系统分析与控制

第九次课

pp.114 Eq.(4.2)

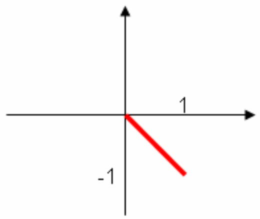
$$\varphi(\omega) = -arctg\frac{a\zeta\omega T}{1-(\omega T)^2}$$

$(-90^\circ, 90^\circ)$

$(0, -180^\circ)$

从数学意义上讲，反正切函数arctg的值域为（-90°，90°），但对实际的坐标角，其值域为0°～360°，所以需要换算。

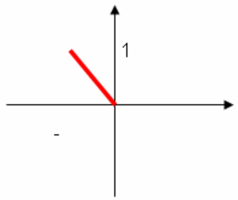
$arctg(\frac{-1}{1})$



315°

arctg(-1)

$arctg(\frac{1}{-1})$



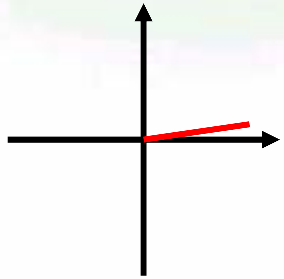
135°

$(-90^\circ, 90^\circ)$

$$\varphi(\omega) = -arctg\frac{a\zeta\omega T}{1-(\omega T)^2}$$

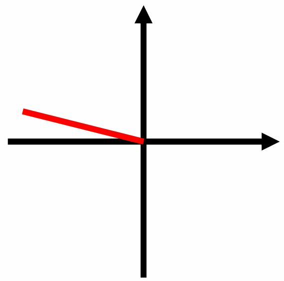
$(0, -180^\circ)$

$\omega T << 1$ 分子大于0，分母大于0，在第一象限



$$arctg\frac{2\zeta\omega T}{1-(\omega T)^2} \approx 0$$

$\omega T >> 1$ 分子大于0，但分母小于0，在第二象限



$$arctg\frac{2\zeta\omega T}{1-(\omega T)^2} \approx 180^\circ$$

$$\varphi(\omega) = -180^\circ$$

1. 对于一般的二阶系统传递函数 $G(s)=\dfrac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$，其时间响应的过渡过程时间 t_s 与阻尼系数 ζ 具有如图 1 所示的关系。试分析这一关系曲线在某些阻尼点上不光滑的原因。

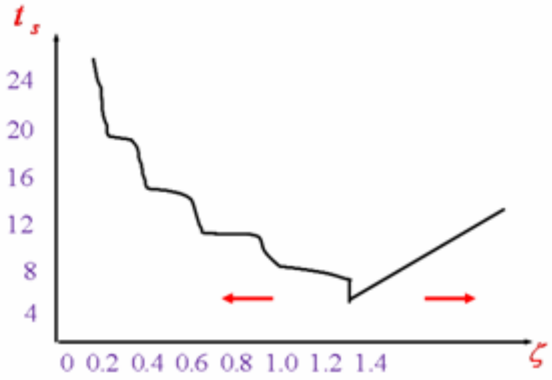
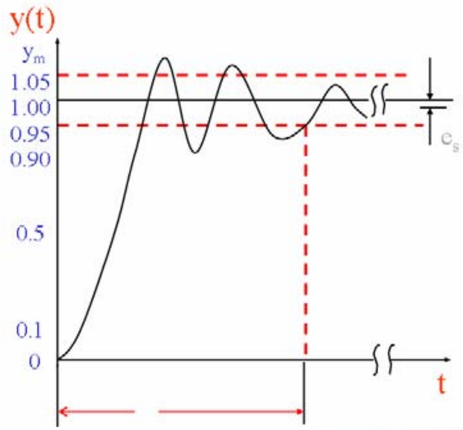
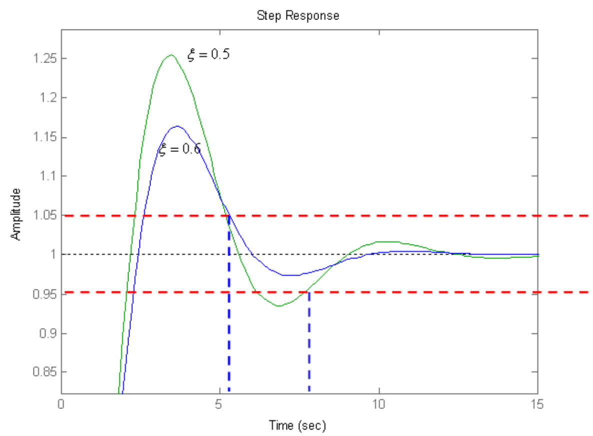


图 1



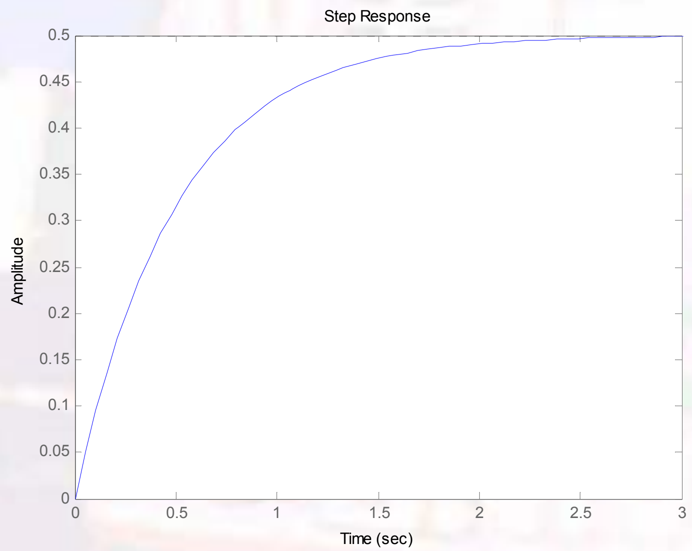


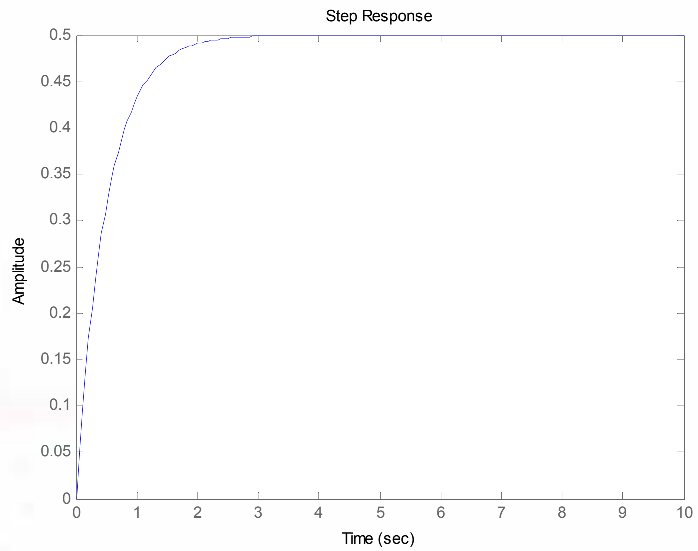
2. 利用 MATLAB 中的 step 函数计算传递函数 $\dfrac{s+2}{s^2+3s+2}$ 的阶跃响应，希望能观测到区间[0,10]内的输出曲线，请写出实现这一功能的语句。

3. “不稳定”是工程控制系统中不希望看到的情形，但在很多场合下需要有意识地应用“不稳定”来实现某些功能，试举一例子说明“不稳定”的应用。

step([1,1],[1,3,2])

step([1,1],[1,3,2],10)





1. 某系统的传递函数为 $\dfrac{1}{s^2+2s+1}$，则其单位阶跃响应曲线为（）。

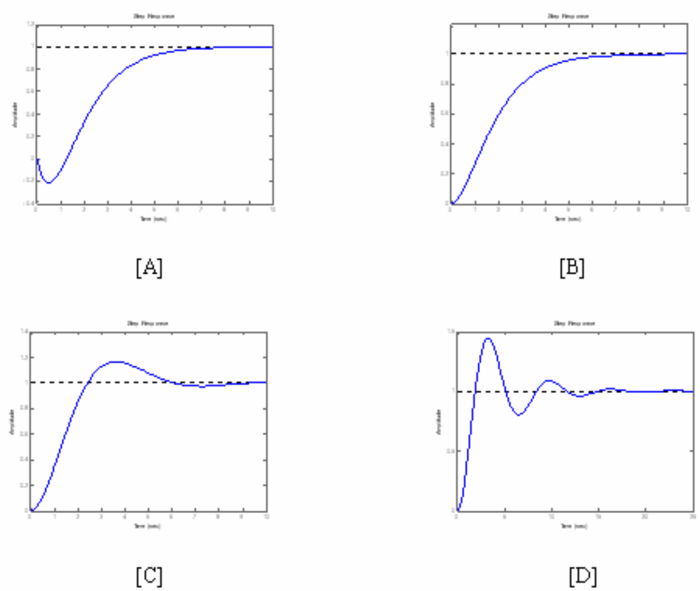


图 2

2. 提出状态空间理论，并对现代控制理论作出奠基性贡献的学者是（）。

[A] 维纳

[B] 卡尔曼

[C] 波德

[D] 贝尔曼

3. 下列说法错误的是（）。

[A] 不稳定系统一定是非最小相位系统。；

[B] 系统的稳定性与输入的信号无关；

[C] 线性连续系统的传递函数如果没有在右半平面的极点，则一定是稳定的；

[D] 传递函数的概念是在零初始条件下定义的。

1. [15 分] 某系统的传递函数为 $\dfrac{1}{Ts+1}$，其中 T 为未知常数。对此系统施加一单位阶跃函数，经过 5 秒，输出量由 0.1 升为 0.6。问输出量从 0.6 升至 0.9 需要多长时间?

系统阶跃响应 $y(t)=1-e^{-t/T}$

$$y(t_1)=1-e^{-t_1/T}=0.1$$

$$y(t_2)=1-e^{-t_2/T}=1-e^{-t_1+5/T}=0.6$$

$$y(t_3)=1-e^{-t_3/T}=1-e^{-t_2+n/T}=1-e^{-t_1+5+n/T}=0.9$$

$$\begin{cases} e^{-t_1/T}=0.9 \\ e^{-t_1+5/T}=0.4 \\ e^{-t_1+5+n/T}=0.1 \end{cases}$$

$$n=\frac{5\cdot\ln 4}{\ln 9-\ln 4}=8.5476$$

2. [20 分] 根据结构图 3 写出 $R(s)$ 到 $Y(s)$ 的传递函数。

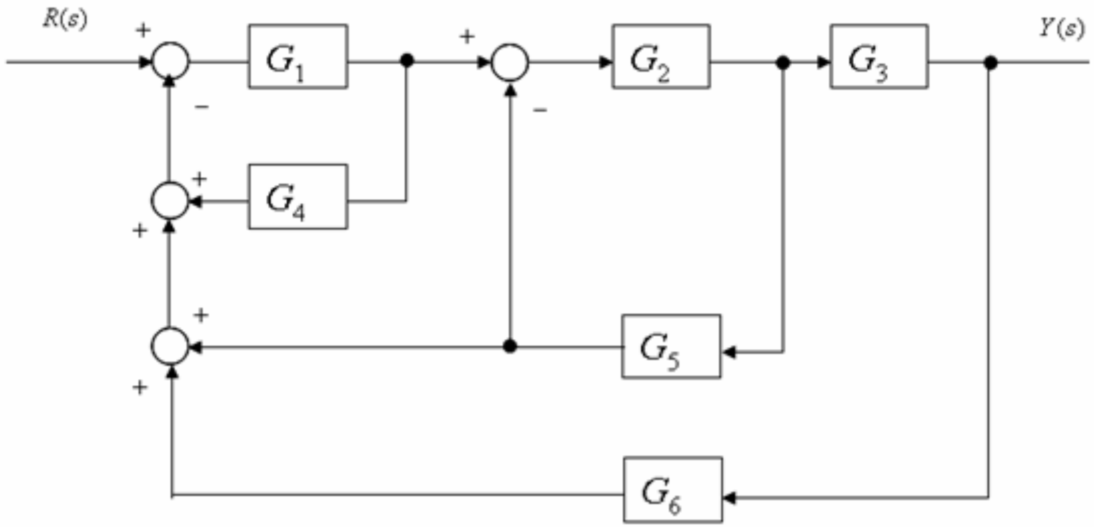


图 3

四个回路

$$L_1(s) = G_1G_4$$

$$L_2(s) = G_2G_5$$

$$L_3(s) = G_1G_2G_5$$

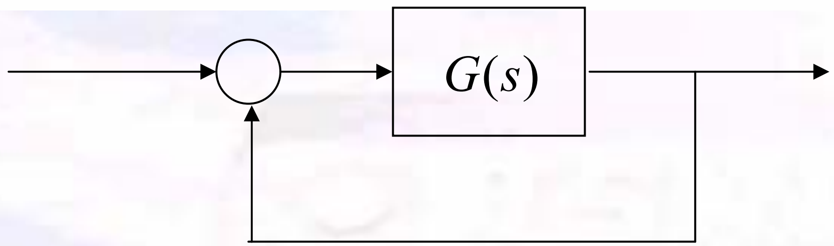
$$L_4(s) = G_1G_2G_3G_6$$

$$\Delta(s) = 1 + L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_1L_2 \qquad = 1 + G_1G_4 + G_2G_5 + G_1G_2G_5 + G_1G_2G_3G_6 + G_1G_2G_4G_5$$

$Q_1(s) = G_1G_2G_3$ 与四个回路都接触 $\Delta_1(s) = 1$

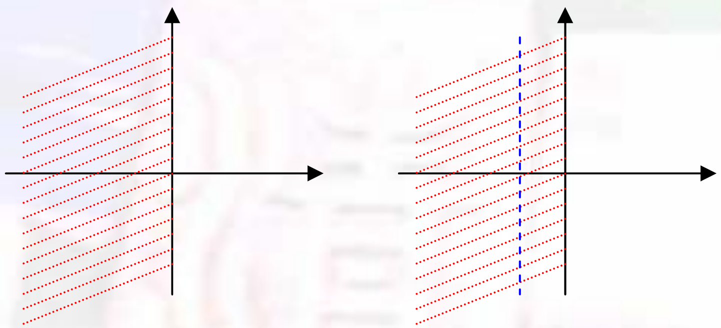
$$M(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{Q_1(s)\Delta_1(s)}{\Delta(s)} \qquad = \frac{G_1G_2G_3}{1 + G_1G_4 + G_2G_5 + G_1G_2G_5 + G_1G_2G_3G_6 + G_1G_2G_4G_5}$$

3. [15 分]单位反馈系统的**开环传递函数**为$G(s)=\dfrac{K}{s(1+0.1s)(1+0.25s)}$，如果希望**闭环系统**特征方程的根都位于 $s=-1$ 垂线之左，请确定 K 值的范围。



$$M(s)=\frac{40K}{s(s+10)(s+4)+40K}$$

$$s^3+14s^2+40s+40K=0$$



$$t=s+1$$

$$t^3+11t^2+15t+40K-27=0$$

t^3	1	15
t^2	11	$40K-27$
t^1	$\dfrac{192-40K}{11}$	0
t^0	$40K-27$	0

$$\begin{cases}\dfrac{192-40K}{11}>0\\ 40K-27>0\end{cases}$$

$$0.6750<K<4.8$$

4. [20 分] 某最小相位系统的开环对数幅频特性如图 4 所示，试写出该系统的开环传递函数，并计算该系统的相位裕量。

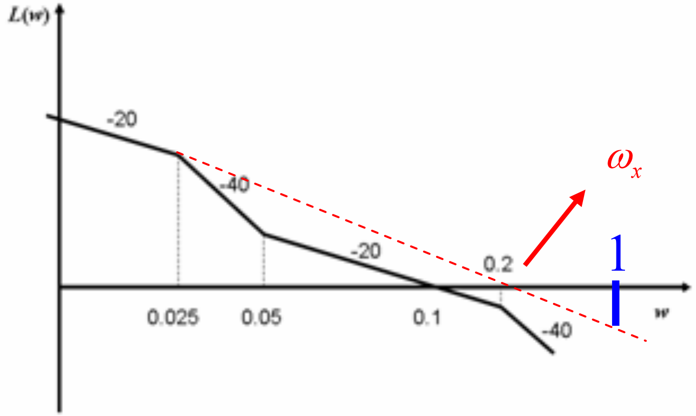


图 4

$\omega_1 = 0.025$ $T_1 = 40$

$\omega_2 = 0.05$ $T_2 = 20$

$\omega_3 = 0.2$ $T_3 = 5$

$$G(s) = \frac{K(20s+1)}{s(40s+1)(5s+1)}$$

$$20\lg\frac{\omega_x}{0.025} = 40\lg\frac{0.05}{0.025} + 20\lg\frac{0.1}{0.05} \qquad \omega_x = 0.2 \qquad 20|\lg K| = 20\lg\frac{1}{0.2} \qquad K = 0.2$$

$$\boxed{20\lg K + 20\lg\frac{1}{0.025} = 40\lg\frac{0.05}{0.025} + 20\lg\frac{0.1}{0.05}}$$

$$\gamma = 180^\circ + (-90^\circ - arctg0.1\times40 - arctg0.1\times5 + arctg0.1\times20) = 50.9^\circ$$