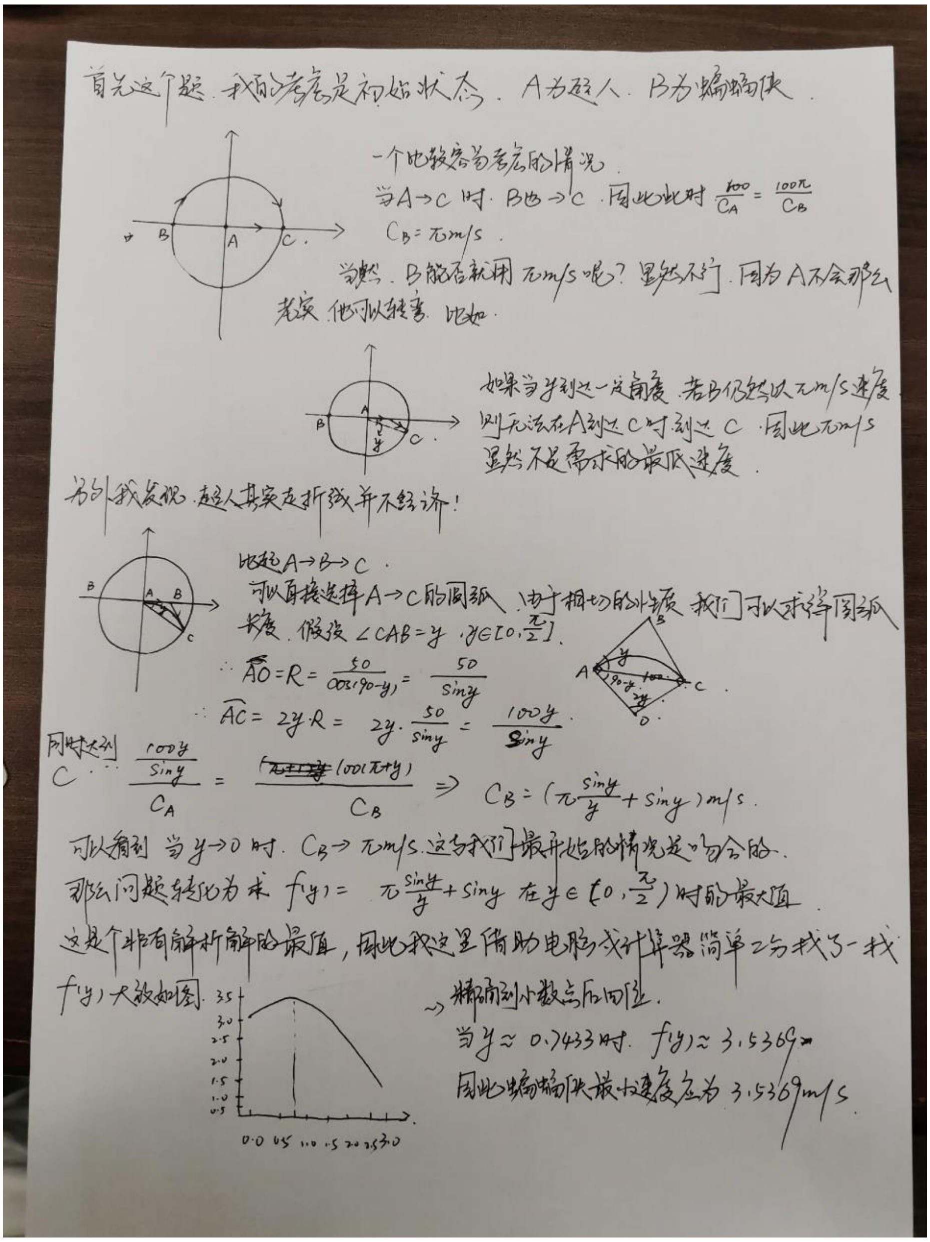
郑浩　　hao_zheng1997@163.com



首先这个题，我的考虑是初始状态。A为超人，B为蝙蝠侠。

一个比较容易考虑的情况。
当$A \to C$时，B也$\to C$，因此此时 $\frac{100}{C_A} = \frac{100\pi}{C_B}$
$C_B = \pi m/s$。

当然，B能否就用$\pi m/s$呢？显然不行，因为A不会那么老实，他可以转弯。比如：

如果当y到达一定角度，若B仍然以$\pi m/s$速度，则无法在A到达C时到达C，因此$\pi m/s$显然不是需求的最低速度。

另外我发现，超人其实走折线并不经济！

比起$A \to B \to C$，
可以直接选择$A \to C$的圆弧，由于相切的性质，我们可以求得圆弧长度。假设$\angle CAB = y$，$y \in [0, \frac{\pi}{2}]$。

$\because \overline{AO} = R = \frac{50}{\cos(90-y)} = \frac{50}{\sin y}$

$\therefore \overset{\frown}{AC} = 2y \cdot R = 2y \cdot \frac{50}{\sin y} = \frac{100y}{\sin y}$

同时达到C：$\because \frac{\frac{100y}{\sin y}}{C_A} = \frac{100(\pi+y)}{C_B} \Rightarrow C_B = (\pi\frac{\sin y}{y} + \sin y) m/s$。

可以看到当$y \to 0$时，$C_B \to \pi m/s$，这与我们最开始的情况是吻合的。
那么问题转化为求 $f(y) = \pi\frac{\sin y}{y} + \sin y$ 在$y \in [0, \frac{\pi}{2})$时的最大值。
这是个非有解析解的最值，因此我这里借助电脑或计算器简单二分找了一找。
f(y)大致如图。

→精确到小数点后四位。
当$y \approx 0.7433$时，$f(y) \approx 3.5369$。
因此蝙蝠侠最小速度应为$3.5369 m/s$。

函数大概示意图如下：