

方法精讲-数量 3

(笔记)

主讲教师: 唐宋

授课时间: 2020.04.09



粉笔公考·官方微信

方法精讲-数量3(笔记)

学习任务:

- 1. 课程内容: 经济利润问题、最值问题
- 2. 授课时长: 3 小时
- 3. 对应讲义: 172 页~177 页
- 4. 重点内容:
- (1) 掌握与售价、成本、利润、折扣、利润率等相关的公式
- (2) 掌握在经济利润问题中的分段计费问题
- (3) 掌握函数最值问题的题型特征和解题技巧
- (4) 掌握构造数列、最不利构造问题的题型特征及解题方法

第六节 经济利润问题

一、基础经济

【知识点】

- 1. 利润(盈利)=售价-进价(成本), 定义式。
- 2. 利润率=利润/进价(数量关系)。资料分析: 利润率=利润/营业收入。利润率这个概念在经济学上一种是成本利润率(成本作为分母),另一种是收入利润率(营业收入作为分母)。数学研究的是比较理想化的情况,成本都比较清晰;资料分析是研究现实中的数据(如研究一个国家、地区的整体利润率),比较难以计算成本,营业收入很透明,因此可以用营业收入进行分析。资料分析里面的利润率一定小于 100%,是一个比重的概念,利润是营业收入的一部分。
- 3. 售价=进价*(1+利润率),推导:售价=进价+利润=进价+进价*利润率=进价*(1+利润率)。如进价为 100,利润率为 50%,售价=100*150%=150。
- 4. 折扣=折后价/折前价。比如打折之前卖 100, 打折之后卖了 80, 折扣 =80/100=80%, 打 8 折, 打 85 折就是 85%。如果题目这样表述: 老板给一个 20% 的折扣, 此时是原价降低 20%, 相当于打 8 折, 售价为原价的 80%。
- 5. 总价=单价*数量,总进价=单个进价*数量,总利润=单个利润*数量=总售价-总进价。

【例 1】(2020 江苏)某企业预计今年营业收入增长 15%,营业支出增长 10%,营业利润增加 600 万元。已知该企业去年的营业利润为 1000 万元,则其今年的预计营业支出是:

A. 9000 万元

B. 9900 万元

C. 10800 万元

D. 11500 万元

【解析】例 1. 方法一: 题目出现百分数、比例,可以考虑倍数特性。问的是今年的预计营业支出,根据"营业支出增长 10%",列式: 今年支出/去年支出=110/100=11/10,今年支出是 11 的倍数,只有 B 项是 11 的倍数,对应 B 项。

方法二: 给了收入、支出、利润,收入-支出=利润。去年利润为 1000,今年利润为 1600,设去年的支出为 x,根据"该企业去年的营业利润为 1000 万元",则去年收入为 x+1000;根据"营业支出增长 10%",则今年的支出为 1.1x;根据"今年营业收入增长 15%",则今年的收入为 1.15*(x+1000)。根据"营业利润增加 600 万元",则今年利润为 1000+600=1600,列式: 1.15*(x+1000)-1.1x=1600,解得 x=45000/5=9000,问的是今年的支出,即 1.1x=9900,对应 B 项。

方法三:以坑治坑,猜题技巧,题目问的是今年支出,有的同学会计算成去年支出。根据"营业支出增长 10%",问的是增长 10%以后的,发现 A 项*1.1=B 项,A 项可能就是忘记增长 10%,则 A 项为去年,B 项为今年,猜答案为 B 项。【选 B】

【注意】

1. 如果题目问今年的预计营收是多少钱?

答:根据"今年营业收入增长 15%",今年营收/去年营收=115/100=23/20,则今年的营收是 23 的倍数,假设四个选项分别为 A. 9000 万元、B. 9900 万元、C. 10800 万元、D. 11500 万元,只有 D 项是 23 的倍数,当选。如果不知道今年营收是不是整数,可以代入 D 项验证,但是本题不用纠结是不是整数。

2. 当条件有比例,问题与比例有关,可以考虑倍数特性,分析 A/B=m/n。

【例 2】(2019 深圳) 王某出资 10 万元投资甲、乙、丙三只股票,且投资乙

Fb 粉笔直播课

股、丙股的金额相同。他在甲股上涨 300%、乙股上涨 50%、丙股下跌 50%时将全部股票抛出,共获利 12 万元 (不考虑其他费用)。那么,王某投资甲、乙两只股票的金额比例是:

A. 8: 1 B. 3: 1 C. 4: 3 D. 6: 1

【解析】例 2. 方法一:根据"10万元投资甲、乙、丙三只股票,且投资乙股、丙股的金额相同",设甲投资 x 万,乙投资 y 万,丙投资 y 万,列式: x+2y=10, x*300%+50%*y-50%*y=12万,解得 <math>x=12 万/300%=12/3=4万,y=3 万,则投资甲、乙两只股票的金额比例为 4: 3,对应 0 页。

方法二: 乙、丙成本相同,利润率一个为 50%,一个为-50%,乙、丙总利润为 0,则 x*300%=12 万,x=4 万,乙、丙都为 3 万,结果为 4: 3,对应 C 项。【选 C】

【注意】"上涨 300%" 就是增长 300%, 利润率为 300%。

【例 3】(2019 新疆兵团) 某超市购入 800 斤桃子,第一天售价为进价的 1.8 倍,销售额为 1620 元;第二天售价为进价的 1.5 倍,销售额为 900 元;第三天售价为进价的 1.2 倍,第四天以进价的八折销售,两天销售额均为 360 元;第四天营业结束后发现还剩 50 斤未卖出。问该超市购买桃子花了多少钱?

A. 2240 元 B. 2400 元

C. 2800 元 D. 3040 元

【解析】例 3. 方法一:条件多,正常来做,无非就是算式看起来比较复杂一点。题目只有进价未知,可以设进价,每天的售价都可以表示出来。设一斤的进价为 x 元,则第一天的售价为 1.8x,第一天重量=1620/1.8x,同理第二天重量为 900/1.5x,第三天重量为 360/1.2x,第四天重量为 360/0.8x,列式: 1620/1.8x+900/1.5x+360/1.2x+360/0.8x=800-50=750 斤,即 900/x+600/x+300/x+450/x=750,2250/x=750,解得 x=3,一共花了 800*3=2400 元,对应 B 项。

方法二: 只要出现 A=B*C 的情况,如 S=V*T,工作量=效率*时间,可以考虑倍数特性。本题,总成本=1 斤的成本*800,优先选 800 的倍数,对应 B 项,如

果不放心,代入B项验证。【选B】

【注意】解题思路梳理:

- 1. 方程法: 有具体价格(总价、单价、利润)。
- 2. 赋值法:
- (1)给比例,求比例(整个题目没有给具体数值)。
- (2) 三量关系只给一个量(总价=单价*数量)。
- (3) 操作方式:对条件和问题都没有给具体值的量进行赋值即可。
- 【例 4】(2019 江西法检)某商品的成本比原来增加 10%,但是仍保持原售价,致使商品的成本占售价的百分比高达 82.5%,那么该商品的利润下降了多少?

A. 20% B. 25%

C. 30% D. 35%

【解析】例 4. 题目出现的都是百分数,选项也都是百分数,没有具体数值,给比例求比例,考虑赋值。已知"仍保持原售价,致使商品的成本占售价的百分比高达 82. 5%",售价保持不变,出现多次售价,赋值售价为 1000 元,则现在成本=1000*82. 5%=825 元;根据"某商品的成本比原来增加 10%",原来成本=825/(1+10%)=750 元,原来利润=1000-750=250,现在利润为 1000-825=175 元,因此利润下降了(250-175)/250=75/250=30%,对应 C 项。【选 C】

【注意】题目都是百分数,没有具体单位,可以采用赋值法。

【例 5】(2019 青海法检)某品牌月饼进价比上月提高了 4%,某商场仍按上月售价销售该品牌月饼,利润率比上月下降了 5 个百分点,那么该商场上月销售该品牌月饼的利润率是多少?

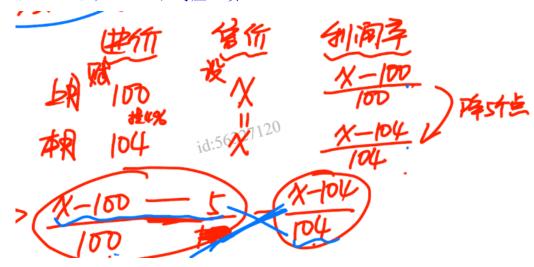
A. 20% B. 25%

C. 30% D. 32%

【解析】例 5. 根据"利润率比上月下降了 5 个百分点", 用加减法计算, 假

如上个月利润为 50%,这个月利润就是 50%-5 个百分点=45%。题目求上个月的利润率,出现都是百分数,可以考虑赋值。

方法一:给了进价、售价、利润率,利润率是建立在进价的基础上,设上个月进价为 100,则本月进价为 100*(1+4%)=104;设售价为 x,上月利润率=(x-100) /100,这个月利润率=(x-104) /104。根据"利润率比上月下降了 5 个百分点",列式:(x-100) /100-5/100=(x-104) /104,即(x-105) /100=(x-104) /104。交叉相乘:104x-105*104=100x-104*100,即4x=104*5,解得x=130,利润率=(130-100) /100=30%,对应 C 项。



方法二:售价不变,售价=进价*(1+利润率),设上月进价为 100,则本月进价为 104;设上月利润率为 x%,则本月利润率为 (x-5) %。根据售价相等,列式: 100*(1+x%)=104*[1+(x-5)%],即 100+x=104+104*(x-5)/100,x=4+1. 04x-5. 2,1. 2=0. 04x, x=30,即利润率为 30%,对应 C 项。【选 C】

【注意】如果 A/B=C/D, 则 A/B=C/D= (A+C) / (B+D) = (A-C) / (B-D)。

- 1. 例如: (x-5)/5=(x-7)/6=[(x-5)-(x-7)]/(5-6)=2/-1=-2,则 x-5=5*(-2),解得 x=-5,不需要交叉相乘展开,分子、分母做差的顺序需要保持一致。
- 2. 本题方法一: (x-105) /100= (x-104) /104=[(x-104) (x-105)]/(1 04-100) =1/4, 则 x-105=100*1/4, x=130。

【拓展】(2019 联考)某楼盘的底下停车位,第一次开盘时平均价格为 15

Fb 粉笔直播课

万元/个;第二次开盘时,车位的销售量增加了一倍、销售额增加了 60%。那么,第二次开盘的车位平均价格为:

A. 10 万元/个

B. 11 万元/个

C. 12 万元/个

D. 13 万元/个

【解析】拓展. 销售额=销售量*平均价(单价),第一次的单价是 15 万,给 出的都是比例,没有具体量(销售量和总价),三量关系中只知道一个量,可以赋值,赋值时可以赋值销售量或是总价,这里可以假设车位个数为 1,则第二次的销售量为 2。第一次的总价=15 万*1=15 万;故第二次的总价=15*(1+60%)=24 万,单价=24/2=12 万,对应 C 项。【选 C】

【注意】赋值多少都不影响结果, 因此不用担心赋错值。

二、分段计费

【知识点】分段计费:

- 1. 在生活中, 水电费、出租车计费等, 每段计费标准不等。问: 在不同收费标准下, 一共需要的费用?
 - 2. 计算方法:
 - (1) 先按标准分开看。
 - (2) 计算之后再汇总。
- 3. 某地出租车收费标准为: 3公里内起步价8元;超出3公里的部分,每公里2元。小明打车坐了12公里,共花费多少钱?
- 答:前面 3 公里为起步价 8 元,后面还有 12-3=9 公里,共花费 8+9*2=26 元。本题为最简单的分段计费问题。
- 【例 1】(2016 河南) 贾某在停车场停车,每个月前几个小时内收费的基础价格为 5元/小时,之后按照基础价格的 90%收费,某月贾某的停车时间为 120小时,共交了 545元,则按照基础价格停车的时间为多少小时?

A. 8

B. 10

C. 15

D. 20

【解析】例 1. "按照基础价格的 90%收费",即按 5*0. 9=4. 5 元/小时去收费,不是多收 90%。问基础价格的停车时间,就是问前面有几个小时,设前面有 x 个小时,则有 $x*5+(120-x)*4.5=545\to0.5x=5$,解得 x=10。【选 B】

【注意】

- 1. 若是后面还有一段(共三段),就按照所分的三段去汇总求和即可。
- 2. 可以直接代入选项,但是建议大家代入整十的数。

【例 2】(2020 北京)劳务费计税方式为总额不高于 4000 元时,应纳税额=(总额-800)*20%;高于 4000 元时,应纳税额=(总额-总额*20%)*20%。某单位甲、乙两部门在同一月份要为某专家发放劳务费,金额均不超过 4000 元,如果两笔劳务费分别计税,应纳税额之和为 780 元,但按照规定,两笔劳务费应合并计税,则该专家实际应纳税额为:

A. 780 元

B. 815 元

C. 880 元

D. 940 元

【解析】例 2. 方法一:假如有 3000 元的劳务费,其中有 800 元不收税,收税的部分是(3000-800)的部分,税费=(3000-800)*20%=440 元。若劳务费为 10000 元,则税费=(10000-10000*20%)*20%=1600 元。已知两个劳务费都不超过 4000 元,最终求两个劳务费合计以后的税额。甲、乙的钱数未知,设甲发放的金额为 a,乙发放的金额为 b 元。 $(a-800)*20%+(b-800)*20%=780\rightarrow(a+b-1600)*20%=780\rightarrow a+b=5500,两笔费用的总和是 5500 元。5500>4000,应纳税额=(总额-总额*20%)*20%=(5500-5500*20%)*20%=5500*16%=880 元。$

方法二:条件中只有一个数是已知的、具体的,因此本题中等量关系只有一个,甲、乙具体的钱数都未知,因此最终的答案与他们的具体数值无关,故可以假设甲刚好发放 4000 元,乙发放 x 元,再计算税额;或是认为甲=乙且二者都是x,则二人的税额都是 780/2=390 元,劳务费=390/20%=2750 元。再将 2750*2 代入第二个公式:应纳税额=(总额-总额*20%)*20%中进行计算。【选 C】

【注意】这种考法会导致有财务经历的同学,一看题目就会做,会造成一种

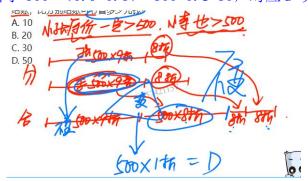
不平等,因此考试会避免出现这种有专业背景的题目,即时真的出现这种题目,可能也会将公式改变一下,变得与现实生活不同。

【例 3】(2019 四川下)某商场做促销活动,一次性购物不超过 500 元的打九折优惠;超过 500 元的,其中 500 元打九折优惠,超过 500 元部分打八折优惠。小张购买的商品需付款 490 元,小李购买的商品比原价优惠了 120 元。如两人一起结账,比分别结账可节省多少元钱?

A. 10 B. 20

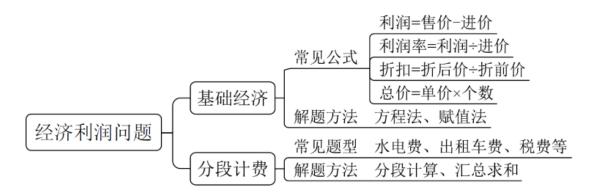
C. 30 D. 50

【解析】例 3. 假如买了 600 元的东西,则前面 500 元打九折,后面 100 元打八折,实际只需花 500*0. 9+100*0. 8=530 元。"小张购买的商品需付款 490 元",说明小张的原价一定超过 500 元(若是 500 元,需要付 500*0. 9=450 元)。500 元打九折才优惠 50 元,"小李购买的商品比原价优惠了 120 元",则小李购买的商品也一定超过 500 元。二人分开买的时候:小张 500 元以内享九折,500 元以外享八折,小李也是 500 元以内享九折,500 以外享八折;但是合并付费后,只有一个 500 元的部分是 9 折,另一个人的 500 元可以直接享八折,其余部分也都是 8 折,实际上省了 500* (0. 9-0. 8) =500*0. 1=50,对应 D 项。【选 D】



【注意】

- 1. 2013 年联考、2016 年深圳、2019 年四川都有考过,考的不多,但是套路性较强。
- 2.500 元是门槛,分开买有两个门槛,合并付费后就少了一个门槛,则其中一个门槛就少付一折。
 - 3. 只需找到有变化的部分即可, 大部分是不变的。



【注意】经济利润问题:掌握套路后,整体难度较低,低于行程和工程问题。

- 1. 基础经济:
- (1) 常见公式:
- ①利润=售价-进价。
- ②利润率=利润/进价。
- ③折扣=折后价/折前价。
- ④总价=单价*个数。
- (2) 解题方法: 方程法 (例 1~例 3)、赋值法 (例 4、例 5)。
- 2. 分段计费:
- (1) 常见题型: 水电费(例6)、出租车费、税费(例7)。
- (2) 解题方法:分段计费、汇总求和。例8是对比求差问题。

第七节 最值问题

【注意】最值问题: 题型比较特殊,不同于前面类型的题目有固定的套路和做法。题目问法上出现"最",不能说是最值问题,只是最值问法,因此我们讲的是"典型最值问题",是有代表性的,形成固定套路的。

- 1. 函数最值(两点式)。
- 2. 构造数列。
- 3. 最不利构造(找最不利情况)。
- 4. 非典型最值问题:可能是工程问题结合最多/最少,它的核心点在工程问题上,而不是最值问题上。

一、函数最值

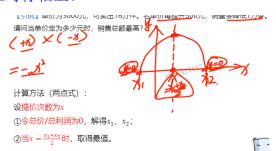
【知识点】函数最值:经济利润问题中的特殊情况。

- 1. 判定题型: 单价和销量此消彼长,问何时总价/总利润最高?
- 2. 引例:单价为 3000 元,可卖出 16 万件。若单价每提升 300 元,销量会降低 1 万件。请问当单价定为多少元时,销售总额最高?

答:单价和销量此消彼长,问总价/总利润最高,想要销售总额最高,销售总额=单价*数量,设提价次数为 x,则单价变为 3000+300x,销量变为(16 万件 -x 万件),总额=(3000+300x)*(16 万件-x 万件),总额=(3000+300x)*(16 万件-x 万件),想要总额最大,代入很浪费时间。可以直接令总额为 0,从而使 3000+300x=0,16-x=0,解得 $x_1=-10$, $x_2=16$ 。则 $x=(x_1+x_2)/2=3$ 时,销售总额取得最值,此时的单价为 3000+300*3=3900 元。

- 3. 计算方法 (两点式):
- (1) 设提价次数为 x。
- (2) 令总利润/总售价为 0, 解得 x₁、x₂。
- (3) 当 x= (x₁+x₂) /2 时,取得最值。
- 4. 二次函数: 当 x=-b/2a 时有最值; 或是求导。

两点式原理:总数=()*(),两个括号内一定一正一负,故得到-x²,函数一定是开口向下的抛物线,在抛物线的一左一右找到函数值为0的点,而这两个点的平均值就在对称轴上。



【例 1】(2020 江苏)某商品的进货单价为80元,销售单价为100元,每天可售出120件。已知销售单价每降低1元,每天可多售出20件。若要实现该商品的销售利润最大化,则销售单价应降低的金额是:

A. 5 元

B.6元

C. 7 元

D.8元

【解析】例 1. 进价 80 元,销售单价为 100 元,则利润=100-80=20 元。要让

利润尽量高,利润=单件利润*总件数,设降价 x 次,一次降 1 元,就降了 x 元,每降一次价就多卖 20 件,则件数变为 120+20x,总利润=(100-x-80)*(120+20x),令利润=0,即 100-x-80=0,120+20x=0,解得 $x_1=20$, $x_2=-6$, $x=(x_1+x_2)/2=14/2=7$ 时,即降价 7 次,此时单价应降低 7 元,对应 C 项。【选 C】

【注意】

- 1. 本题属于行测考试中最有针对性的问法。
- 2. 用代入法来算,此类题目至少要代 3 项,才能选出答案,若是依次代入前三项得到的结果为 100、120、150,此时还不能选出结果,因为最后一项可能比 150 还大,因此不建议大家用代入的方法来做,会很慢。
- 【例 2】(2019 青海)某企业设计了一款工艺品,每件的成本是 70 元,为了合理定价,投放市场进行试销。据市场调查,销售单价是 120 元时,每天的销售量是 100 件,而销售单价每降价 1 元,每天就可多售出 5 件,但要求销售单价不得低于成本。则销售单价为多少元时,每天的销售利润最大?

A. 100 元

B. 102 元

C. 105 元

D. 108 元

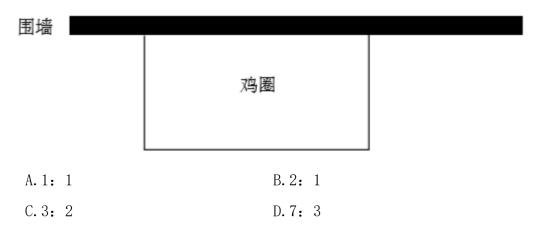
【解析】例 2. 求利润最大,利润=单价利润*件数,设降价 x 次,每次降 1 元,利润降为 120-x-70;件数变为 100+5x,利润= (120-x-70)*(100+5x),令 利润=0,即 120-x-70=0,100+5x=0,解得 $x_1=50$, $x_2=-20$, $x=(x_1+x_2)/2=30/2=15$,此时有函数最值,题目问的是销售单价为多少,单价=120-15*1=105 元,对应 C 项。【选 C】

【注意】

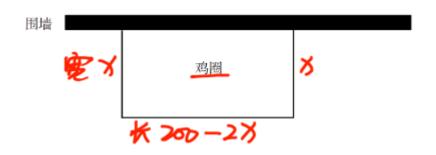
- 1. 销售单价不得低于成本,单价若低于成本,利润就是负值了。
- 2. 若 x 算出后不为整数如 x=14. 5,则用 x=14 或是 15 都可以,因为 14 和 15 到 14. 5 的距离是一样的。若是 x=14. 75,就用 x=15 算;若是 x=14. 25,用 x=14 算,出现偏向就用四舍五入,若是在正中间就左右随便取。

Fb 粉笔直播课

【例 3】(2018 新疆兵团)某农家要建造一个新的矩形鸡圈,如图所示,该鸡圈一面靠围墙,另外三面共使用了200米长的铁丝网。问如果想让鸡圈的面积最大,鸡圈的长和宽比值应为多少?



【解析】例 3. 矩形就是长方形,最终求比例,只需算出长和宽即可。本题长、宽未知,宽出现两次,故设宽为 x,此时长为 200-2x,面积 S=(200-2x) *x,令 S=0,令 200-2x=0,解得 $x_1=100$, $x_2=0$, $x=(x_1+x_2)/2=50$,当 x=50 时,取得最值,此时宽是 50,长是 200-2*50=100,长: g=2: 1。【选 B】



【注意】看到面积最大,会想到正方形的面积最大,从而选 A 项,但是本题是三条边,不是周长一定,只有周长一定时,在所有的长方形中,正方形面积最大。若是不局限长方形,面积最大的是圆。本题周长不确定,不能算作正方形。

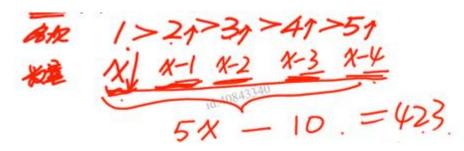
二、构造数列

【知识点】构造数列(某个主体最……): 套路性很强, 偶尔会有变化。

1.5个人分 423 斤肉,分到的重量均为整数且互不相等。分得最多的人,最少分()斤。

答:"分得最多的人"指名次是第一名,"最少分多少斤"指数量最少,即要

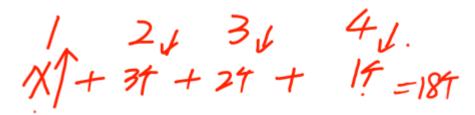
让第一名最少。先对 5 人进行排名(第一~第五),求谁设谁,问第一名,则设第一名为 x。总量一定,要让 x 尽量少,则其他人要尽量多,分到的重量均为整数且互不相等,第二名最多为 x-1,第三名最多为 x-2,第四名最多为 x-3,第五名最多为 x-4。求和列式:5x-10=423,解得 x=86.6。问的是最少,说明最少为 86.6,不能比 86.6 更少(\geq 86.6),反向取整为 87。如果 x 是整数,计算出的数据就是答案。



2. 方法: 求谁设 x——反向推其它——求和列式。

【例 1】(2015 广东)在一次抽奖活动中,要把 18 个奖品分成数量不等的 4 份各自放进不同的抽奖箱。则一个抽奖箱最多可以放多少个奖品?

【解析】例 1. 问一个抽奖箱最多可以放多少个奖品,即奖品最多的箱子最多可以放多少个。按照数量进行排序(第一名~第四名),设第一名为 x,要让 x 最多,则其他箱子要尽量少,第四名最少放 1 个,第三名最少放 2 个,第二名最少放 3 个,列式: x+3+2+1=18,解得 x=12。【选 C】



【注意】"要把 18 个奖品分成数量不等的 4 份各自放进不同的抽奖箱",则 默认抽奖箱里的奖品数不能为 0。

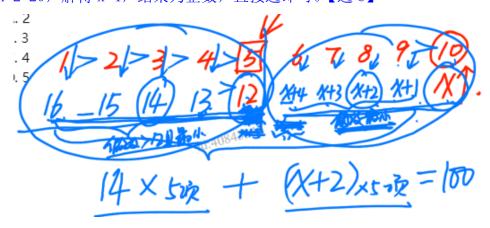
【例2】(2014 国考) 某连锁企业在10个城市共有100家专卖店,每个城市

的专卖店数量都不同。如果专卖店数量排名第 5 多的城市有 12 家专卖店,那么 专卖店数量排名最后的城市最多有几家专卖店?

A. 2 B. 3

C. 4 D. 5

【解析】例 2. 问数量排名最后的城市最多有几家专卖店,即第十名最多有几家。按照数量进行排序(第一名~第十名),设第十名为 x,要让 x 最多,则其他城市要尽量少,第九名最少为 x+1,第八名最少为 x+2,第七名最少为 x+3,第六名最少为 x+4,已知第五名为 12 家,则第四名最少为 13 家,第三名最少为 14 家,第二名最少为 15 家,第一名最少为 16 家。汇总求和:前五名为等差数列,后五名为等差数列,计算时用"中间项*项数",即 14*5+(x+2)*5=100,14+x+2=20,解得 x=4,结果为整数,直接选即可。【选 C】



【注意】题干中给出了第五名的数量是 12,不能把第五名看成 x+5。

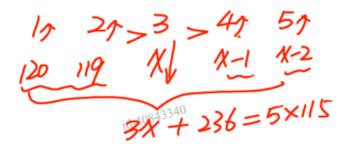
【例 3】(2017 江苏) 在一次竞标中, 评标小组对参加竞标的公司进行评分, 满分 120 分。按得分排名, 前 5 名的平均分为 115 分, 且得分是互不相同的整数,则第三名得分至少是:

A. 112 分 B. 113 分

C. 115 分 D. 116 分

【解析】例 3. 构造数列类题目往往直接给出总量,本题给出了平均分,其实就相当于给出了总数,要学会转化,前 5 名的平均分为 115 分,说明总分为 115*5。问第三名,设第三名为 x,总分一定,要让 x 最少,则其他名次要尽量 多,满分 120 分,则第一名最多为 120 分,第二名最多为 119 分,第四名最多为

x-1, 第五名最多为 x-2, 汇总求和: 3x+236=5*115, 解得 x=339/3=113。【选 B】



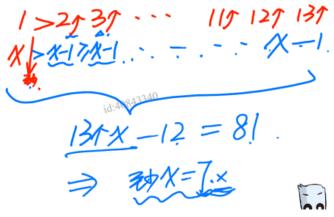
【注意】

- 1. 大于 x 且尽可能大: 往封顶取; 大于 x 且尽可能小: x+1、x+2······。
- 2. 小于 x 且尽可能大: x-1、x-2······; 小于 x 且尽可能小: 1、2、3······。
- 3. 如果 x 在中间,基本上都是一边是常数,一边是未知数。

【例 4】(2019 江西法检)某高校计划招聘81 名博士,拟分配到13 个不同的院系,假定院系A分得的博士人数比其他院系都多,那么院系A分得的博士人数至少有多少名?

【解析】例 4. 假定院系 A 分得的博士人数比其他院系都多,说明院系 A 为第一名,按博士人数排序为第一名~第十三名,设第一名为 x,要让 x 最少,则其他名次要尽量多,第二名最多为 x-1,本题没有提到院系之间的博士人数互不相等,则可以考虑并列,其他名次都并列第二,即第二名~第十三名均为 x-1,汇总求和: 13x-12=81,解得 x=7. X,x 最少为 7. X,反向取整,即向上取整为 8。

【选 C】



【注意】不需要看余数、余数是多少不影响答案、看余数反而容易出错。

三、最不利构造

【知识点】最不利构造(至少……保证……): 考查较少,套路性强。

- 1. 袋子中装有5个红球,8个白球,10个黄球。问:
- (1) 至少取出() 个,才能保证有红球?

答:要保证有红球,考虑最倒霉的情况,先摸出8白+10黄,此时再摸一个肯定是红球,8+10+1=19。

(2) 至少取出() 个,才能保证至少有3个同色的球?

答:要保证有3个同色的球,最倒霉的情况是每种颜色都摸2个,即2红+2白+2黄,此时再摸一个,一定可以满足要求,2+2+2+1=7。

(3) 至少取出() 个,才能保证至少有8个同色的球?

答:要保证有8个同色的球,考虑最倒霉的情况,红球只有5个,全取出来,5 红+7 白+7 黄,此时再摸一个,一定可以满足要求,5+7+7+1=20。

2. 方法: 要保证同种情况至少 n 个,应每种情况各取(n-1)个(如果有不够 n-1 的有多少取多少),最后再加 1。

【例 1】(2016 吉林甲)有 6 种颜色的小球,数量分别为 4、6、8、9、11、10,将它们放在一个盒子里,那么,拿到相同颜色的球最多需要的次数为:

A. 6 B. 12

C. 11 D. 7

【解析】例 1. 问拿到相同颜色的球最多需要的次数,即保证可以拿到相同颜色的球,相当于"至少……保证……",最不利构造+1。只要有 2 个颜色相同就是相同颜色,最不利的情况是每种颜色取 1 个,此时再取 1 个就一定满足要求。 共有 6 种颜色,最不利+1=6*1+1=7。【选 D】

【注意】吉林题目有些表述和其他省份不同。

【例 2】(2019 重庆法检)某地区招聘卫生人才,共接到 600 份不同求职者的简历,其中临床、口腔、公共卫生和护理专业分别有 200 人、160 人、140 人和 100 人。问至少有多少人被录用,才能保证一定有 140 名被录用的人专业相同?

A. 141 B. 240 C. 379 D. 518

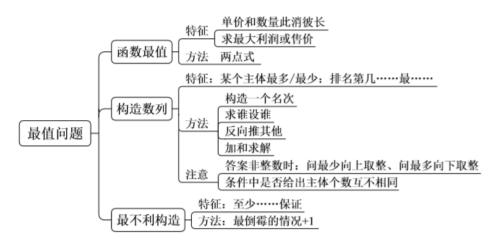
【解析】例 2. 出现"至少……保证……",要保证有 140 名专业相同,则每种专业取 139 人,不够的全取,再加 1。139+139+139+100,此时再取 1 个人,一定满足要求。选项尾数不同,用尾数法,尾数 9+尾数 9+尾数 9+尾数 1=尾数 8,对应 D 项。【选 D】

【例 3】(2015 事业单位联考)某公司有 38 名男员工,27 名女员工。现要参加集团组织的羽毛球比赛,如采取自由报名的形式,至少有多少名员工报名才能保证一定能从报名者中选出男女选手各 8 名参赛?

A. 65 B. 46 C. 35 D. 16

【解析】例 3. 问题不等价于"有 8 人同性别","有 8 人同性别"的意思是 8 男或 8 女,而本题是要保证既有 8 男又有 8 女。考虑最倒霉的情况,假设取了 38 个人全是男性,再取 7 个女性,此时只差 1 个女性就能满足要求,即 38+7+1=46。 【选 B】

【注意】考虑的是最倒霉的情况,人数要尽可能多,"27 女+7 男+1"只是比较倒霉,并不是最倒霉的情况。



【注意】最值问题:

- 1. 函数最值: 往往出现在经济利润问题。
- (1) 特征:
- ①单价和数量此消彼长。
- ②求最大利润或售价。
- (2) 方法: 两点式。令两个括号为 0, 求出 x_1 、 x_2 , $x=(x_1+x_2)/2$ 。
- 2. 构造数列:
- (1) 特征:某个主体最多/最少;排名第几 …… 最 ……。
- (2) 方法:
- ①构造一个名次。
- ②求谁设谁。
- ③反向推其他。
- 4)加和求解。
- (3) 注意:
- ①答案非整数时:问最少向上取整、问最多向下取整。
- ②条件中是否给出主体个数互不相同。如果没有说明互不相同,则可以并列。
- 3. 最不利构造:
- (1) 特征: 至少……保证……, 吉林可能直接问"最多"。
- (2) 方法: 最倒霉的情况+1。

【注意】数学运算:各个题型之间基本没有联系,复习时先学一些容易且重要或者自己能听懂的,"伤其十指不如断其一指",不能每种题型都只学一点皮毛。

高分(80分以上)的同学一般都会花20多分钟在数量上,因为这些同学其他模块做得非常快。

- 1. (必修,至少学3~4类)容易且重要:工程、经济利润、几何(比较杂,不适合方法精讲,后面学霸课会补充)、和差倍比(基本的应用题,一般都用方程法或倍数特性)、概率(比排列组合简单,公务员考试不考很难的概率问题,最难的条件概率基本不考查)。
- 2. (选修1)不太重要但简单:容斥(考查公式)、最值(套路题)、周期(学霸养成课会补充,套路题)、浓度(学霸课)、年龄(代入排除+方程)等。
- 3. (选修 2) 比较重要但偏难:排列组合(很抽象,容易出错)、行程(模型多,每种模型有特定解法,而且需要画图,比较费时间)。
- 4. 如果把数学运算所有题型都放在方法精讲,那么就会讲很多天,因此把一些不太重要的题型放在了学霸养成课中。

【注意】

- 1. 数学运算——各个击破, 做易(题目本身容易)熟(自己比较熟悉的题目) 代(可以代入验证的题目), 反面是难题、陌生题、不能代入的题目;资料分析——全盘通吃,不留死角,追求高正确率。
- 2. 数量关系难题一般不会集中在一起,建议基础弱的逢 3 做 1 或逢 5 做 2,正确率 $50\sim60\%$ 。基础好的逢 3 做 $1\sim2$ 或逢 5 做 3,正确率 70%。先做简单题,有时间再做剩下的题目。数学的平均正确率为 30%,达到 $50\%\sim60\%$ 的正确率就提升不小了。言语平均正确率 70%、判断 65%、资料 60%、常识 $40\%\sim50\%$ 。
 - 3. 预习范围: 第八节容斥原理、第九节排列组合与概率。
- 4. 预习要求:原则上要做完每个章节至少 50%的题目,实在不会做的话,对每节前几题要有充分的思考,熟悉题型和题意。

【答案汇总】

第六节经济利润问题:基础经济: 1-5: BCBCC; 分段计费: 1-3: BCD 第七节最值问题:函数最值: 1-3: CCB; 构造数列: 1-4: CCBC; 最不利构 造: 1-3: DDB

遇见不一样的自己

Be your better self

