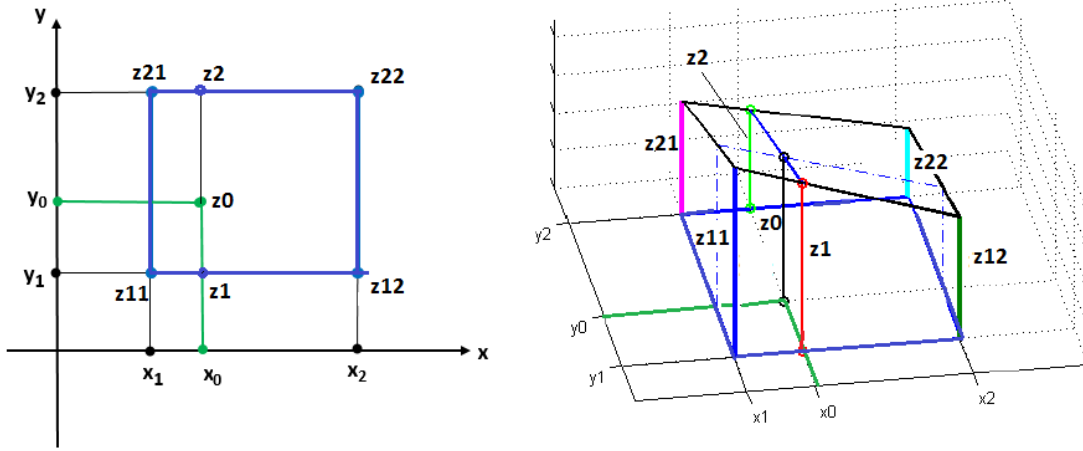


ja piirtää allaolevan näköisen kuvan

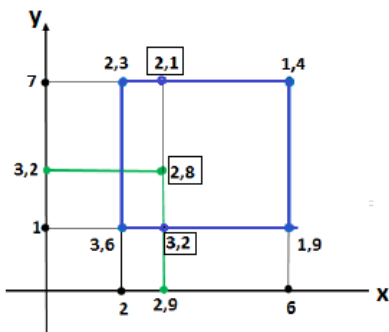
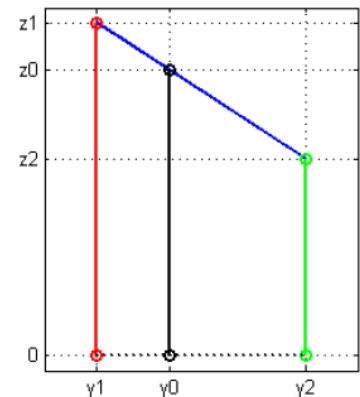
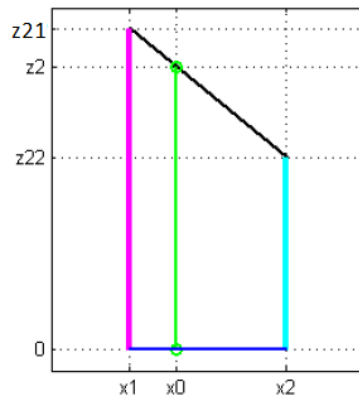
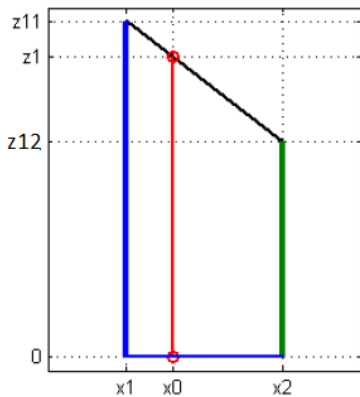


3. Tee lineaarista interpoloinnista 2D-versio eli

$$x_1, x_2, y_1, y_2, z_{11}, z_{12}, z_{21}, z_{22}, x_0, y_0 \rightarrow z_0$$



tekemällä kolme lineaarista 1D-interpolointia kuten allaolevissa kuvissa (eli laske ensin z_1 ja z_2 , ja niiden avulla z_0).

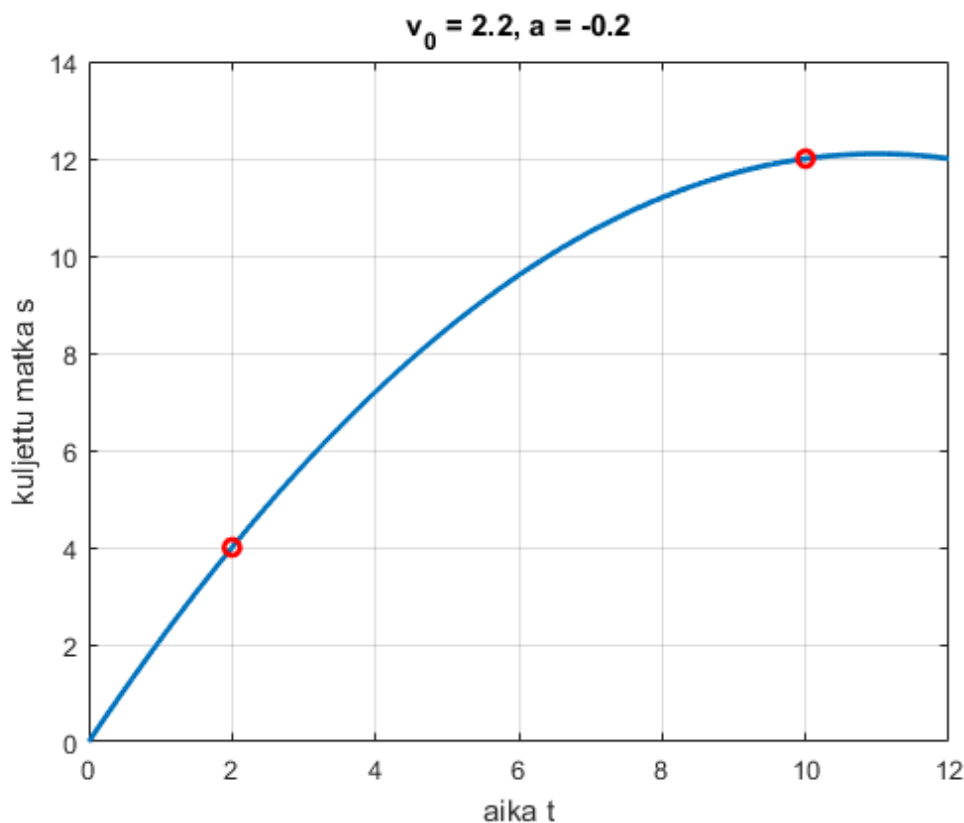


$$\begin{aligned} x_1 &= 2, x_2 = 6, y_1 = 1, y_2 = 7 \\ z_{11} &= 3.6, z_{12} = 1.9, z_{21} = 2.3, z_{22} = 1.4 \\ x_0 &= 2.9, y_0 = 3.2 \\ \rightarrow z_1 &= 3.2, z_2 = 2.1, z_0 = 2.8 \end{aligned}$$

4. (Tasaisesti kiihtyvä liike) Tee laskelma, jolle annetaan ajanhetket t_1 ja t_2 ja niitä vastaavat kuljetut matkat s_1 ja s_2 , ja joka laskee alkunopeuden v_0 ja kiihtyvyyden a , ja piirtää kuljetun matkan

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

kuvaajan vaikkapa välillä $t = 0 \dots t_2 + 2$.



ohje: ratkaise v_0 ja a yhtälöparista

$$\begin{cases} s_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2 \\ s_2 = v_0 t_2 + \frac{1}{2} a t_2^2 \end{cases}$$

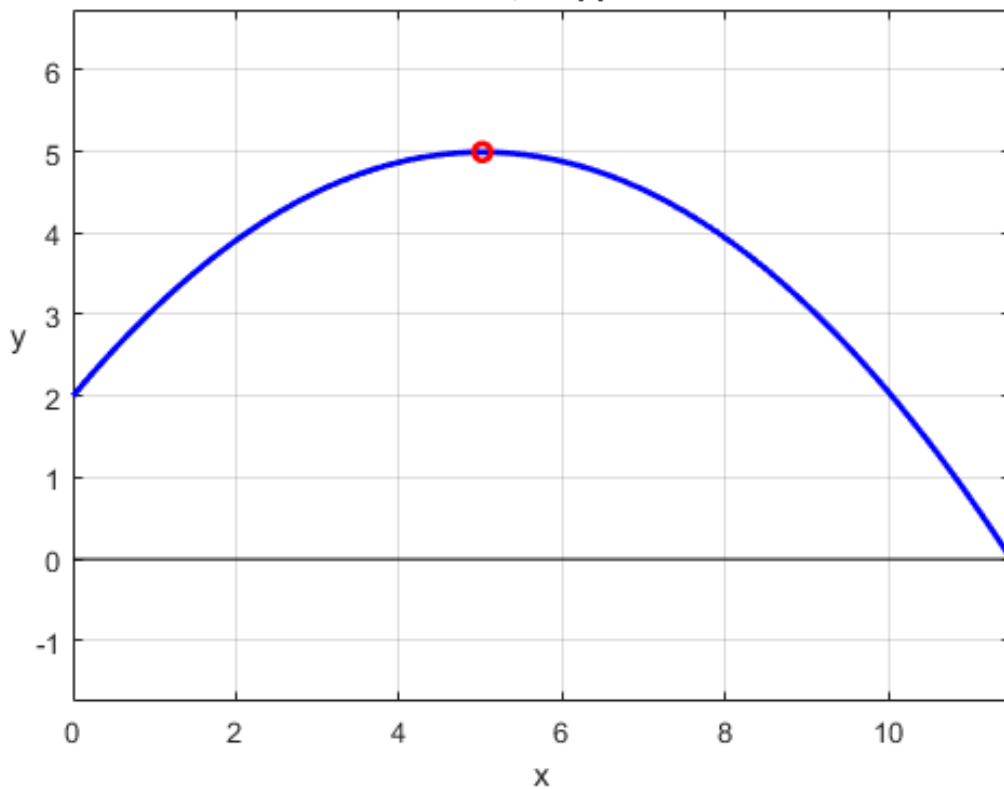
5. (Heittoliike) Tee laskelma, jolle annetaan kappaleen lähtökorkeus h , lähtönopeus v_0 ja lähtökulma α , ja joka laskee sen vaakasuoran lentomatkan ja huippukorkeuden ja piirtää allaolevan näköisen kuvan lentoradasta

$$y = ax^2 + bx + h$$

$$a = -\frac{g}{2(v_0 \cos(\alpha))^2}, \quad b = \tan(\alpha), \quad g = 9.81$$

$$h = 2, v_0 = 10, \alpha = 50^\circ$$

$$\text{lentomatka} = 11.5034, \text{ huippukorkeus} = 4.9907$$

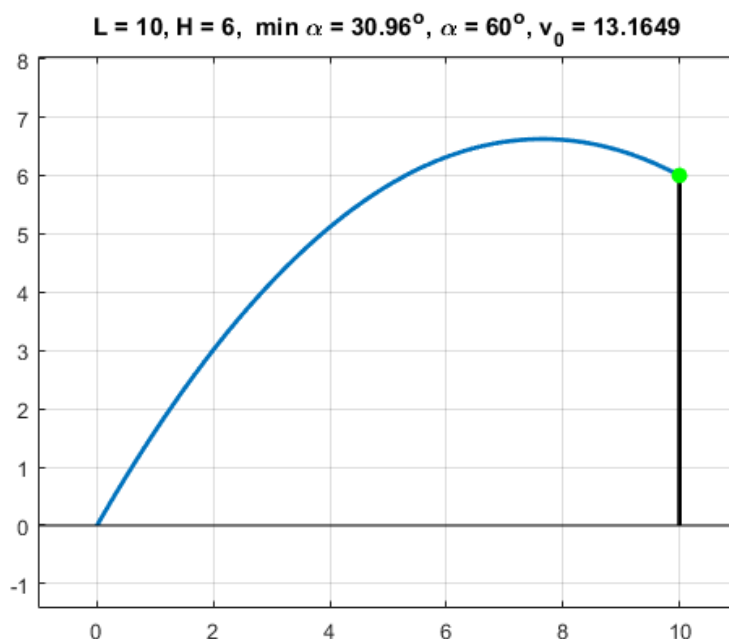


6. (Heittoliike) Tee laskelma, jolle annetaan maalin koor-
dinaatit L ja H ja lähtökulma α , ja joka laskee lähtönopeuden
 v_0 niin, että (pisteestä $[0, 0]$ heitetty) kappale osuu maa-
liin, eli ratkaisee v_0 :n yhtälöstä

$$H = aL^2 + bL, \quad a = -\frac{g}{2(v_0 \cos(\alpha))^2}, \quad b = \tan(\alpha)$$

ja piirtää allaolevan näköisen kuvan kappaleen lentora-
dasta

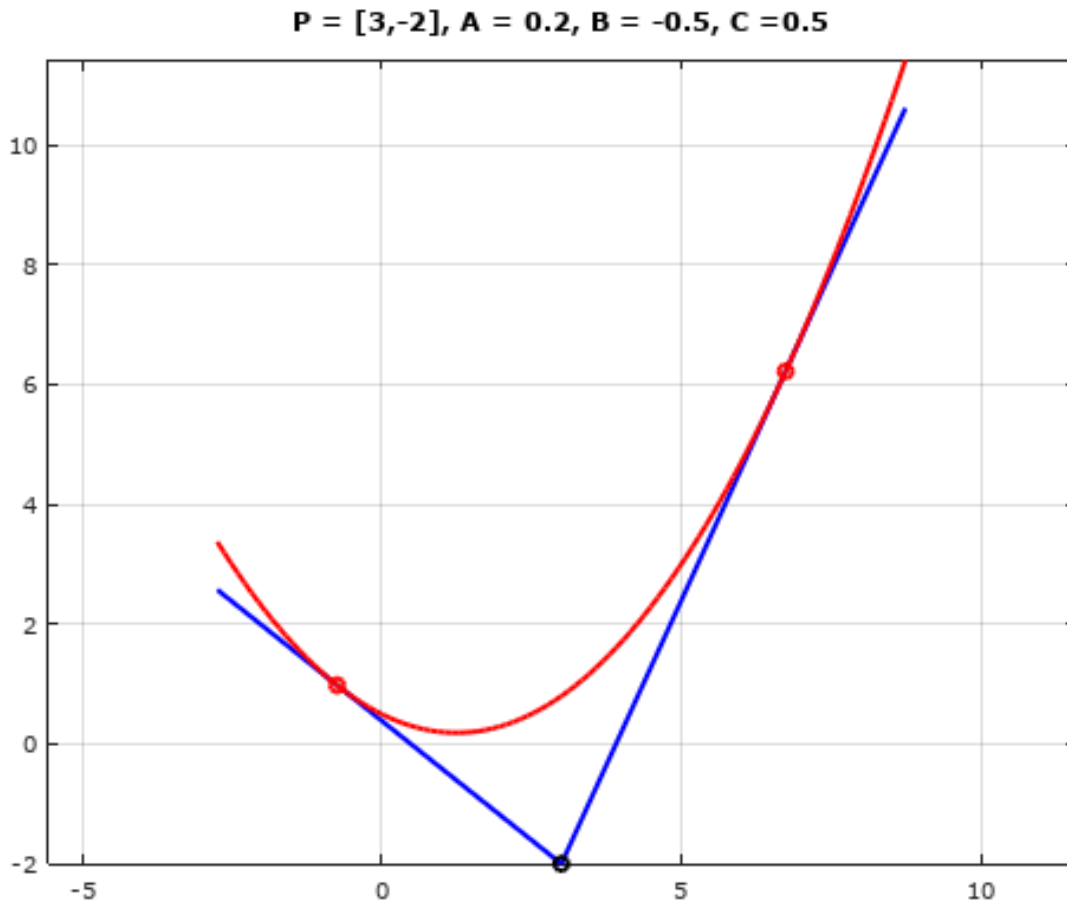
$$y = ax^2 + bx, \quad x = 0 \dots L$$



Huom: lähtökulman α on oltava suurempi kuin

$$\min \alpha = \tan^{-1}(H/L)$$

7. Tee laskelma, jolle annetaan Px, Py, A, B ja C , ja joka etsii pisteestä $P = [Px, Py]$ paraabelille $y = Ax^2 + Bx + C$ piirrettyjen tangenttien kulmaker-
toimet ja piirtää allaolevan näköisen kuvan.

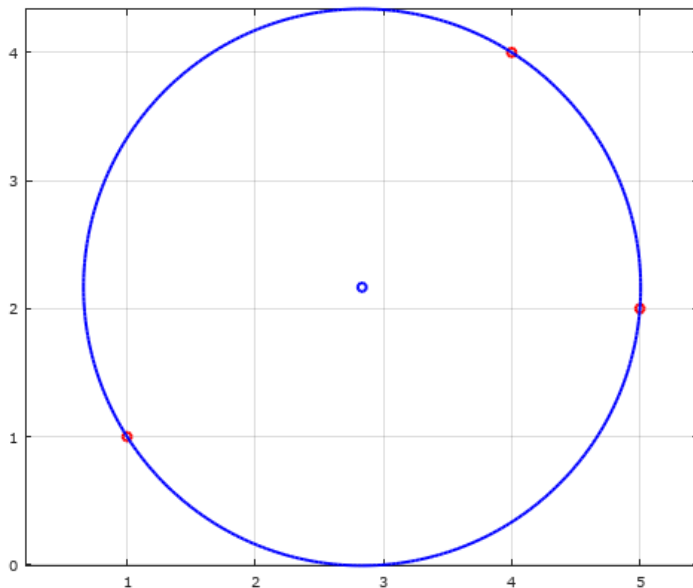


ohje: tangentti = suora, joka leikkaa paraabelin yhdessä
pisteessä; määrää k niin, että pisteen P kautta kul-
kevalla suoralla $y = k(x - Px) + Py$ ja paraabelilla
 $y = Ax^2 + Bx + C$ on vain yksi leikkauspiste

8. Tee laskelma, joka etsii annettujen pisteiden $[x_1, y_1]$, $[x_2, y_2]$ ja $[x_3, y_3]$ kautta kulkevan ympyrän keskipisteen koordinaatit x_0 ja y_0 ja säteen r ratkaisemalla yhtälöryhmän

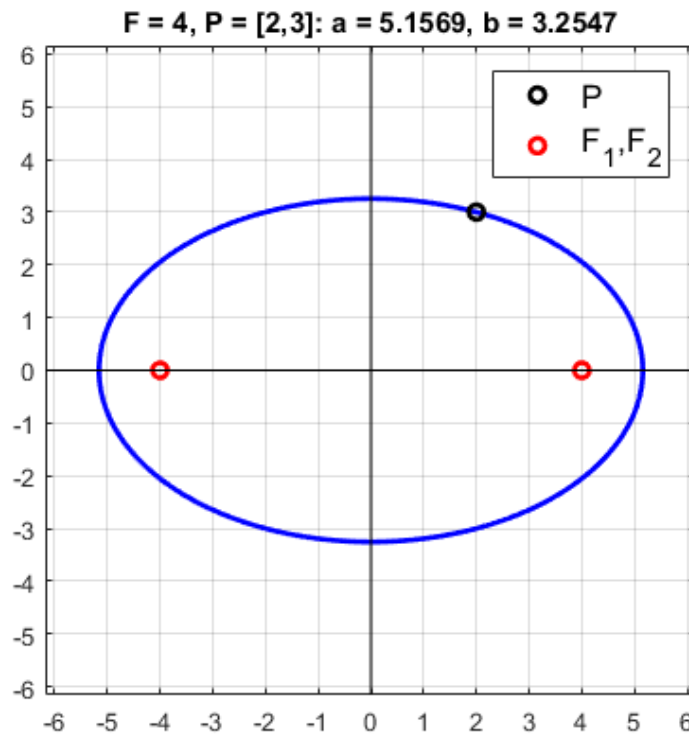
$$\begin{cases} (x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 = r^2 \\ (x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 = r^2 \\ (x_3 - x_0)^2 + (y_3 - y_0)^2 = r^2 \end{cases}$$

ja piirtää allaolevan näköisen kuvan.



ohje: vähennä kolmas yhtälö kahdesta ensimmäisestä \rightarrow yhtälöpari keskipisteen koordinaateille x_0, y_0

9. Tee laskelma, jolle annetaan F niin, että ellipsin polttopisteet ovat $F_1 = [-F, 0]$, $F_2 = [F, 0]$, ja ellipsin pisteen P koordinaatit Px, Py , ja joka laskee ellipsin puoliakselien pituudet a ja b , ja piirtää allaolevan näköisen kuvan.



ohje: $PF_1 + PF_2 = 2a$, $F = \sqrt{a^2 - b^2}$

10. Tee laskelma, jolle annetaan a, b ja t_0 , ja joka piirtää allaolevan näköisen kuvan hyperbelistä

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$$

sen pisteestä $x_0 = a \cosh(t_0), y_0 = b \sinh(t_0)$ heijastuvasta säteestä ja tangentista, jonka kulmakerroin

$$k = -\frac{x_0 y_0}{a^2 - x_0^2}$$

