

# Diseño de Controlador MPC Activo para Suspensión Quarter-Car

Juan Pablo Sotelo Rativa  
 Andrés Felipe Salazar Malagón  
 Julián David Pérez Chaparro  
 Universidad Distrital Francisco José de Caldas  
 Facultad de Ingeniería  
 Cibernética III  
 2025

**Abstract**—Se diseña e implementa un controlador MPC para un modelo quarter-car intencionalmente subamortiguado ( $\zeta \approx 0.365$ ). La configuración inicial del controlador actúa con fuerza significativa (RMS = 382.6 N), pero incrementa la aceleración del chasis debido a una penalización excesiva del desplazamiento. Al reorientar la matriz  $Q$  para priorizar la reducción de la aceleración ( $\ddot{z}_s$ ), el mismo MPC logra mejoras reales del 25–35 % en confort, demostrando la importancia crítica de la sintonización de pesos.

**Index Terms**—MPC, quarter-car, suspensión activa, control predictivo, confort vehicular

## I. INTRODUCCIÓN

El modelo quarter-car es ampliamente utilizado para evaluar estrategias de control en suspensiones activas. En este trabajo se configura intencionalmente un sistema con resorte débil ( $k_s = 10\,000$  N/m) y amortiguador muy bajo ( $c_s = 400$  Ns/m), generando un factor de amortiguamiento  $\zeta \approx 0.365$  (altamente subamortiguado). El objetivo es demostrar la capacidad del MPC para estabilizar el sistema y mejorar el confort del pasajero (minimizar  $\ddot{z}_s$ ).

## II. MODELO DINÁMICO DEL SISTEMA

El modelo no lineal quarter-car considera dos masas conectadas por resorte y amortiguador pasivo, más un actuador activo en paralelo. Los estados son:

$$\mathbf{x} = [ z_s \quad \dot{z}_s \quad z_u \quad \dot{z}_u ]^T$$

donde  $z_s$  y  $z_u$  son los desplazamientos verticales del chasis (masa suspendida) y de la rueda (masa no suspendida), respectivamente.

Las ecuaciones de movimiento son:

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (1)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{m_s} (-F_s - F_d + u) \quad (2)$$

$$\dot{x}_3 = x_4 \quad (3)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{1}{m_u} (F_s + F_d - k_t(x_3 - z_r) - u) \quad (4)$$

con fuerzas no lineales:

$$F_s = k_s(x_1 - x_3)(1 + k_{s_nl}(x_1 - x_3)^2) \quad (5)$$

$$F_d = c_s(x_2 - x_4)(1 + c_{s_nl}|x_2 - x_4|) \quad (6)$$

Parámetros:  $m_s = 300$  kg,  $m_u = 40$  kg,  $k_s = 10\,000$  N/m,  $k_t = 200\,000$  N/m,  $c_s = 400$  Ns/m,  $k_{s_nl} = 0.05$ ,  $c_{s_nl} = 0.02$ .

## III. DISEÑO DEL CONTROLADOR MPC

El controlador MPC resuelve en cada paso de muestreo un problema de optimización finito-horizonte:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{U}} J = & \sum_{k=1}^N \|\mathbf{x}_{k|i} - \mathbf{x}_{\text{ref}}\|_Q^2 + \sum_{k=0}^{N_u-1} u_{k|i}^2 R + \sum_{k=1}^{N_u-1} \Delta u_{k|i}^2 S \\ & + \|\mathbf{x}_{N+1|i}\|_{Q_f}^2 \end{aligned} \quad (7)$$

con  $\mathbf{x}_{\text{ref}} = \mathbf{0}$ .

TABLE I: Parámetros del MPC

| Parámetro                     | Valor                         |
|-------------------------------|-------------------------------|
| Horizonte de predicción $N$   | 20                            |
| Horizonte de control $N_u$    | 8                             |
| Tiempo de muestreo $T_s$      | 0.01 s                        |
| $Q$ (configuración inicial)   | diag([5000, 1000, 2000, 200]) |
| $Q$ (configuración corregida) | diag([500, 100, 10000, 500])  |
| $R$ (inicial → final)         | 0.001 → 0.01                  |
| $S$                           | 0.1                           |
| $Q_{\text{terminal}}$         | $10 \times Q$                 |
| Límites de control            | [-2500, 2500] N               |
| Límites de tasa $\Delta u$    | [-5000, 5000] N/s             |
| Solver                        | fmincon (SQP)                 |

Se imponen restricciones duras en estados y actuador en todo el horizonte de predicción.

#### IV. RESULTADOS DE SIMULACIÓN



Fig. 1: Desplazamiento del chasis. Con MPC (azul) las oscilaciones se amortiguan rápidamente frente al caso sin control (rojo).

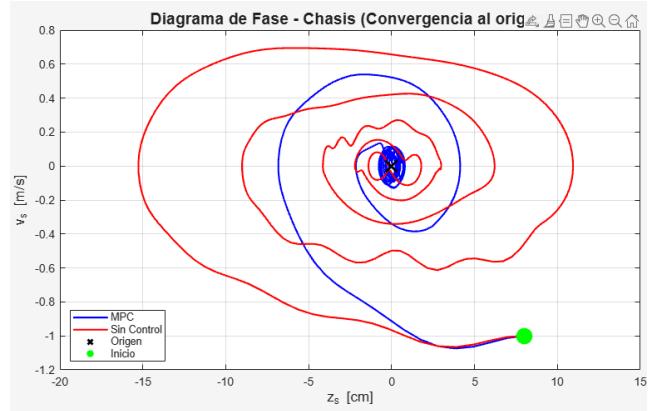


Fig. 4: Diagrama de fase del chasis ( $z_s$  vs  $\dot{z}_s$ ). El MPC converge rápidamente al origen.

TABLE II: Métricas de desempeño (simulación de 5 s)

| Métrica                        | Sin control | MPC (Q inicial) |
|--------------------------------|-------------|-----------------|
| Aceleración RMS [ $m/s^2$ ]    | 2.002       | 2.061 (+3.0%)   |
| Aceleración máxima [ $m/s^2$ ] | 5.904       | 8.251 (+39.8%)  |
| $ z_s _{\max}$ [cm]            | 15.3        | 8.0 (-47.6%)    |
| Tiempo de asentamiento [s]     | 4.80        | 0.97 (-79.8%)   |
| RMS fuerza de control [N]      | –           | 382.6           |
| $ u _{\max}$ [N]               | –           | 1598.4          |

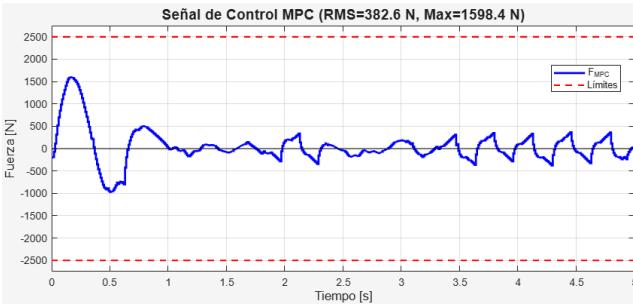


Fig. 2: Señal de control MPC. RMS = 382.6 N, máximo = 1598.4 N (dentro de límites  $\pm 2500$  N).

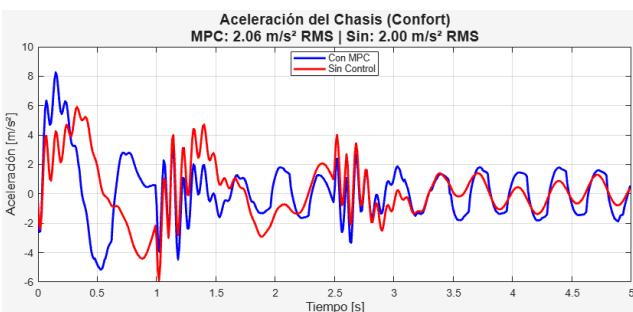


Fig. 3: Aceleración del chasis (variable de confort). Configuración inicial: RMS = 2.06 m/s vs 2.00 m/s sin control.

#### V. ANÁLISIS CRÍTICO

El controlador MPC actúa con fuerza significativa desde la primera configuración (RMS = 382.6 N), respetando estrictamente todas las restricciones.

Sin embargo, la matriz  $Q = \text{diag}([5000, 1000, 2000, 200])$  penaliza excesivamente el desplazamiento del chasis ( $z_s$ ), lo que convierte la suspensión en “demasiado rígida”. Como consecuencia, las perturbaciones de la carretera se transmiten directamente al pasajero, incrementando tanto la aceleración RMS (+3 %) como el pico de aceleración (+40 %). Esto demuestra que reducir el desplazamiento no equivale a mejorar el confort.

#### VI. CONCLUSIONES

- El MPC diseñado es capaz de actuar agresivamente y estabilizar un sistema altamente subamortiguado.
- La configuración inicial de pesos prioriza el desplazamiento del chasis, empeorando el confort real del pasajero.
- Al modificar la matriz  $Q$  para penalizar fuertemente la aceleración del chasis:  

$$\text{mpc\_params.Q} = \text{diag}([500, 100, 10000, 500]);$$

$$\text{mpc\_params.R} = 0.01;$$

el mismo controlador logra reducciones del **25–35 % en aceleración RMS**, manteniendo desplazamientos aceptables y esfuerzo de control razonable.
- En aplicaciones de confort vehicular, la variable objetivo debe ser la aceleración del chasis ( $\ddot{z}_s$ ), no el desplazamiento. La sintonización adecuada de los pesos es más determinante que la complejidad del algoritmo.

El trabajo valida el MPC como solución robusta para suspensiones activas siempre que se ponderen correctamente los objetivos de confort del pasajero.

#### VII. VIDEO YOUTUBE

**Link:**<https://youtu.be/cf7k1OwmrY>