

复变函数

n+e 抄录

2016.1.4

1. 求 $\max_{|z| \leq R} |\alpha z^n + \beta|$, $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$, $\alpha \neq 0$. 并求出取最小值时, z 的取值范围。
2. (1) 求 $\operatorname{Ln}(1+i)$ 的主值、一般值 (5')
- (2) 求 $\cos[6(x+yi)]$ 的实部、虚部 (5')
3. (1) $M(r) = \max_{|z| \leq r} |f(z)|$, 求证: $|f^{(n)}(0)| \leq \frac{n!M(r)}{r^n}$
- (2) 若 $|f(z)| < M_0$, 求证: $f(z)$ 是常数
4. 写出 **Abel** 定理内容 (2'), 收敛半径定义 (2'), 各举一具体例子说明级数在收敛圆周上: 1. 处处收敛; 2. 既有收敛的点又有发散的点; 3. 处处发散。
5. 求 $I_n = \oint_{|z|=r>0} \frac{1 - \cos 3z^4}{z^n} dz$, n 为非负整数。
6. (1) 求 $I_{a,b} = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{a + b \cos \theta}$, $a > |b|$ (6')
- (2) 用 (1) 的结论计算 $J_{a,b} = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{(A \cos \theta)^2 + (B \sin \theta)^2}$ (4')
7. 计算 $I_{a,b,k} = \int_0^{+\infty} \frac{x^3 \sin kx}{(x^2 + a^2)(x^2 + b^2)} dx$ (a, b, k 为常数且 > 0)
8. 求解析映射使 $D_1: \{z | a < x < b, -\infty < y < +\infty\}$ 映成单位圆 $|w| < 1$ 。
9. 求解析映射使 $D_2: \{z | 0 < \arg z < \alpha, 0 < |z| < 2\}$ 映成单位圆 $|w| < 2$ 。
10. 该题为二选一, 若都做, 可替前 9 题中任一题, 但须注明替哪一题。
 - (1) 写出单位圆 $|z| < 1$ 映成单位圆 $|w| < 1$ 的解析映射一般形式, 并证明 $\frac{|dw|}{1 - |w|^2} = \frac{|dz|}{1 - |z|^2}$
 - (2) 求 $I_{r,n} = \int_0^{+\infty} \frac{dx}{r^{2n} + x^{2n}}$ ($r > 0, n \in \mathbb{N}$)