Delaunay triangulation for calculating Euclidean distance MST

翁家翌 2016011446

2017.6

目录

1 介绍 2

2 使用方法 2
2.1 编译及运行 2
2.2 具体参数 3

3 运行流程 4

4 系统结构 4
4.1 conf 4
4.1.1 Simple_Point 4
4.1.2 Edge 4
4.2 union_find_set 4
4.2.1 功能 4
4.2.2 接口 5
4.3 generator 5
4.3.1 功能 5
4.3.2 接口 5
4.3.3 例子 5
4.4 delaunay 5
4.4.1 功能 5
4.4.2 接口 5
4.4.3 蜜汁 bug 6
4.4.4 例子 6

4.5 minimum_spanning_tree 6
4.5.1 功能 6
4.5.2 接口 6
4.5.3 例子 6
4.6 validate 6
4.6.1 功能 6
4.6.2 接口 7
4.6.3 例子 7
4.7 visualization 7
4.7.1 功能 7
4.7.2 接口 7
4.7.3 例子 7

5 性能测试 **8**
5.1 可视化效果 8
5.2 运行时间 8
5.3 屏幕截图 11

1 介绍

在二维平面上给定 n 个点，求由这 n 个点所构成的最小生成树，其中距离定义为欧几里得距离。

通过查阅相关资料，我知道了 MST 的边集 $\subseteq$ Delaunay 三角剖分得到的边集，因此求平面欧几里得距离最小生成树等价于求给定点集的三角剖分。

该项目实现了两种计算三角剖分的方法，支持将计算得到的方案以图片形式输出到文件或窗口，同时也支持以数据文本的形式保存到文件，并且支持从文件中读取原始数据并且显示到窗口。

2 使用方法

2.1 编译及运行

本项目依赖一些第三方库：

- Boost
- OpenCV

- CGAL

并且使用 CMake 来进行 Makefile 的生成，可以在进入 src 目录后运行如下代码进行编译

```
cd build
cmake ..
make
```

编译完成后使用./main 来运行程序，或可以使用./main -h 来查看帮助。

如果想要生成新的测试数据，点数为 100，并且在窗口中显示图像信息，可以运行如下命令：

```
./main -n 100 -w
```

如果要测试文件 testcase/circle_100000 下的数据，可以运行如下命令：

```
./main -t ../../testcase/circle_100000/
```

2.2 具体参数

-h 查看帮助

-n 指定生成的点数，默认 10000

-c 指定生成点集的形状，有正方形(full square)和圆形(full circle)两个方法，默认为 full square

-t 测试模式，指定读取文件的目录，默认为../../testcase/test/

-r 点坐标生成范围，默认为 $[0, 10000)$

-d 点与点之间的最小间隔，默认为 0.001

-i 图片的大小，默认为 2000×2000

-s 图片的后缀，默认为 png

-w 在运行窗口中显示图片

-v 输出 Voronoi 图的文本信息

3 运行流程

1. 处理命令行的 command

2. 生成点集数据 or 从已经存在的 data.txt 中读取点集数据

3. 计算 Delaunay 三角剖分

4. 计算 MST

5. 检验步骤 3 和 4

6. 将结果可视化

4 系统结构

4.1 conf

该文件被所有文件所包含，其中的内容包括 Simple_point、Edge 两个类。

4.1.1 Simple_Point

由于我在 CGAL 的手册中找不到关于修改 Point_2D 类中 x、y 坐标的方法 (read-only)，因此放弃继承，自己写一个名为 Simple_Point 的类，实现平面上二维点坐标运算的一些基本功能。

4.1.2 Edge

包含三个基本元素：两个端点的编号以及边权。
允许排序，关键字为边权大小。

4.2 union_find_set

该文件被 *minimum_spanning_tree* 和 *validate* 所包含

4.2.1 功能

带路经压缩的并查集。

4.2.2 接口

```
bool Is_linked(int x, int y); //x和y是否相连
void Link(int x, int y); //连接x和y
```

4.3 generator

4.3.1 功能

给定 n，生成大小为 n 的点集，其中每个点之间最小间距可通过设置。支持生成两种数据：正方形与圆形。

4.3.2 接口

```
Generator(); //构造函数，调用即可生成在该环境变量下的点集
std::vector<Simple_Point> Save(const std::string &filename);
    //将生成的点集信息存入给定的文件名中，并且返回生成点集列表
```

4.3.3 例子

```
std::vector<Simple_Point> raw_data;
raw_data = Generator().Save(POINTS_FILENAME);
```

4.4 delaunay

4.4.1 功能

使用 CGAL 计算 Delaunay Triangulation 和 Voronoi Diagram

4.4.2 接口

```
Delaunay_Triangulation(const std::vector<Simple_Point> &
    raw_data);//构造函数，调用即可生成由该点集所构成的三角剖分
void Save(const std::string triangulation_filename,
          const std::string voronoi_filename,
          std::vector<Edge> &triangulation_data,
          std::vector<std::pair<Simple_Point, Simple_Point> > &
              voronoi_data);//将生成的三角剖分信息存入给定的文
              件名中，并且将计算得到的数据存储于后两个参数中
```

4.4.3 蜜汁 bug

生成 Voronoi.png 的时候可能会有一些奇怪的水平/垂直线条，不知道如何完全消除（已经采取了一些措施降低生成这种线条的概率）。

4.4.4 例子

```
Delaunay_Triangulation cgal_dt(raw_data);
cgal_dt.Save(TRIANGULATION_FILENAME, VORONOI_FILENAME,
    triangulation_data, voronoi_data);
```

4.5 minimum_spanning_tree

4.5.1 功能

包含求 MST 的两种方法：Kruskal 和 Prim，分别在类 MST 和类 Prim 中实现。

4.5.2 接口

```
MST(const std::vector<Edge> &_edge); //MST的构造函数，给定不同
    的边集信息，用Kruskal计算MST
std::vector<Edge> Save(const std::string &filename); //将
    Kruskal计算出的MST信息写入文件中并返回该列表，以点编号形式
    存储
Prim(std::vector<Simple_Point>data); //Prim的构造函数，给定点集
    信息，用Prim计算MST，点数上限20000
```

4.5.3 例子

```
MST mymst(triangulation_data);
mst_data = mymst.Save(MST_FILENAME);
Prim prim(raw_data);
```

4.6 validate

4.6.1 功能

自己写的 Delaunay 三角剖分方法，使用分治法，用 DECL 存储边的信息。用于检验三角剖分、MST 的正确性。

辅助类：Point3，实现了对三维点坐标的一些基本操作。

4.6.2 接口

```
My_Delaunay(std::vector<Simple_Point>data); //构造函数，给定点集信息，计算三角剖分信息和MST
```

4.6.3 例子

```
My_Delaunay myd(raw_data);
```

4.7 visualization

使用 OpenCV。(在我都写完代码之后才发现 CGAL 有可视化 Voronoi 图的功能，但是还是觉得 OpenCV 更好用)

4.7.1 功能

将点集、三角剖分、Voronoi 图、二者结合的图和 MST 图（共 5 张）可视化，点集上限 9999 (太多点的可视化效果不好)，图片大小上限 5000 (太大没必要)。

4.7.2 接口

```
Visualization(int show_case,
              const std::string &prefix,
              const std::string &suffix,
              const std::vector<Simple_Point> &raw_data,
              const std::vector<Edge> &triangulation_data,
              const std::vector<std::pair<Simple_Point,
                  Simple_Point> > &voronoi_data,
              const std::vector<Edge> &mst_data);
//构造函数，给定文件前缀后缀和之前计算出的数据，存储图像信息
```

4.7.3 例子

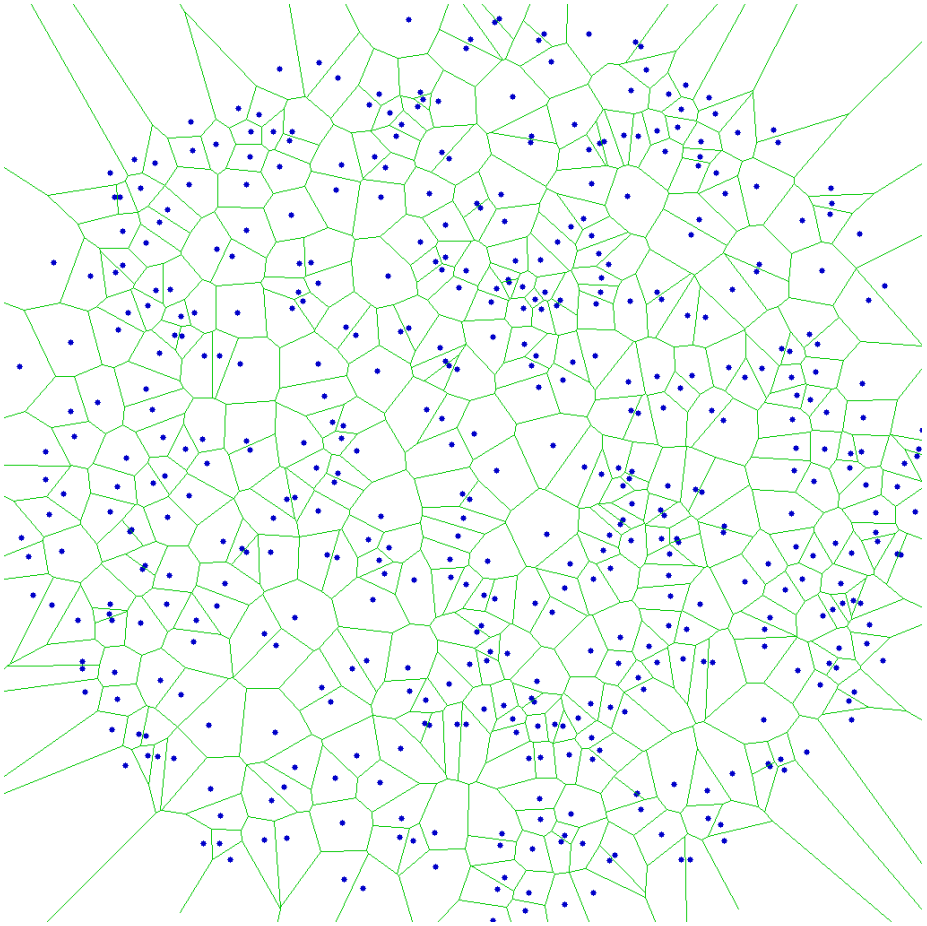
```
Visualization visual(1, PREFIX, SUFFIX, raw_data,
    triangulation_data, voronoi_data, mst_data);
```

5 性能测试

设置了最多不能超过五百万个点。

5.1 可视化效果

以下是一张 500 个点的 Voronoi 图可视化之后的效果：

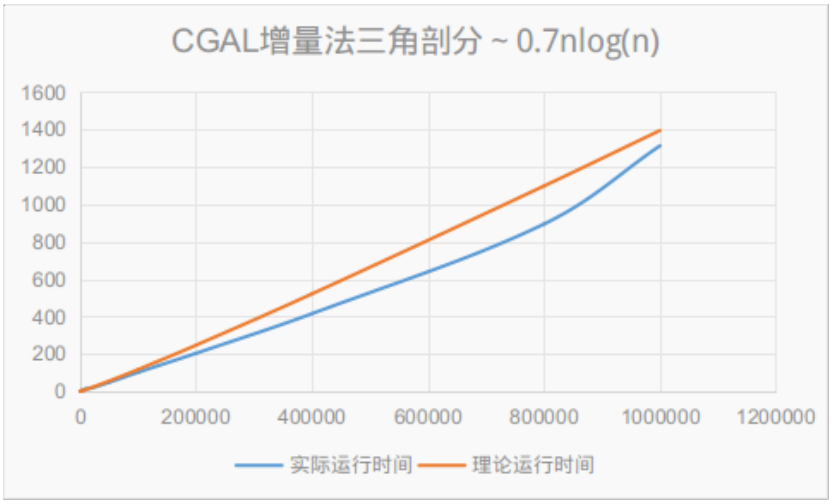


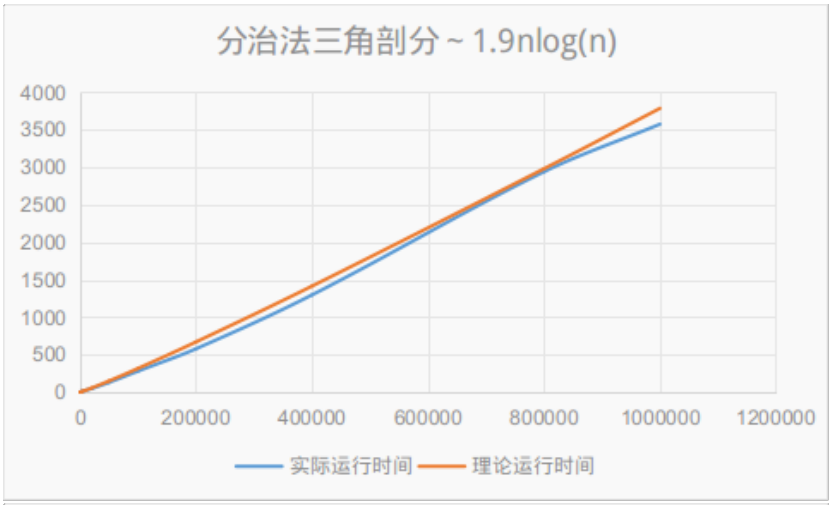
5.2 运行时间

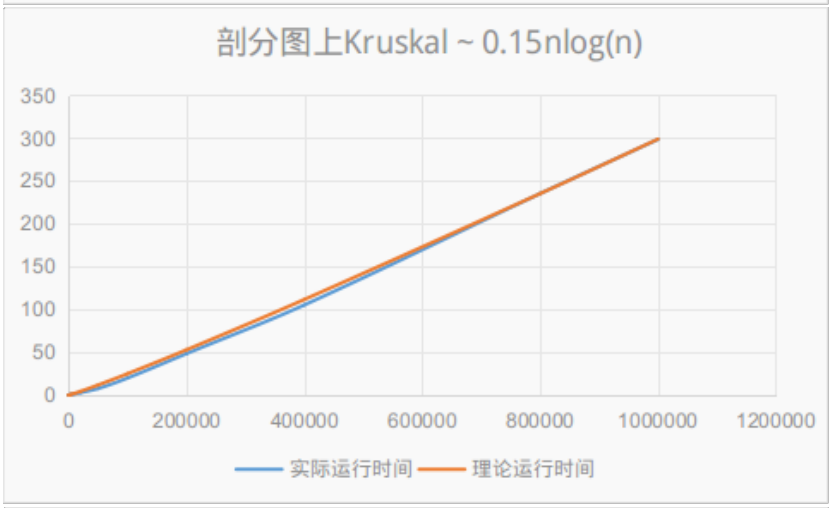
以下是运行时间与点集大小的表格：

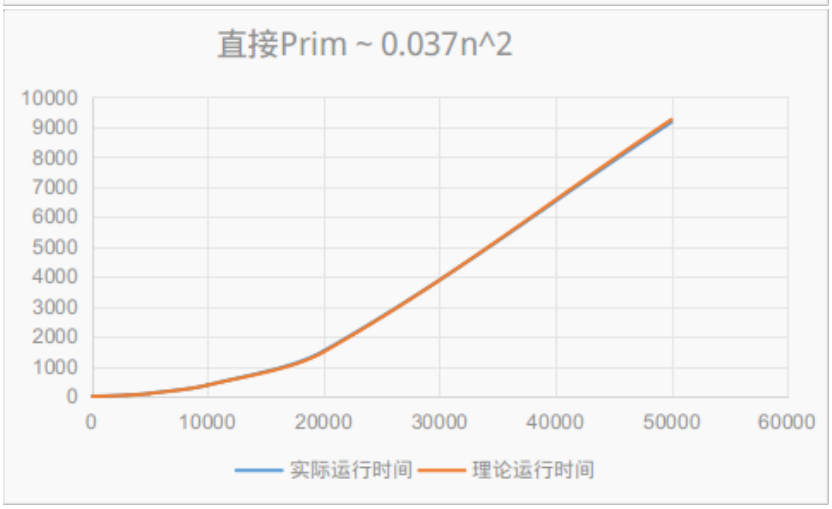
点集大小	CGAL 增量法三角剖分/ms	分治法三角剖分/ms	剖分图上 Kruskal/ms	直接 Prim/ms
100	0.102	0.133	0.020	0.065
500	0.447	1.046	0.059	1.220
1000	1.155	1.538	0.123	4.570
3000	2.736	5.607	0.515	37.949
5000	3.963	9.702	0.710	99.299
10000	12.926	24.061	1.316	374.725
20000	17.478	46.356	2.786	1510.781
50000	47.449	128.215	7.601	/
100000	101.048	279.464	19.885	/
200000	203.102	577.641	48.389	/
400000	415.429	1296.535	105.245	/
800000	894.641	2940.455	235.292	/
1000000	1313.407	3575.548	298.665	/

以下是表格所对应的数据:









可以看到，在数据量较大的情况下，Prim 算法效率极低，是由于自身的

复杂度 $O(n^2)$ 所限制；对于三角剖分，增量法和分治法的效率都趋近于 $O(n \log n)$，但是分治法的效率大约是增量法的三倍。

5.3 屏幕截图

以下是实际运行过程中的屏幕截图：