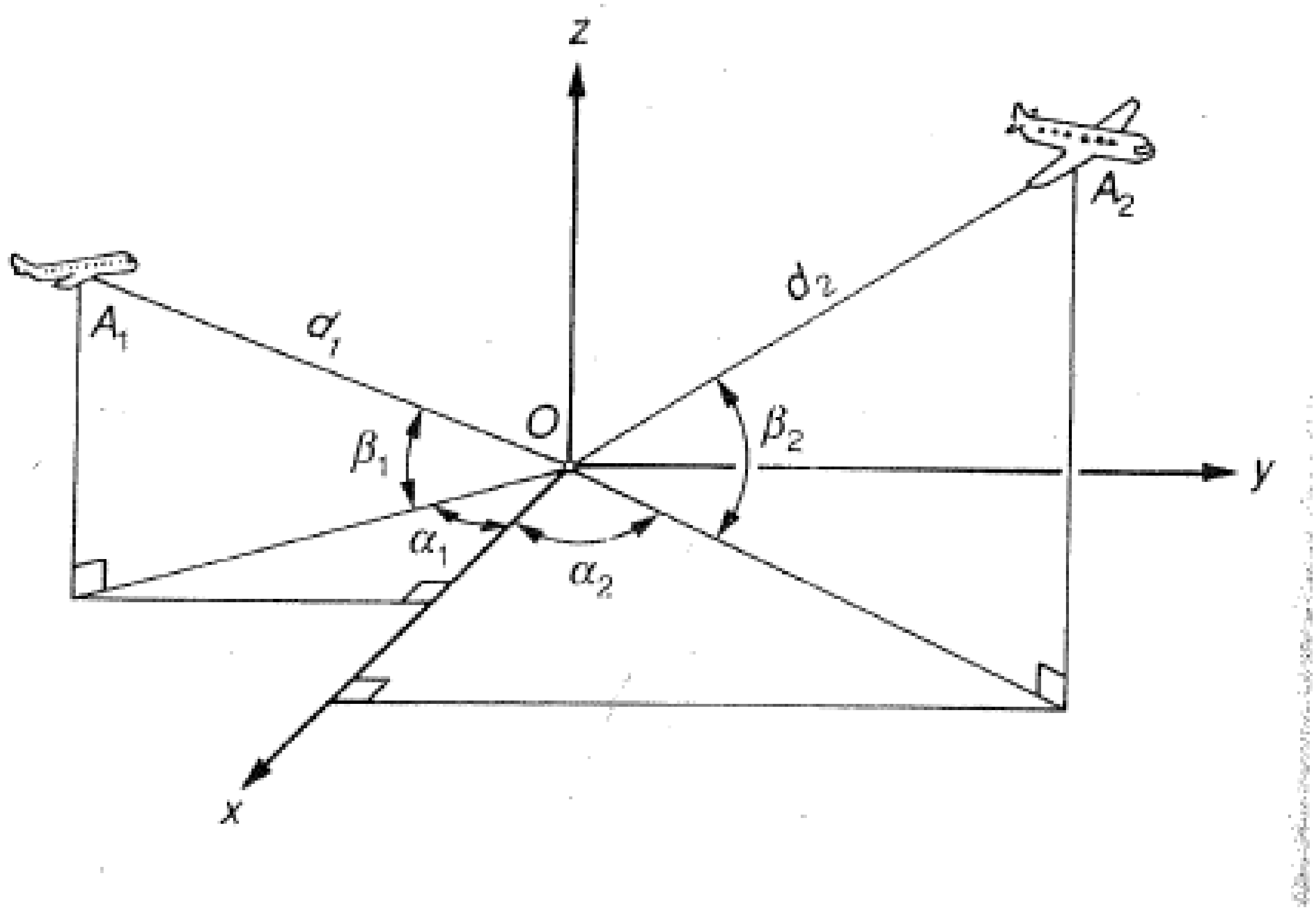
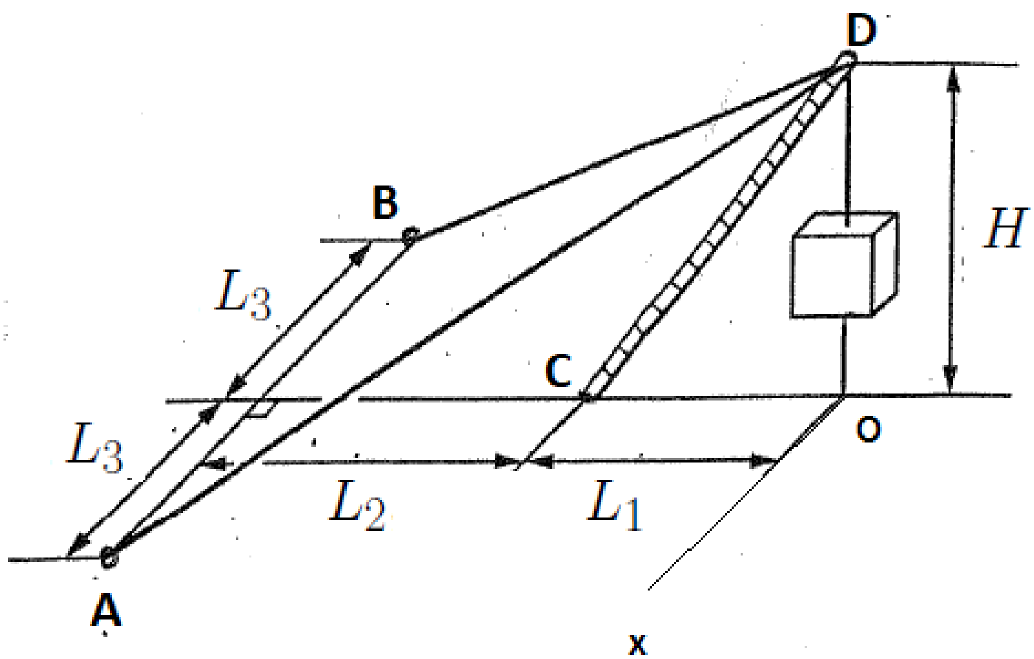
1. Tee laskelma, jolle annetaan etäisyydet $d_1 = OA_1$ ja $d_2 = OA_2$ ja kulmat $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$, ja joka laskee pisteiden A_1 ja A_2 koordinaatit ja niiden välisen etäisyyden.



vast:

$$\begin{cases} d_1 = 10,\ \alpha_1 = 35°,\ \beta_1 = 40° \\ \\ d_2 = 15,\ \alpha_2 = 55°,\ \beta_2 = 50° \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A_1 = [6.28, -4.39, 6.43] \\ \\ A_2 = [5.53, 7.90, 11.49] \\ \\ A_1A_2 = 13.32 \end{cases}$$

2. Tee laskelma, jolle annetaan allaolevan kuvan mukaiset mitat H, L_1, L_2, L_3 ja taakan paino G, ja joka laskee (voima)vektoreiden $\mathbf{F}_A$ (suunta **DA**), $\mathbf{F}_B$ (suunta **DB**) ja $\mathbf{F}_C$ (suunta **CD**) pituudet, kun niiden summa $\mathbf{F}_A + \mathbf{F}_B + \mathbf{F}_C = [0, 0, G]$

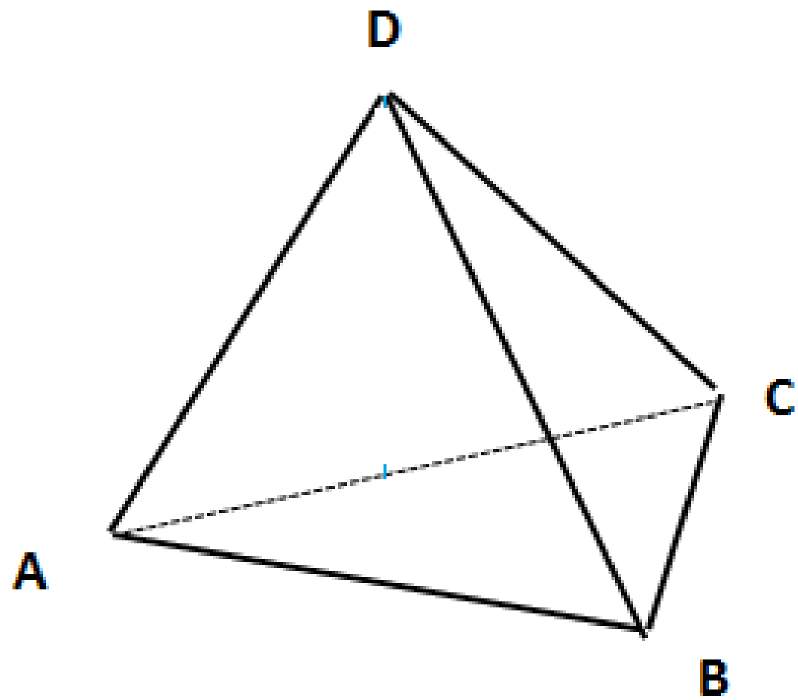


vast:

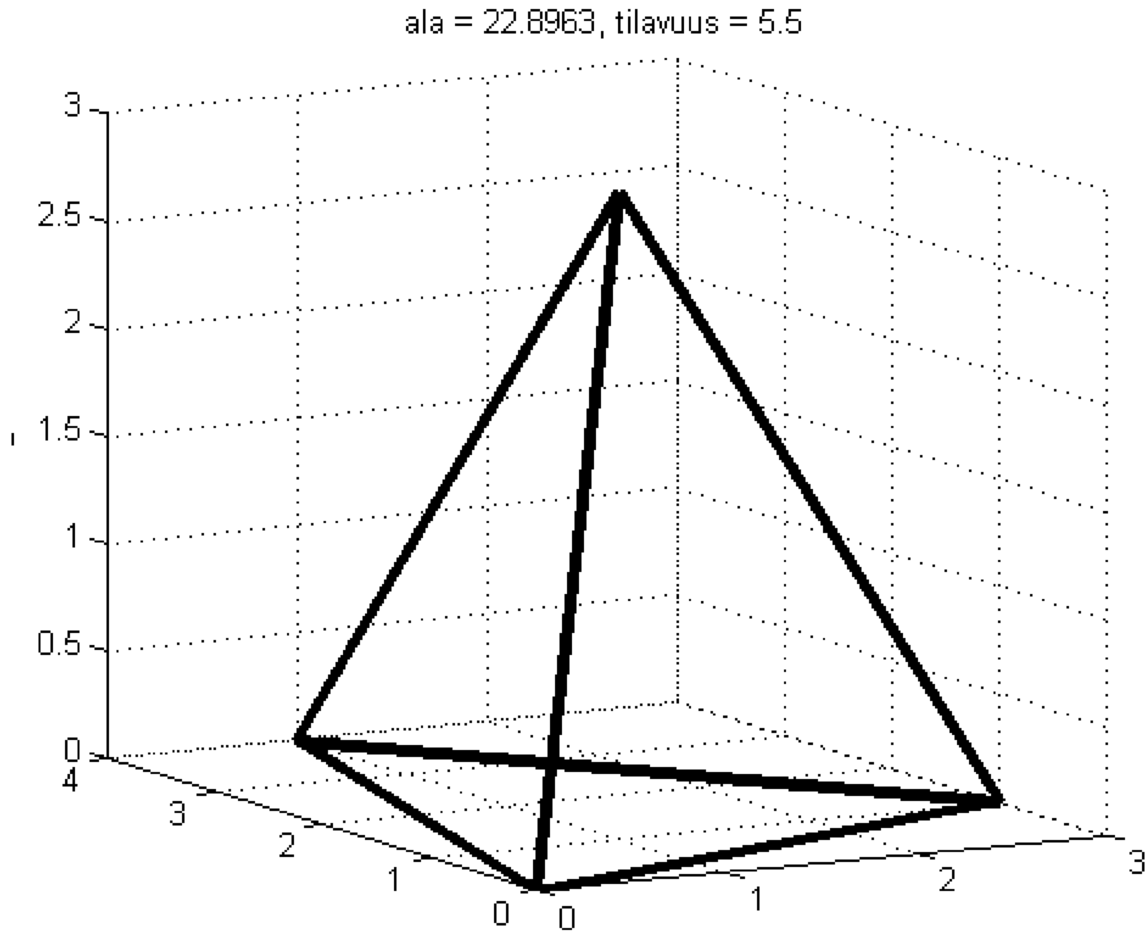
$$H = 42, L_1 = 31.5, L_2 = 42, L_3 = 56, G = 1$$

$$\to \|\mathbf{F}_A\| = \|\mathbf{F}_B\| = 0.9062, \|\mathbf{F}_C\| = 2.1875$$

3. Tee laskelma, joka laskee annettujen pisteiden A, B, C ja D muodostaman tetraedrin pinta-alan ja tilavuuden

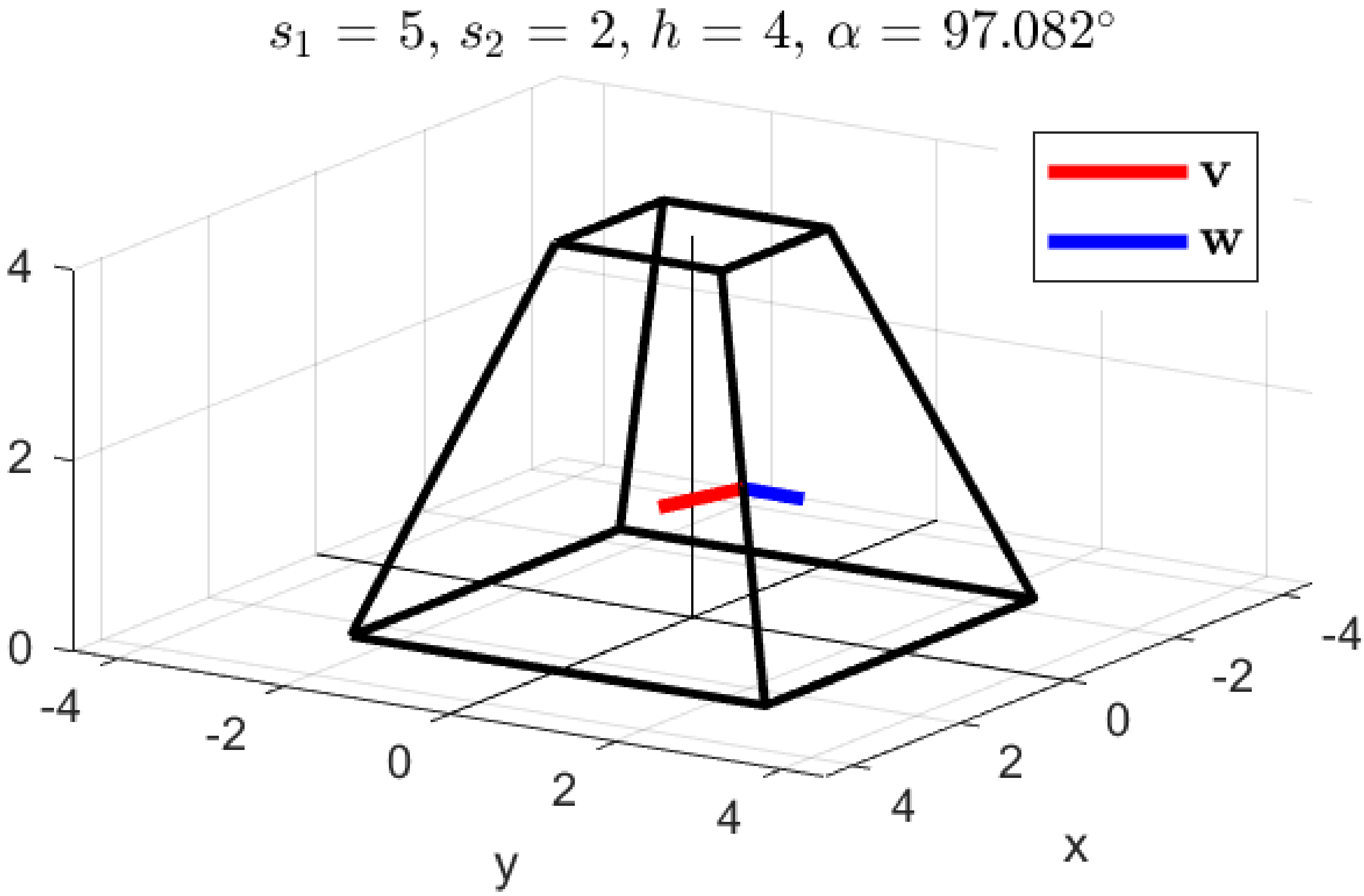


ja piirtää allaolevan näköisen kuvan (kun $A = [0, 0, 0]$, $B = [3, 1, 0]$, $C = [1, 4, 0]$ ja $D = [1, 1, 3]$)

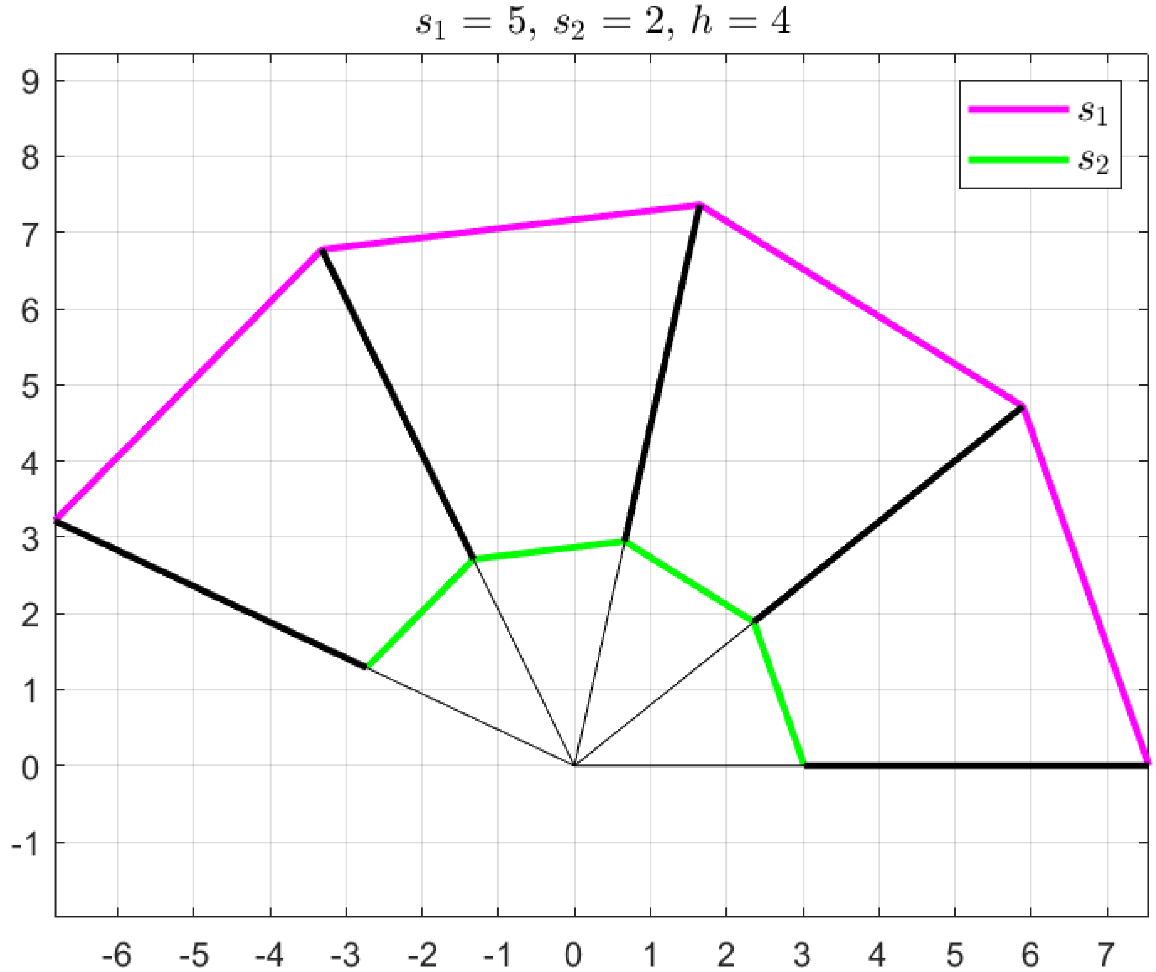


ohje: ristitulo, skalaarikolmitulo

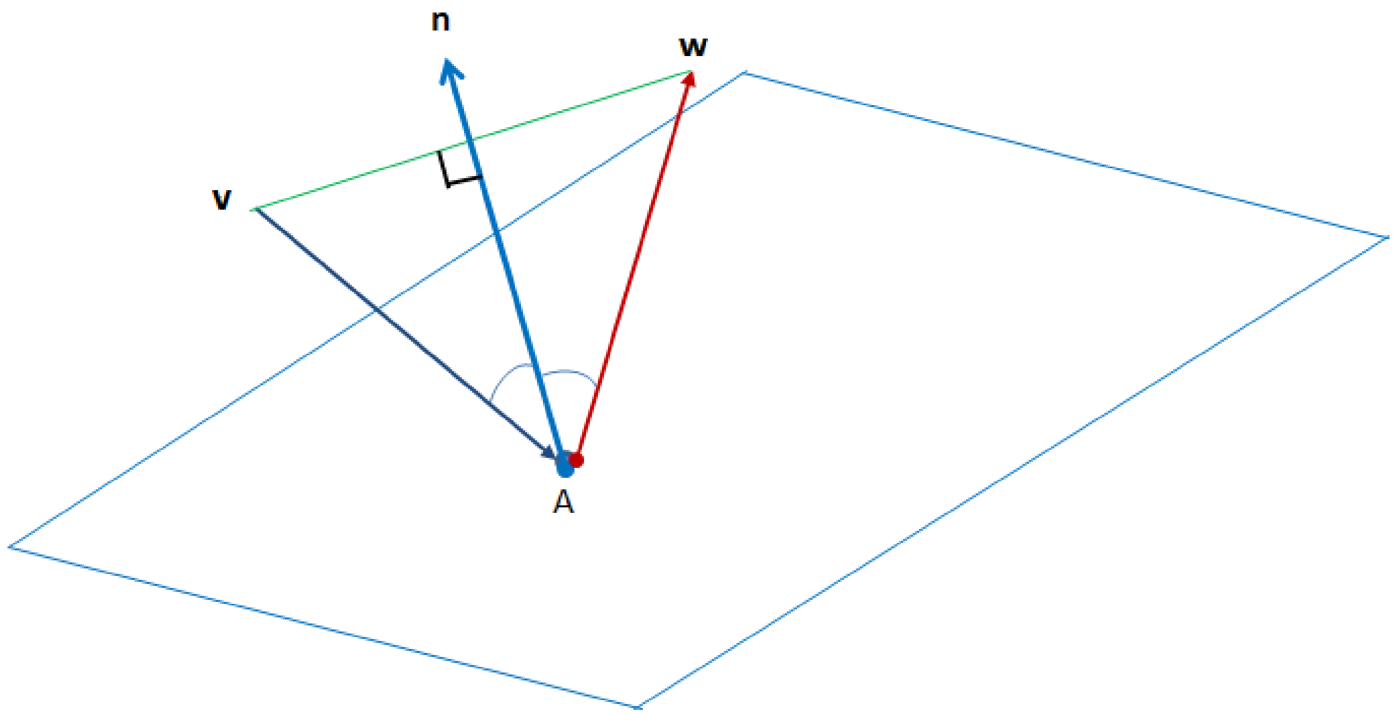
4. Katkaistun pyramidin pohja ja kansi ovat neliöitä (sivun pituudet s_1 ja s_2) ja sen korkeus on h.
Tee laskelma, jolle annetaan s_1, s_2 ja h, ja joka muodostaa kahden vierekkäisen seinän suuntaiset, niiden yhteistä särmää vastaan kohtisuorat vektorit $\mathbf{v}$ ja $\mathbf{w}$, laskee niiden välisen kulman α ja piirtää allaolevan näköisen kuvan.



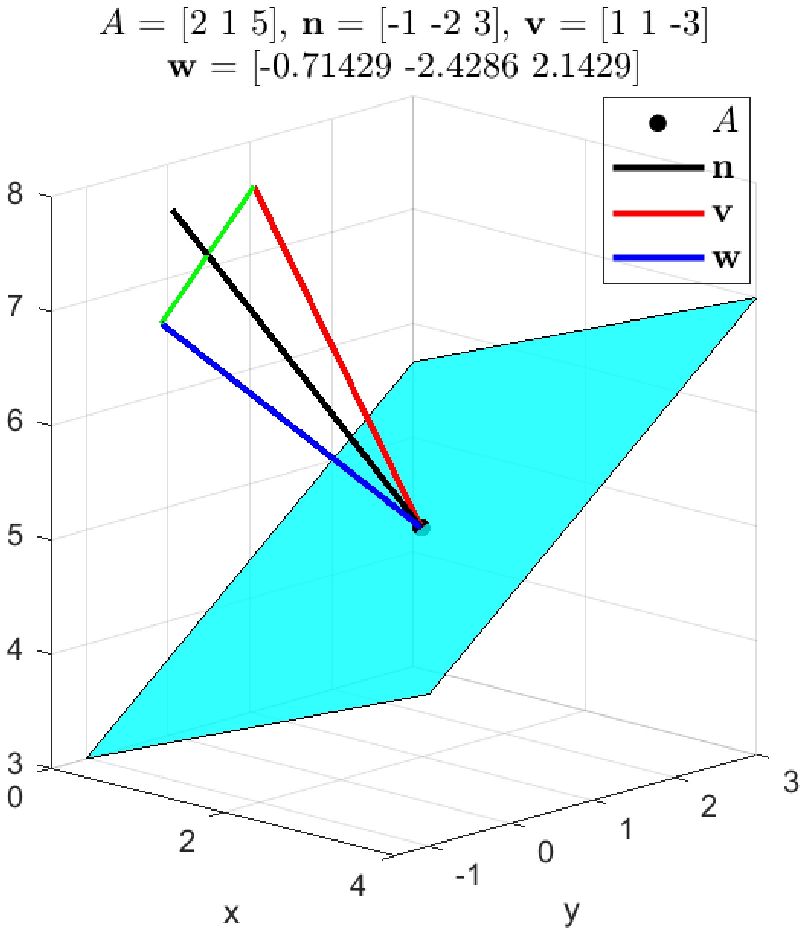
Piirrä myös allaolevan näköinen kuva levystä, jota taivuttamalla katkaistu pyramidi syntyy.



5. Tee laskelma, jolle annetaan taso $A, \mathbf{n}$ ja tulosuunta $\mathbf{v}$, ja joka laskee heijastumissuunnan $\mathbf{w}$

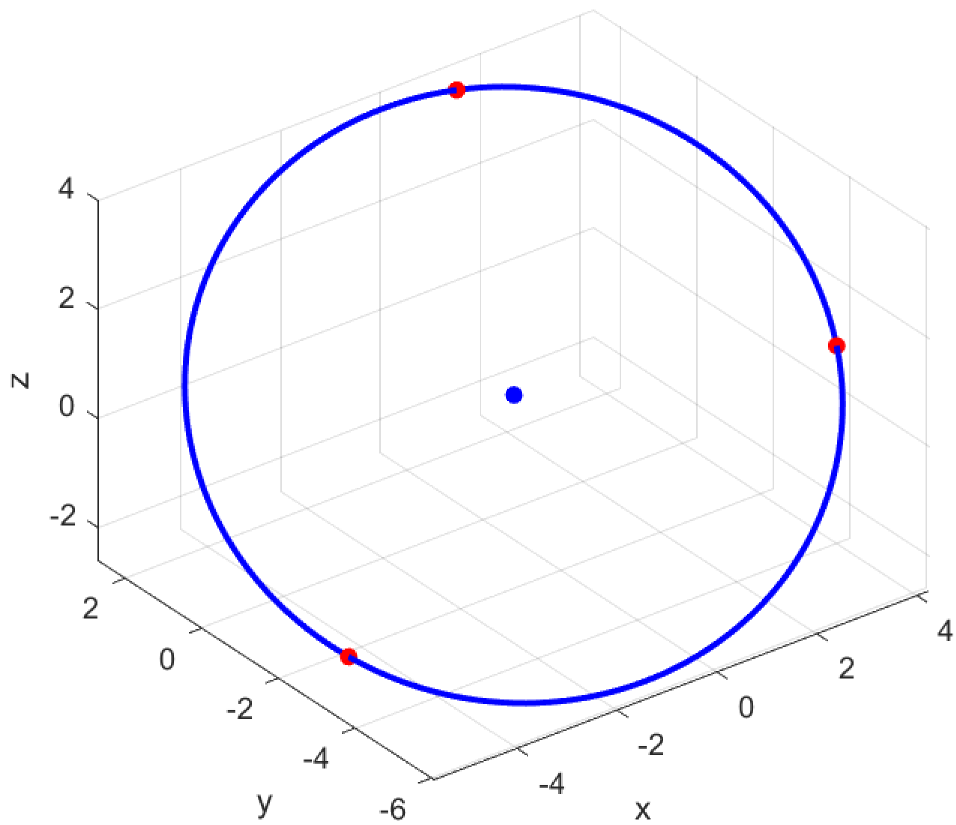


ja piirtää allaolevan näköisen kuvan.



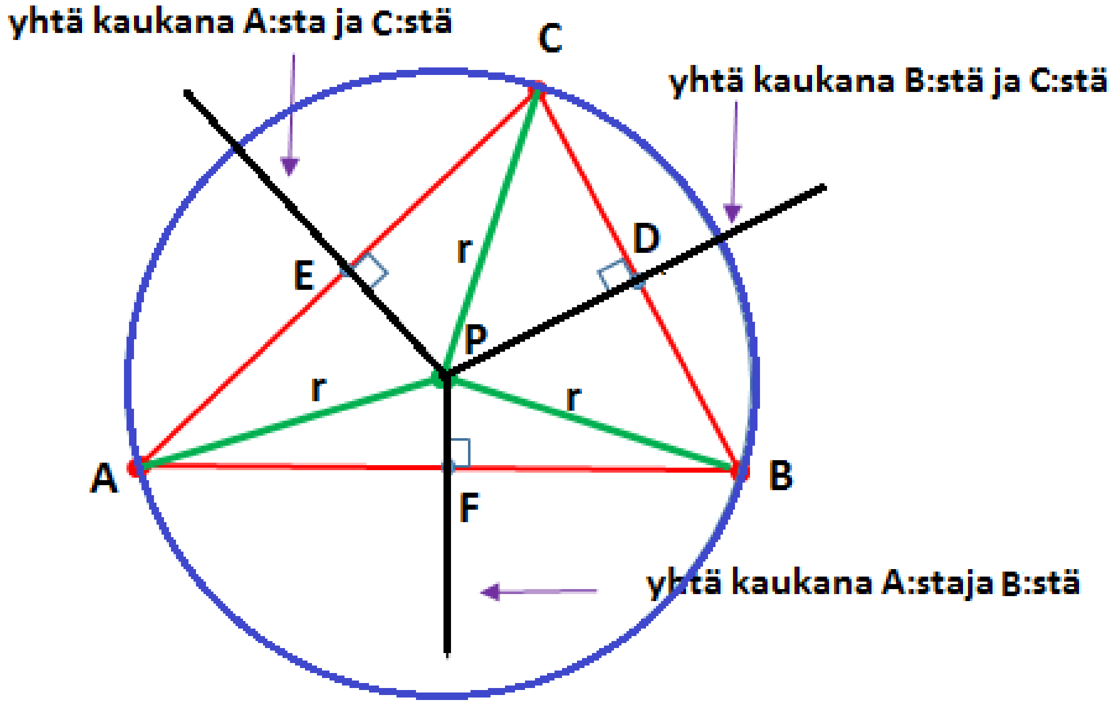
ohje: kuten 2D:ssä

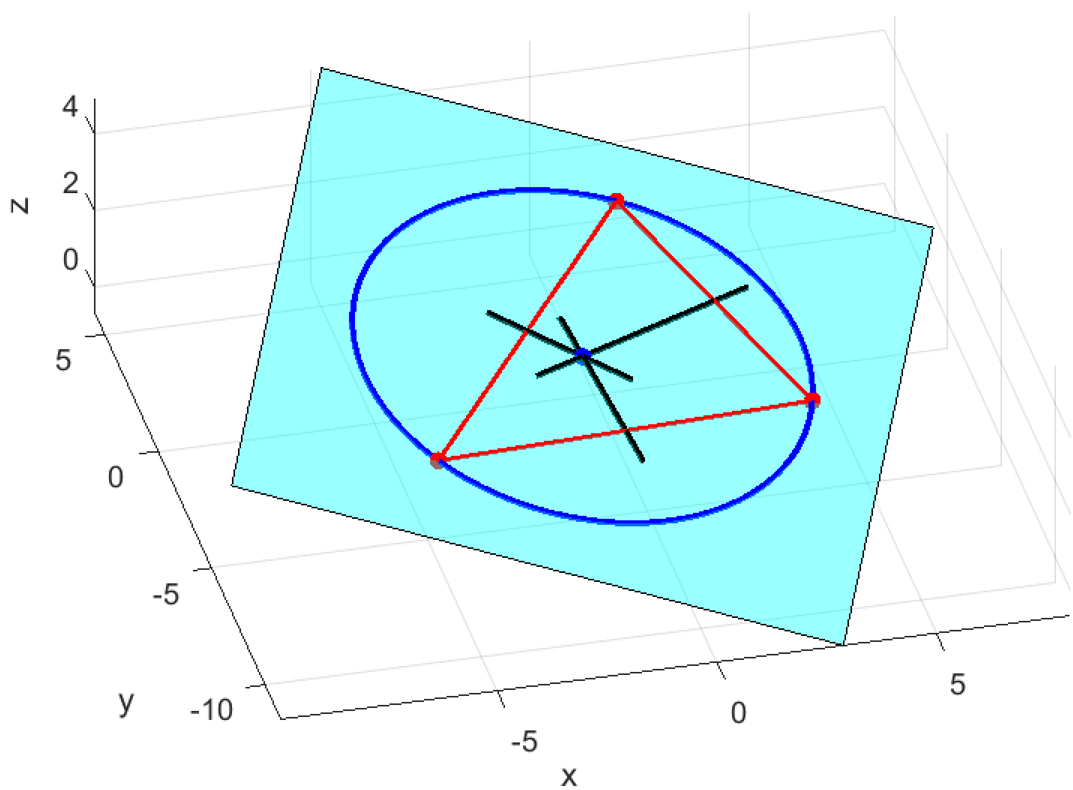
6. Tee laskelma, joka etsii annettujen pisteiden A, B ja C kautta kulkevan ympyrän keskipisteen P ja säteen r, ja piirtää allaolevan näköisen kuvan



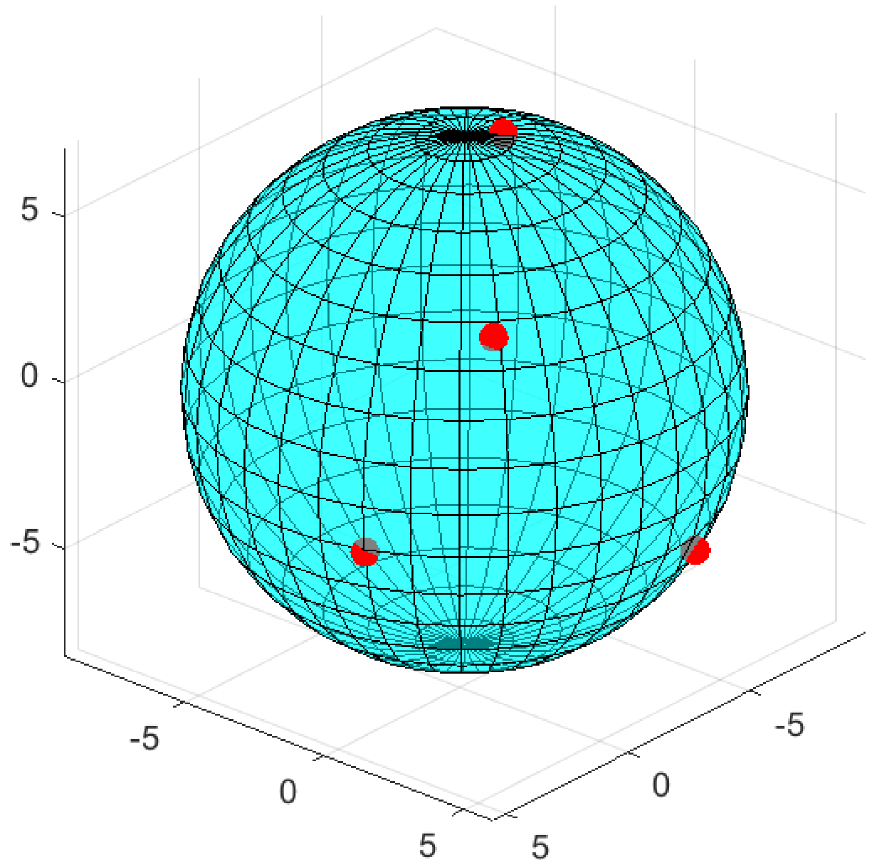
ohje: kuten 2D:ssä

ympyrän keskipiste P on kolmion ABC sivujen keskipisteiden kautta kulkevien, sivuja vastaan kohtisuorien ja tason ABC suuntaisten suorien leikkauspiste

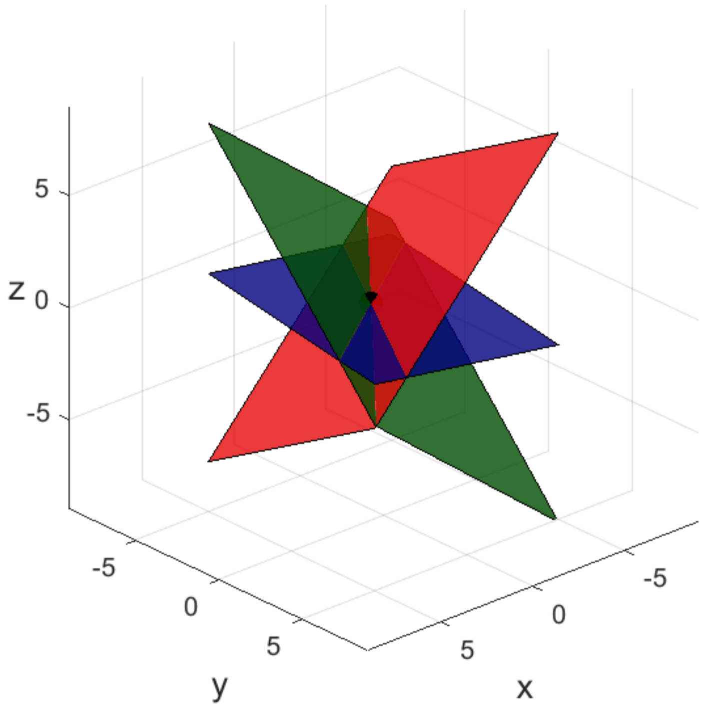

yhtä kaukana A:sta ja C:stä
C
yhtä kaukana B:stä ja C:stä
D
E
r
P
r
r
A
B
F
yhtä kaukana A:staja B:stä

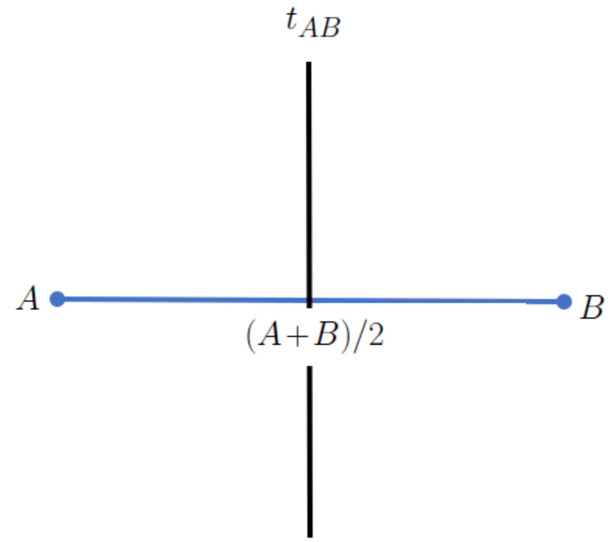

4
2
0
z
5
0
-5
y
-10
-5
0
5
x

7. Tee laskelma joka etsii annettujen pisteiden A, B, C ja D määrämän pallon keskipisteen P (= piste, joka on yhtä kaukana kaikista neljästä pisteestä), ja piirtää allaolevan näköisen kuvan.



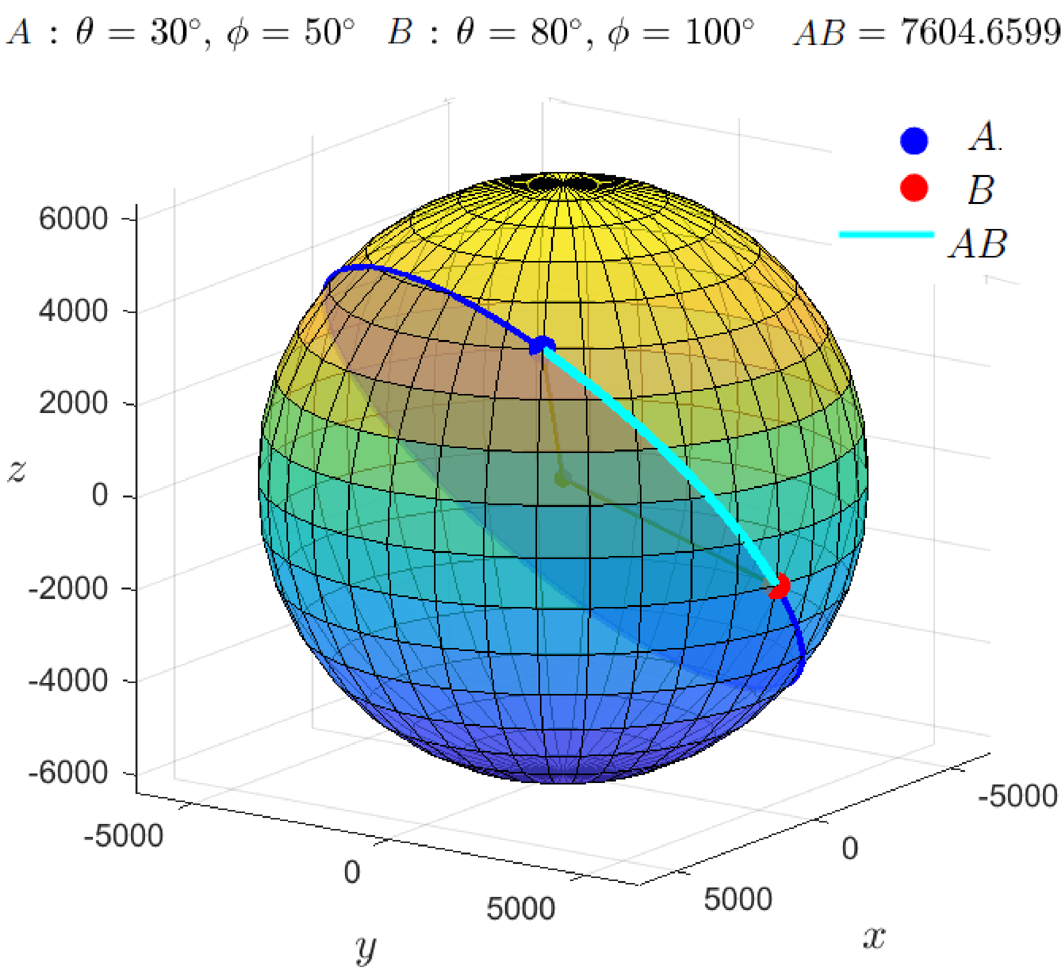
ohje: pallon keskipiste on kolmen tason leikkaupiste:





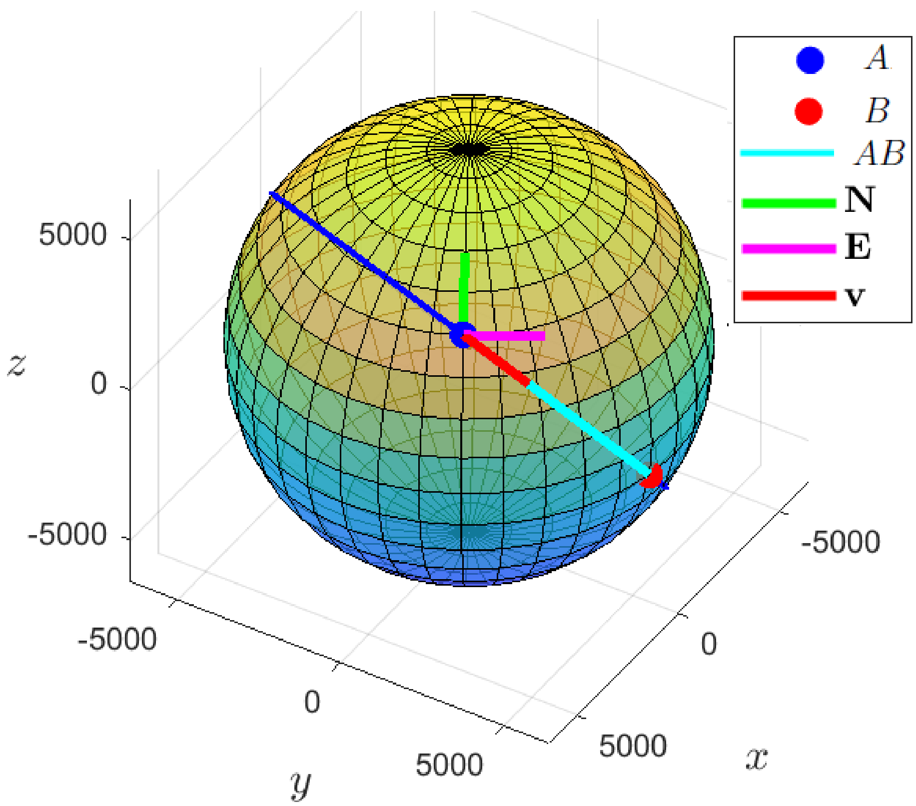
Pisteet, jotka ovat yhtä kaukana A:sta ja B:stä, ovat janan AB keskipisteen $(A+B)/2$ kautta kulkevalla, vektoria $\mathbf{AB}$ vastaan kohtisuoralla tasolla t_{AB}.
Vastaavasti pisteille B ja C $\rightarrow$ taso t_{BC}
ja pisteille C ja D $\rightarrow$ taso t_{CD}
Pallon keskipiste = tasojen t_{AB}, t_{BC} ja t_{CD} leikkauspiste = tasojen t_{AB} ja t_{BC} leikkaussuoran ja tason t_{CD} leikkauspiste.

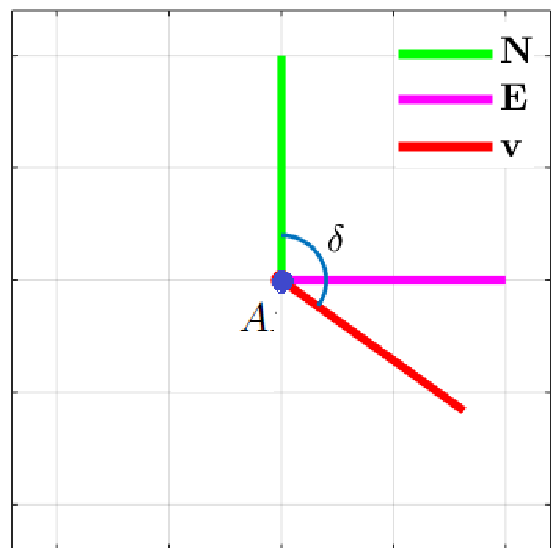
8. Tee laskelma, jolle annetaan (maa)pallon (keskipiste O, säde $R = 6400$) pisteiden A ja B pallokoordinaattikulmat θ ja ϕ, ja joka laskee A:n ja B:n välisen etäisyyden pallon pintaa pitkin mitattuna eli A:n ja B:n kautta kulkevan pallon halkaisijan (= ympyrä, keskipiste O, säde R) kaaren pituuden A:stä B:hen ja piirtää allaolevan näköisen kuvan.



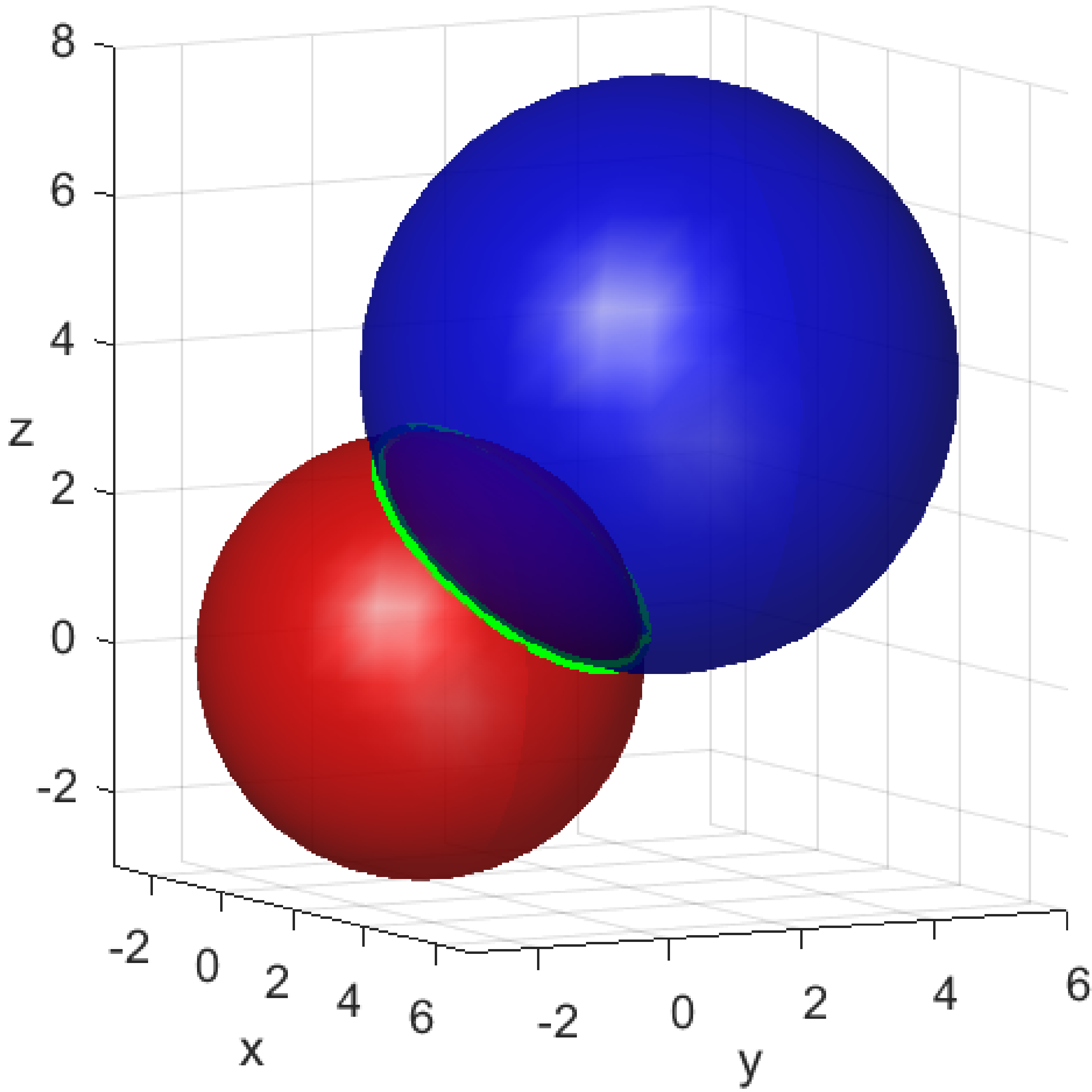
Lisää kuvaan vielä pallon pinnan suuntaiset A:sta pohjoiseen sojottava vektori $\mathbf{N}$, A:sta itään sojottava vektori $\mathbf{E}$ ja A:stä kohti B:tä sojottava vektori $\mathbf{v}$, ja laske oikean kuvan mukainen kulma δ (väliltä $0 \ldots 360°$), joka kertoo mihin kompassisuuntaan A:sta on lähdettävä kohti B:tä

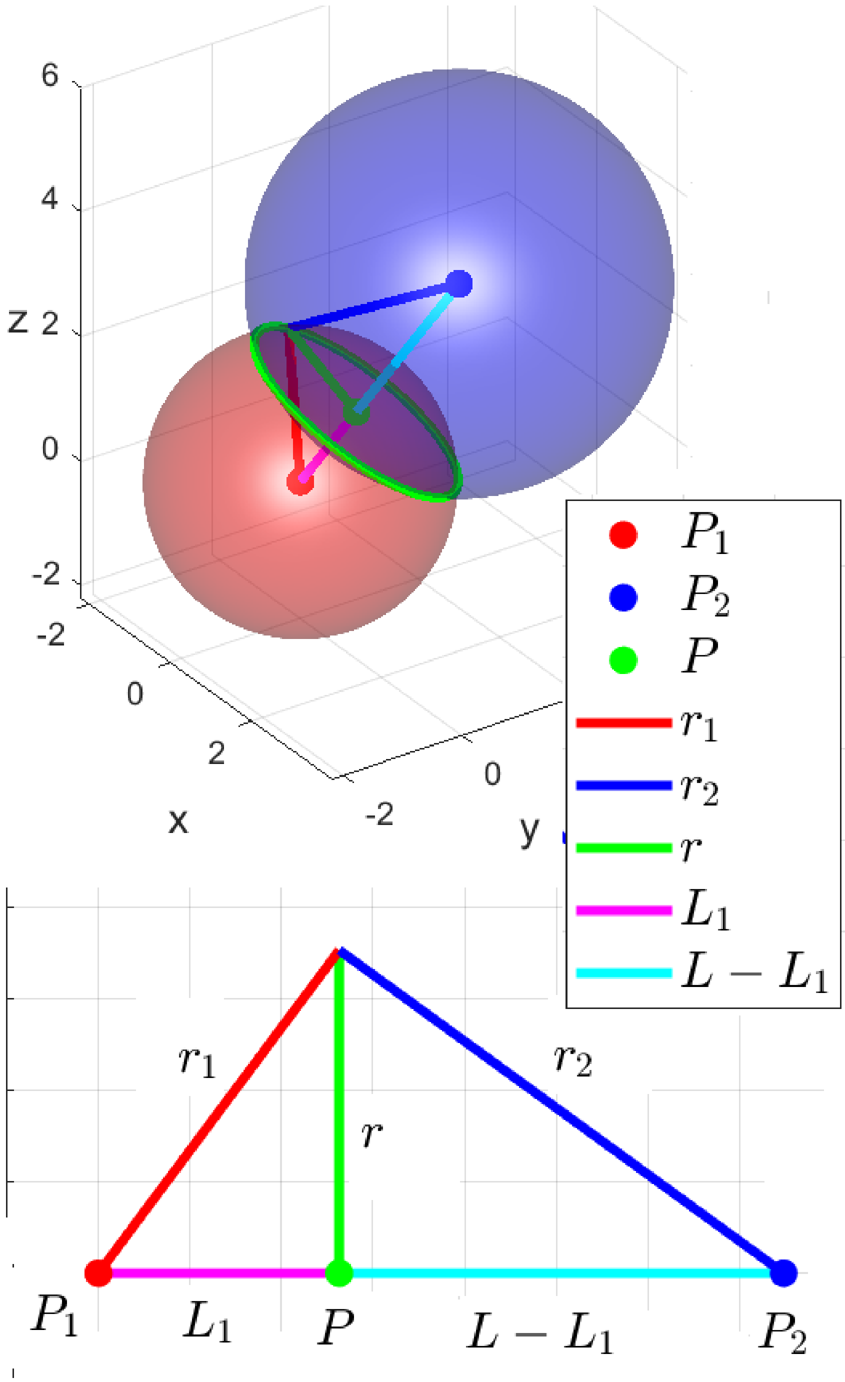
$A: \theta = 30°, \phi = 50°, \; B: \theta = 80°, \phi = 100°, \; AB = 7604.6599, \delta = 125.5909°$





9. Tee laskelma, jolle annetaan pallojen keskipisteet P_1 ja P_2 ja säteet r_1 ja r_2, ja joka etsii niiden leikkausympyrän keskipisteen P ja säteen r ja piirtää allaolevan näköisen kuvan





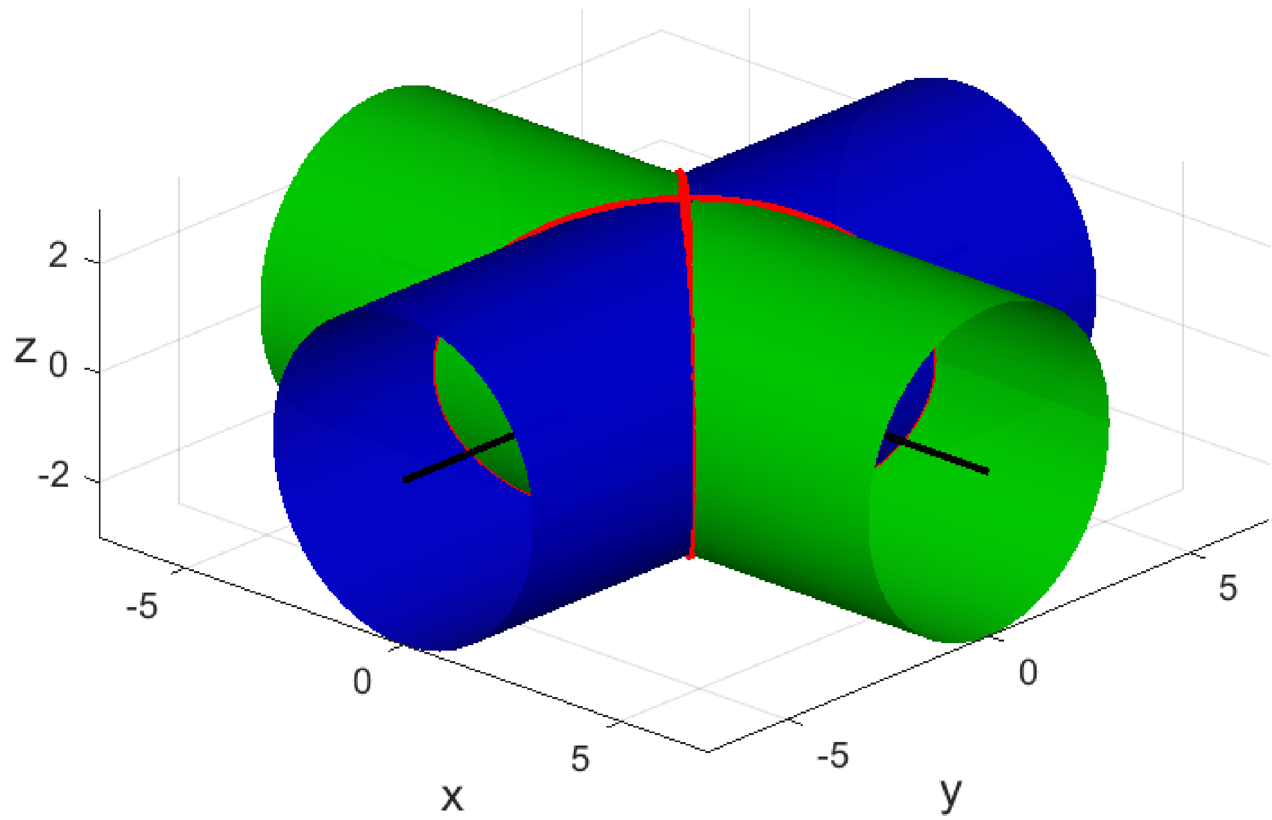
ohje: ratkaise kuvan mukainen etäisyys L_1 ehdosta

$$r_1^2 - L_1^2 = r_2^2 - (L - L_1)^2, \quad L = \|\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2\|$$

Pallot leikkaavat, jos

$$r_1^2 - L_1^2 > 0 \quad \text{ja} \quad r_2^2 - (L - L_1)^2 > 0$$

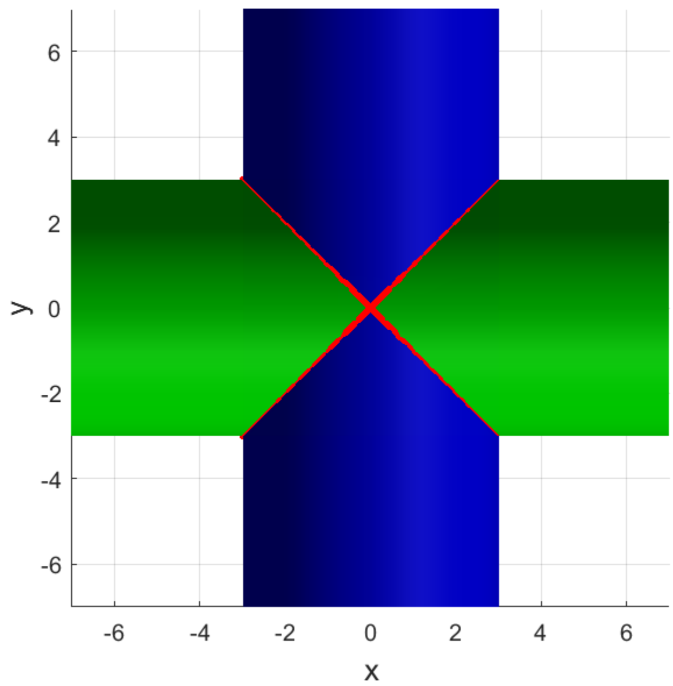
10. Tee laskelma, jolle annetaan lieriöiden säde r ja pituus L, ja joka etsii niiden leikkauskäyrän ja piirtää allaolevan näköisen kuvan, kun lieriöiden akseleina ovat x- ja y-akselit



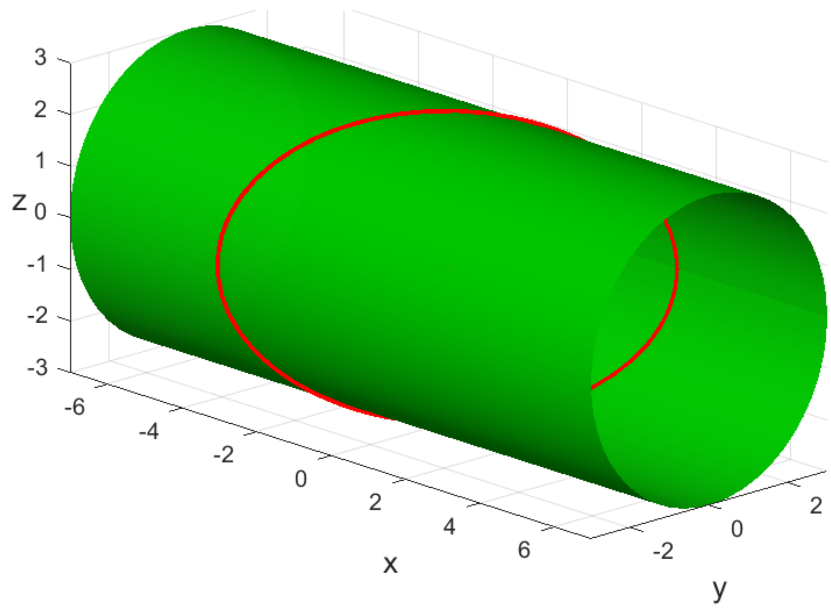
ohje: leikkauskäyrä = 2 ellipsiä

Huom: lieriöiden yhteinen osa on ns. bicylinder.

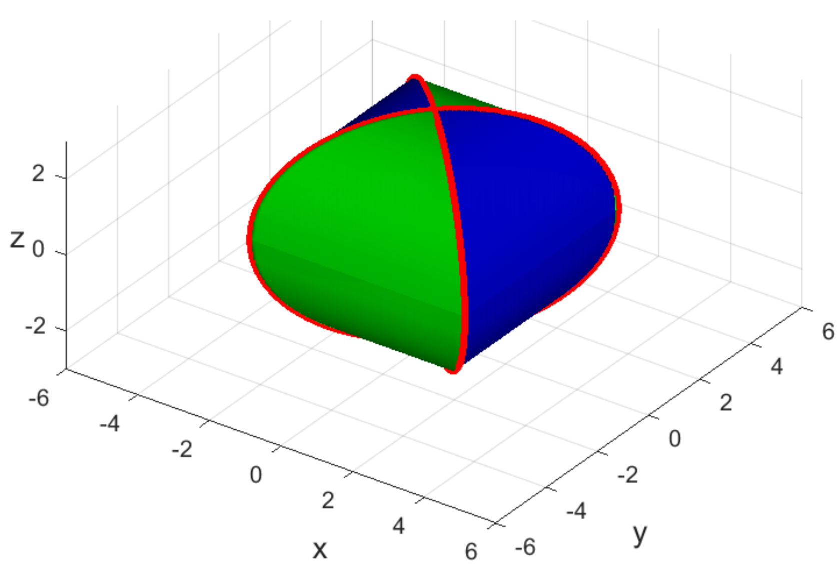
Sen tilavuus $V = \frac{16}{3} r^3$ ja pinta-ala $A = 16r^2$



6
4
2
y 0
-2
-4
-6
-6 -4 -2 0 2 4 6
x

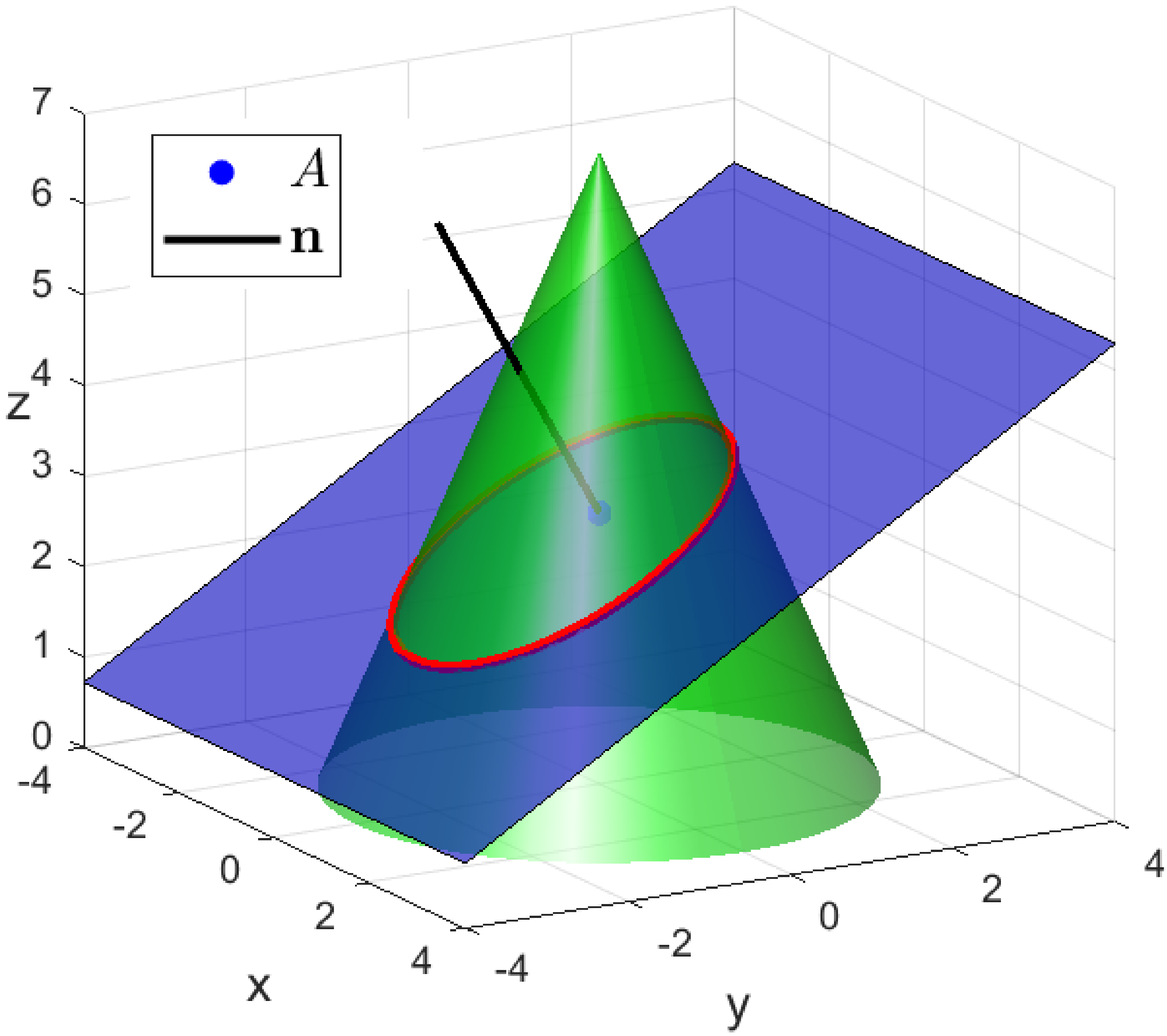


3
2
1
z 0
-1
-2
-3
-6 -4 -2 0 2 4 6
x
-2 0 2
y

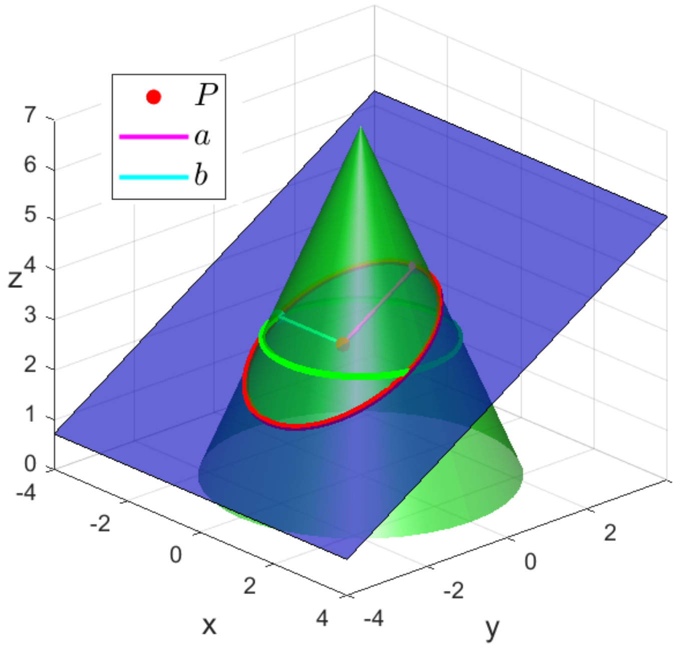


2
z 0
-2
-6 -4 -2 0 2 4 6
x
-6 -4 -2 0 2 4 6
y

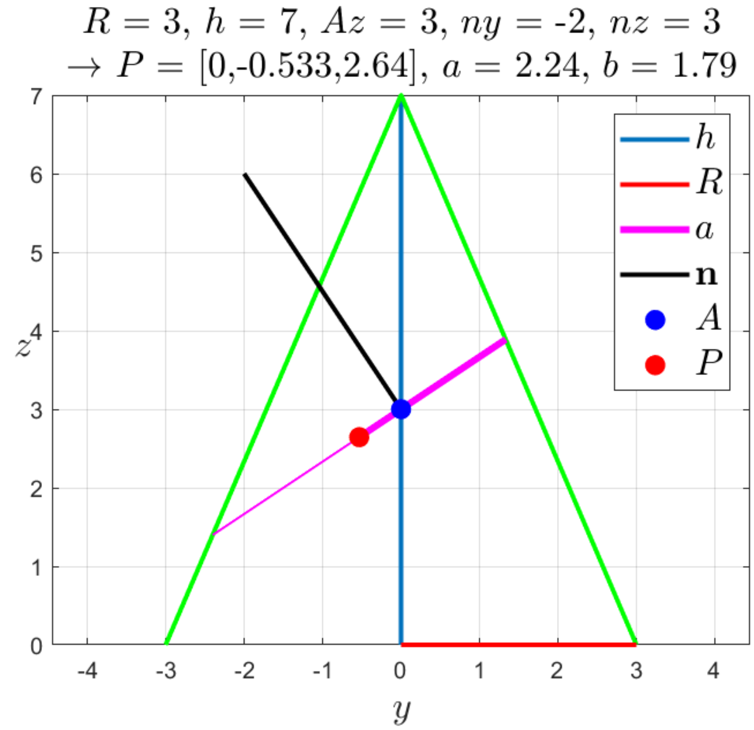
11. Tee laskelma, jolle annetaan kartion (akselina z-akseli) pohjan säde R ja korkeus h, ja tason piste $A = [0, 0, Az]$ ja normaali $\mathbf{n} = [0, ny, nz]$, $ny < 0$, ja joka etsii niiden leikkausellipsin keskipisteen P ja puoliakselit a ja b, ja piirtää allaolevan näköisen kuvan



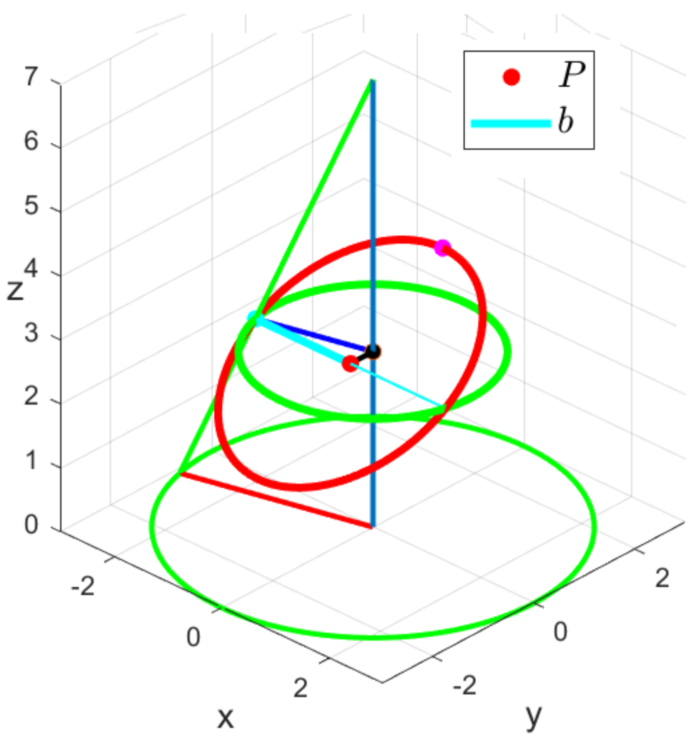
Ohje:



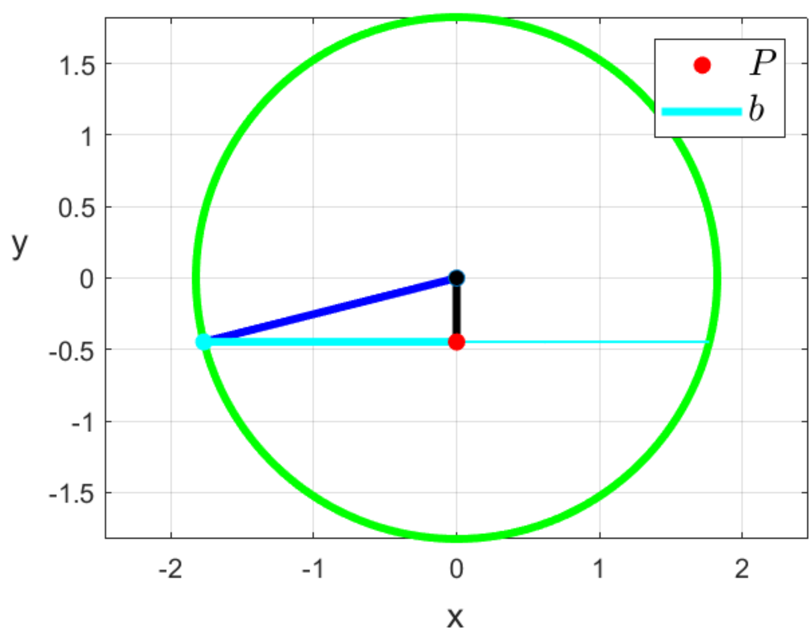
P
a
b
x
y
z



R = 3, h = 7, Az = 3, ny = -2, nz = 3
→ P = [0,-0.533,2.64], a = 2.24, b = 1.79
h
R
a
$\mathbf{n}$
A
P
y
z

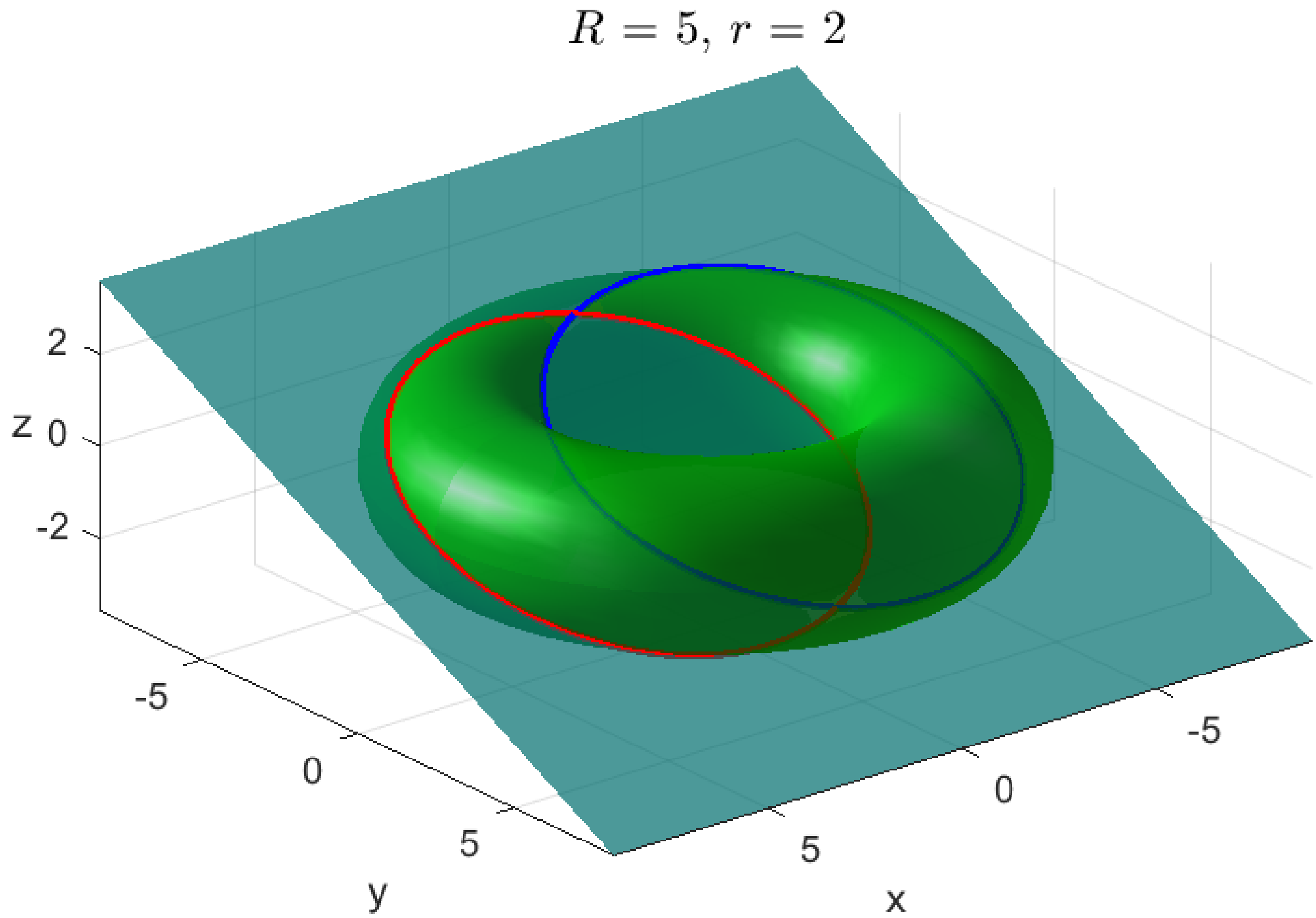


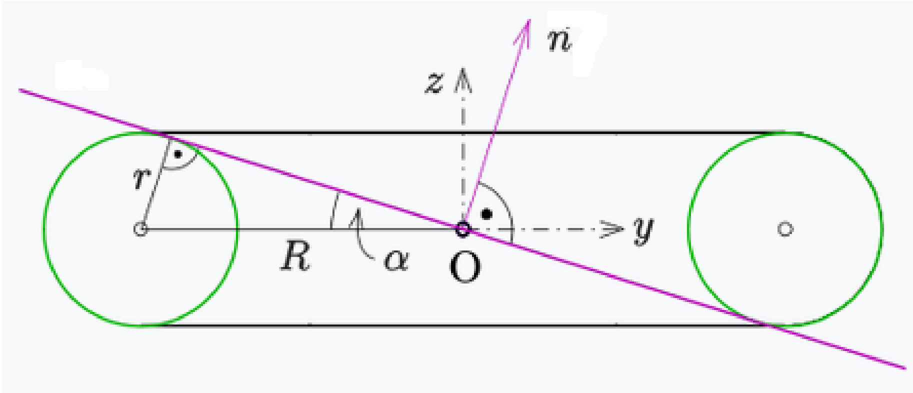
P
b
x
y
z



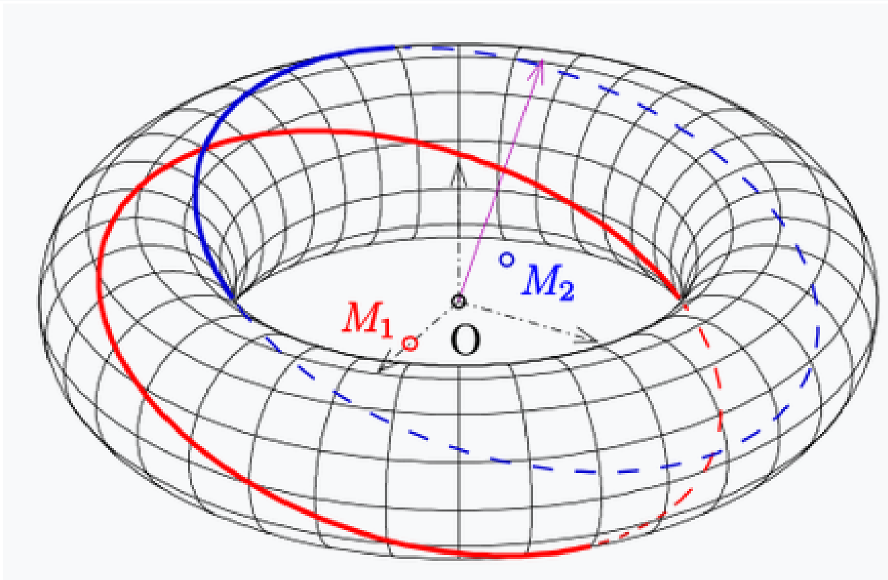
P
b
x
y

12. Tee laskelma, jolle annetaan toruksen säteet R ja r, ja joka piirtää allaolevan näköisen kuvan, jossa näkyvät torus, sen ylä- ja alapintaa sivuava taso ja toruksen ja tason leikkauskäyrät (ns. Villarceaun ympyrät).

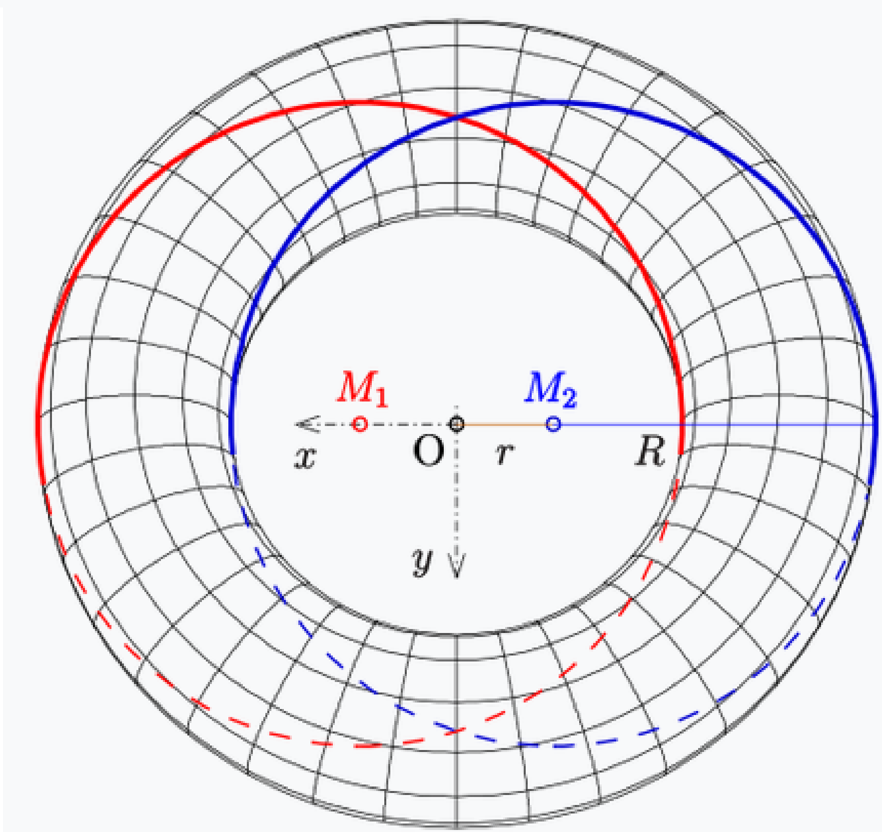




n
z
r
y
R
α
O

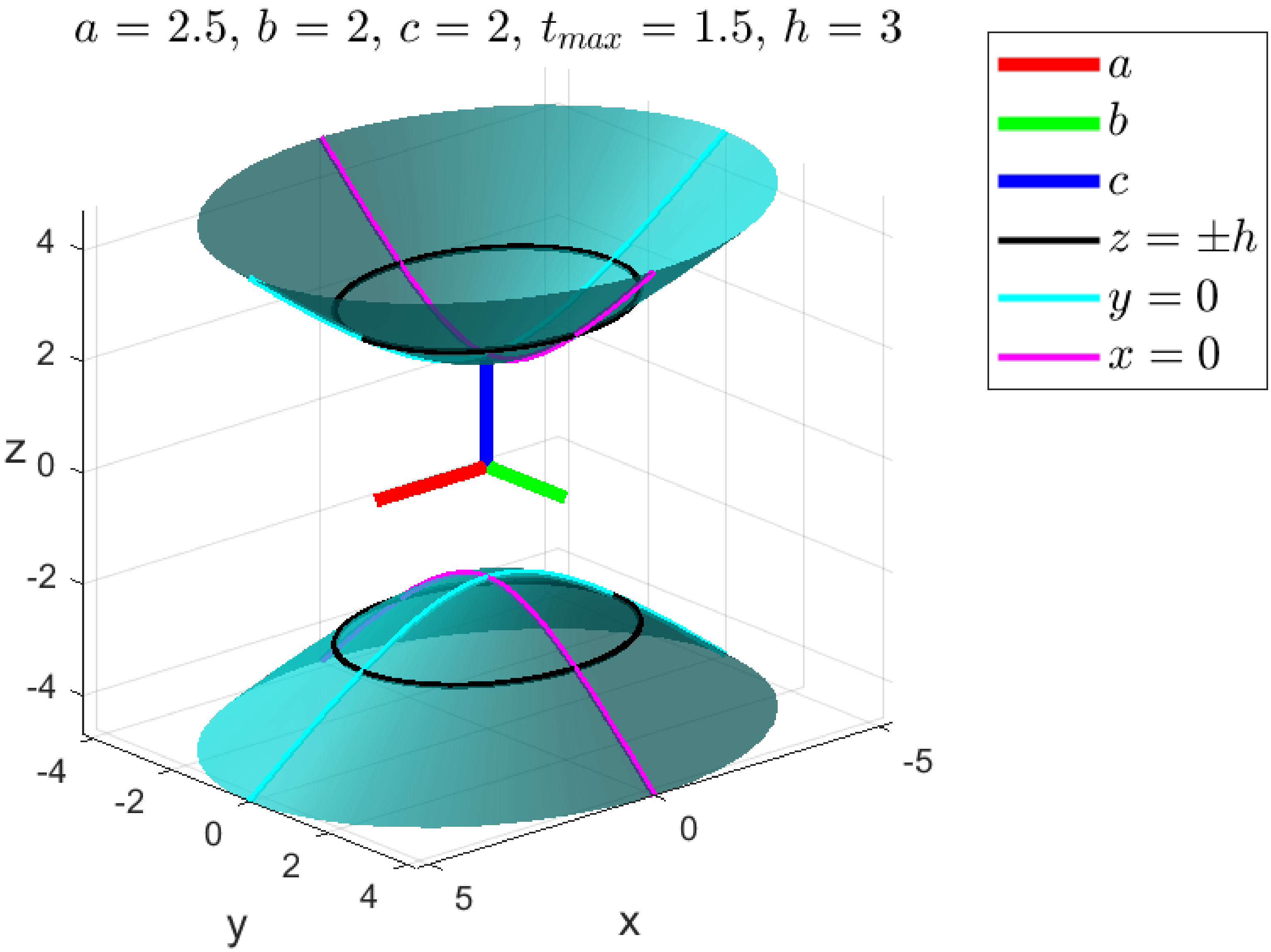


M2
M1
O



M1
M2
x
O
r
R
y

13. Tee laskelma, jolle annetaan a, b, c, t_{max} ja $h > c$, ja joka piirtää allaolevan näköisen kuvan



eli elliptisen hyperboloidin

$$\begin{cases} x = a\sinh(t)\cos(\theta) \\ \\ y = b\sinh(t)\sin(\theta) \\ \\ z = \pm c\cosh(t) \end{cases} \qquad \begin{array}{l} \theta = 0\ldots 360^\circ \\ \\ t = 0\ldots t_{max} \end{array}$$

ellipsit

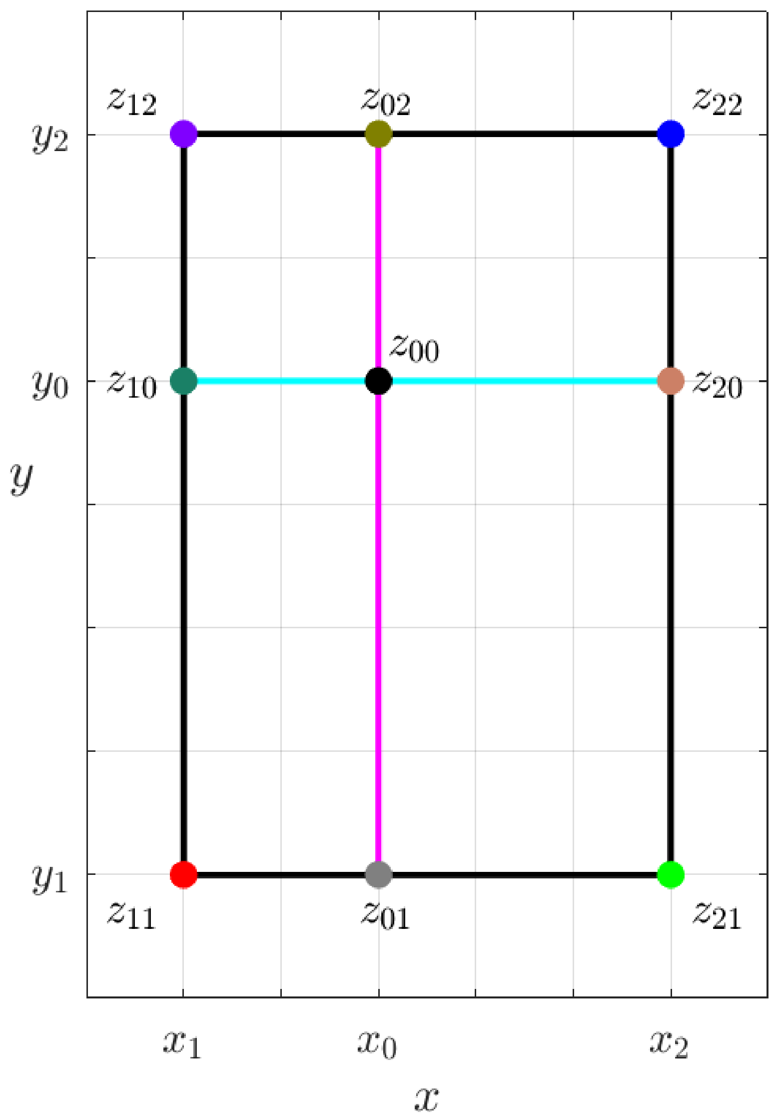
$$z = \pm h, \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{h^2}{c^2} - 1$$

ja hyperbelit

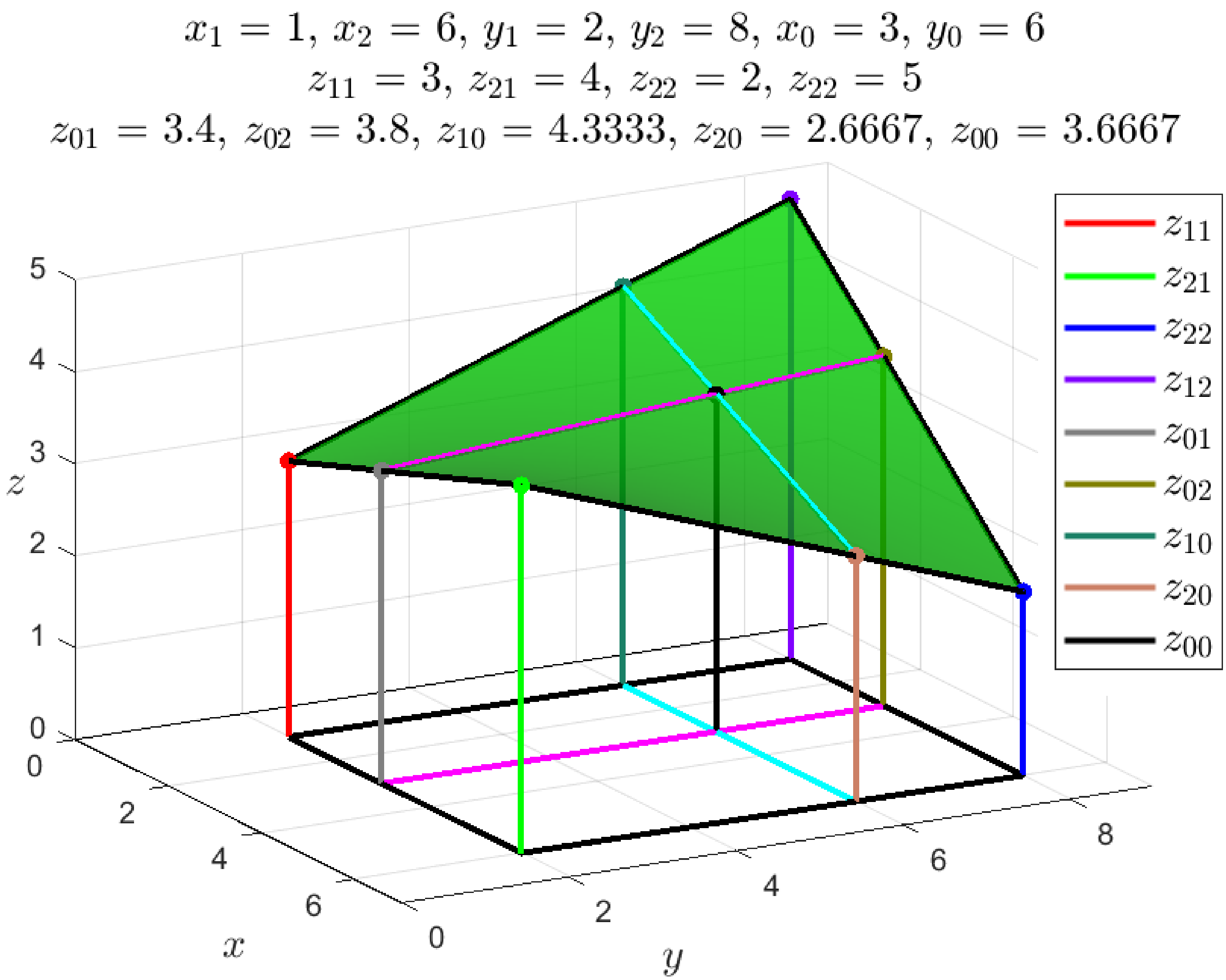
$$y = 0, \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$$

$$x = 0, \quad \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$$

14. (Bilineaarinen interpolointi)
Tee laskelma, jolle annetaan $x_1, y_1, x_2, y_2, x_0, y_0$ ja korkeudet $z_{11}, z_{21}, z_{22}, z_{12}$, ja joka laskee korkeudet $z_{01}, z_{02}, z_{10}, z_{20}, z_{00}$, kun z:n arvot muuttuvat suoraviivaisesti (lineaarisesti) sekä vaaka- että pystysuuntaan



Piirrä allaolevan näköinen kuva.



ohje: pinnan (hyperbolinen paraboloidi) saat muodostamalla xy-parit, kun $x = x_1 \ldots x_2$, $y = y_1 \ldots y_2$, ja laskemalla niitä vastaavat z_{00}:t