《系统分析与控制》试题(A 卷)

答题说明：

a. 除第一、二大题外，其余在答题册上回答(请标明题号)。

b. 交卷时请把试题、答题册和演算纸都交上来。

c. 考试时间：120 分钟。

一 填空题(每小题 3 分,共 15 分)

1. 自动控制系统最基本的两种控制方式为____________和____________。此外，还有___________方式。

2. 设系统在零初始条件下的单位阶跃响应为

$$h(t)=1-1.8e^{-4t}+0.8e^{-9t} \qquad (t\ge 0)$$

则系统的传递函数为______________________。

3. 设二阶系统的闭环传递函数为

$$\Phi(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$$

则$\xi=1$时系统处于________状态，$0<\xi<1$时系统处于_________状态，$\xi>1$时系统处于_________状态。

4. 下列各式是描述系统的微分方程(其中 $c(t)$为输出量，$r(t)$为输入量)：

① $c(t)=5+r^2(t)+t\dfrac{d^2r(t)}{dt^2}$； ② $\dddot{c}(t)+3\ddot{c}(t)+6\dot{c}(t)+8c(t)=r(t)$

③ $t\dot{c}(t)+c(t)=r(t)+3\dot{r}(t)$； ④ $c(t)=r(t)\cos\omega t+5$

____为线性定常系统，____为线性时变系统，______为非线性系统(填入序号即可)。

5. Z 复平面上的一对共轭极点（$z=e^{(\sigma+j\omega)T}$），其复数向量与正实轴的夹角$\theta(=\omega T)$越小，所对应的时域响应采样点越密。不难证明，一个振荡周期的采样点数 N 为_____________。

二 判断题(正确的划"√"，错误的划"×"，每小题 3 分，共 15 分)

1. 线性定常系统的传递函数，定义为系统的输出量的拉氏变换和输入量的拉氏变换之比。 (　)
2. 速度品质系数是用来确定单位反馈控制系统稳态输出与输入之间速度上的误差。 (　)
3. 线性系统稳定的充要条件是，闭环系统特征方程的所有根均具有负实部。 (　)
4. 对数频率特性曲线的横坐标对 lg ω来说是均匀的。 (　)
5. 设闭环系统的误差传递函数为

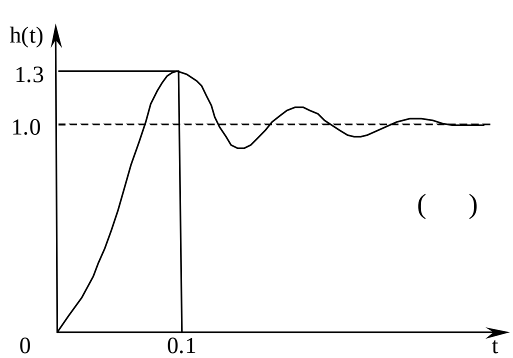
$$\frac{E(s)}{R(s)}=\frac{s^2+s+1}{s^4+s^3+s^2+s+1}$$

则系统在单位阶跃输入下的稳态误差可由终值定理求得

$$e_{ss}=\lim_{s\to 0}sE(s)=1。 \qquad (\quad)$$

(　)

三 解答下列各题(共 70 分)



题 1 图

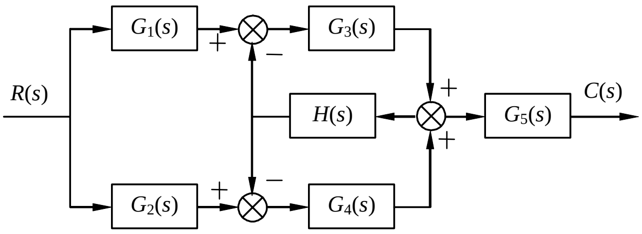
1. 设二阶系统的单位阶跃响应曲线如图所示，如果该系统属单位反馈控制形式，试确定其开环传递函数。(8 分)

2. 已知系统的结构如图所示，求传递函数 C(s)/R(s)。(8 分)

3. 设某单位反馈系统的开环传递函数

$$G(s)=\frac{K}{s(0.1s+1)(0.25s+1)}$$

要使系统特征方程的根全部位于直线 s=-1 左侧，且在输入信号 $r(t)=1+0.02t$ 作用下的稳态误差 $e_{ss}\le 0.01$, 试求 K 值的允许调整范围。(10 分)



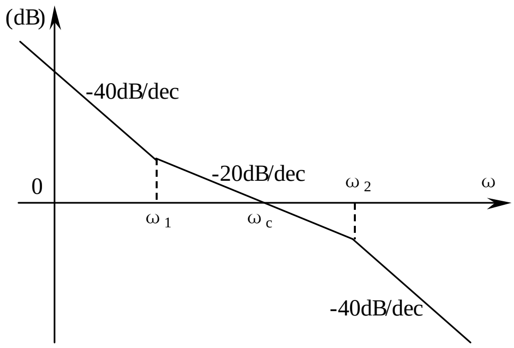
题 2 图

4．最小相位系统的对数幅频渐近特性如图所示，图中 $\omega_1,\omega_2,\omega_c$ 为已知量，试确定其传递函数，并说明已知量满足什么关系时，开环系统的相频特性距离 -180^0 的最大偏离为 45^0 。(10 分)

5、系统开环传递函数为

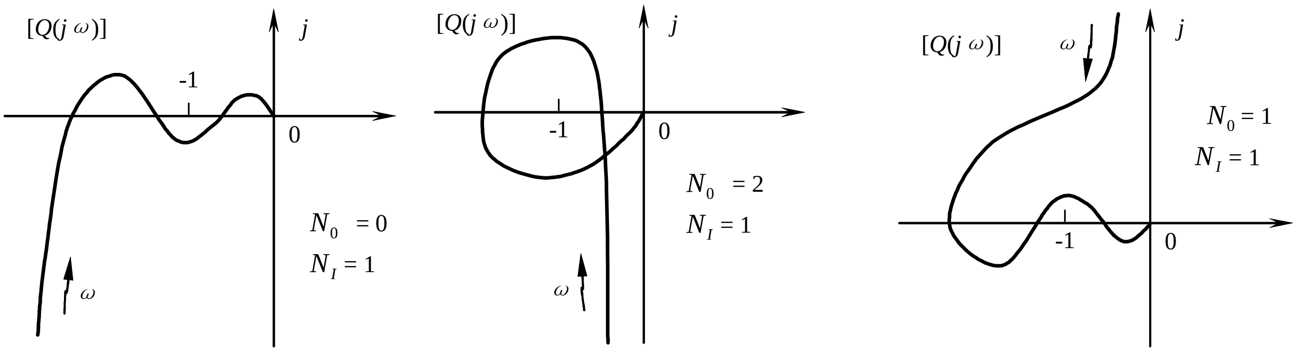
$$G(s)=\frac{K}{s(0.1s+1)(0.05s+1)}$$

要求 K_v ≥50 秒$^{-1}$， γ ≥40°，且 ω_c 在 10rad/s附近，试进行分析，确定校正方案，并采用综合法设计校正装置。（15 分）



题 4 图

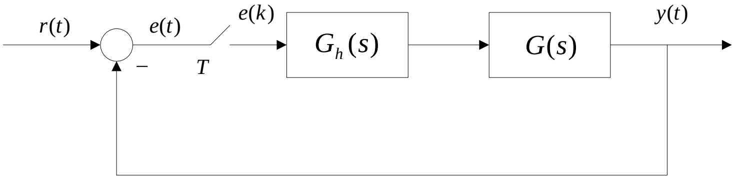
6、下图为单位反馈系统的开环传函频率特性极坐标图，试判断闭环系统的稳定性。如果不稳定，请指出 s 右半平面的闭环极点数。其中 N_I 表示开环系统包含的积分个数， N_o 表示开环系统右半平面的极点数。(9 分)



(a) (b) (c)

题 6 图

7．已知采样系统结构图如图所示，其中 $G(s)=\frac{K}{(s+1)}e^{-mTs}$ ，$G_h(s)=\frac{1-e^{-Ts}}{s}$ ，T 为采样周期，m 为正整数，$K>0$。求（1）当 $m=1$ 时，系统稳定的 K 值范围？；（2）阶跃信号作用下，$m=2$ 时系统的稳态误差（假设存在 k 使闭环系统稳定）？（10 分）



题 7 图

《系统分析与控制》试题答案及评分标准(A 卷)

一　填空题(每小题 3 分,共 15 分)

1. 开环控制　闭环控制　复合控制
2. $\dfrac{36}{s(s+4)(s+9)}$ (根据传递函数定义)
3. 临界阻尼　欠阻尼　过阻尼
4. ②　③④　①
5. $2\pi/\theta$

二　判断题(正确的划"√"，错误的划"×"，每小题 3 分，共 15 分)

1. ×。传递函数时在零初始条件下定义的。
2. ×。速度品质系数的含义是，单位反馈控制系统在速度(斜坡)输入作用下，其稳态输出与输入之间存在位置上的误差。
3. √。
4. √。
5. ×。容易验证，系统是不稳定的。

三　解答下列各题(共 70 分)

1．由图可见，

$$t_m = 0.1,\quad \sigma\% = 30\%$$

代入公式

$$t_m = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}} = 0.1,\quad \sigma\% = e^{-\pi\xi\left/\sqrt{1-\xi^2}\right.} = 30\% \qquad (3 分)$$

可以求得

$$\xi = 0.358,\quad \omega_n = 33.65 \qquad (3 分)$$

所以系统开环传函为

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s} = \frac{1132.3}{s(s+24.09)} = \frac{47.0}{s(0.0415s+1)} \qquad (2 分)$$

2．解答：图中共有两个回路，分别为

$$L_1 = G_3(s)H(s)，\ L_2 = G_4(s)H(s)$$

此外两个回路互相接触，则有

$$\Delta(s) = 1 + (G_3(s) + G_4(s))H(s) \qquad （3 分）$$

该结构图中，从 $R(s) \to C(s)$ 的前向通路有两条，其传递函数为

$$Q_1(s) = G_1(s)G_3(s)G_5(s)$$

由于它与前两个回路都联系，则有

$\Delta_1(s)=1$ 。

同里有， $Q_2(s)=G_2(s)G_4(s)G_5(s)$， $\Delta_2(s)=1$ （3 分）

代入梅逊公式有

$$M(s)=\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{(G_1(s)G_3(s)+G_2(s)G_4(s))G_5(s)}{1+(G_3(s)+G_4(s))H(s)} \qquad （2 分）$$

3．系统的特征方程为

$$s(0.1s+1)(0.25s+1)+K=0$$

$$0.025s^3+0.35s^2+s+K=0 \quad (2 分)$$

由于要求特征根全部位于垂线s=-1 之左侧，所以取s=s_1-1 代入原特征方程，得

$$0.025(s_1-1)^3+0.35(s_1-1)^2+(s_1-1)+K=0$$

整理上式，得

$$s_1^3+11s_1^2+15s_1+(40K-27)=0 \quad (2 分)$$

列劳斯表

s^3	1	15	
s^2	11	40K-27	
s^1	165-40K+27	(同乘以 11)	
s^0	40K-27		(2 分)

所以，K 得可调范围由以下两式确定

165+27-40K>0

40K-27>0

解不等式，可得

0.675<K<4.8 (2 分)

此外，I 型系统在单位阶跃信号作用下的稳态误差为零，而在斜坡信号作用下的稳态误差为

$\frac{0.02}{K}\le 0.01$，得到 $K\ge 2$

综合以上得到 $2\le K<4.8$ （2 分）

4．由最左端直线的斜率可知系统传函包括两个积分环节，又根据折线的两处斜率变化知传函包括一个一阶微分环节和一个惯性环节，且转折频率分别为ω_1和ω_2。所以传递函数为

$$G(s)=\frac{K\left(\frac{s}{\omega_1}+1\right)}{s^2\left(\frac{s}{\omega_2}+1\right)} \qquad (2 分)$$

又根据对数幅频渐近线与零分贝线的交点处频率ω_c可知

$$20\lg^{K}=40\lg^{\omega_1}+20\lg^{\omega_c/\omega_1} \quad (2 分)$$

所以 $K=\omega_1\omega_c$

相应的传函表达式为 $$G(s)=\frac{\omega_1\omega_c\left(\dfrac{s}{\omega_1}+1\right)}{s^2\left(\dfrac{s}{\omega_2}+1\right)}$$ (2 分)

由书 p.174 页分析，如令 $h=\dfrac{\omega_2}{\omega_1}$，则开环系统的相频特性距离 -180^0 的最大偏离发生在 $\omega_m=\dfrac{\omega_2}{\sqrt{h}}$，且最大偏离为

$$\gamma_m=\gamma(\omega_m)=\mathrm{arctg}\frac{h-1}{2\sqrt{h}}=45^0$$ （相角裕度为 -135^0） （2 分）

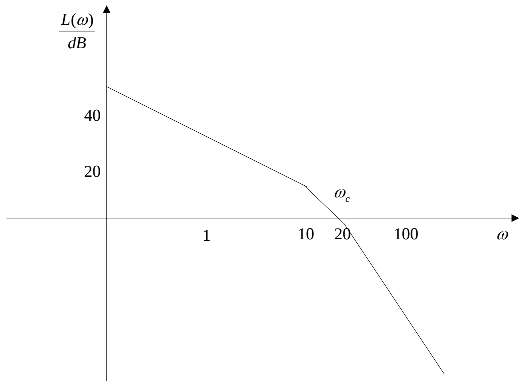
即 $\dfrac{h-1}{2\sqrt{h}}=1$，由此得到 $h-2\sqrt{h}-1=0$

$\sqrt{h}=1\pm\sqrt{2}$，舍去负值，得到 $\sqrt{h}=1+\sqrt{2}$

这样 $\omega_2=\left(3+2\sqrt{2}\right)\omega_1$，$\omega_c=\left(2+\sqrt{2}\right)\omega_1$ （2 分）

5、 1）首先计算速度品质系数为

$$K_V=\lim_{S\to 0}sG(s)=K=50$$ （2 分）



2）绘制 $G(s)=\dfrac{50}{s(0.1s+1)(0.05s+1)}$ 的伯德图如右

由于频率 20 的转接点在零分贝线附近，应用折线法计算误差很大，可以在频率 20 附近采用试探法，容易计算频率为 20 时

$$|G(j20)|=\frac{50}{20\sqrt{5}\sqrt{2}}<1$$

由此可见剪切频率小于 20，经试探 $\omega_c\approx 18$。由此计算相角裕度为

$$\gamma=\varphi(\omega_c)=180^0-90^0-\mathrm{arctg}^{0.1\times 18}-\mathrm{arctg}^{0.05\times 18}$$

$$=90^0-60.9454^0-41.9872^0=-12.9326^0$$ （3 分）

3) 由于要求 ω_c 在 10rad/s 附近，所以不能采用超前校正，也不能采用滞后校正，而必须采用超前滞后校正。 （3 分）

由 $M_r=\dfrac{1}{\sin\gamma}\approx 1.6$，这样 $h=\dfrac{M_r+1}{M_r-1}=4.33$

可选取 $h=4.5$

$$\frac{\omega_3}{\omega_c}=\frac{2h}{h+1}=1.636, \quad \omega_3=1.636\omega_c=16.36\text{rad/s}, \quad T_3=\frac{1}{\omega_3}=0.0611s$$

$$\omega_2=\frac{\omega_3}{h}=3.636\text{rad/s}, \quad T_2=\frac{1}{\omega_2}=0.275s$$

此外 $\omega_1=\dfrac{\omega_2\omega_c}{K_v}=\dfrac{3.636\times 10}{50}=0.7272\text{rad/s}$，$T_1=\dfrac{1}{\omega_1}=1.375s$

这样系统期望的开环传递函数为

$$Q(s)=\frac{K_v(T_2s+1)}{s(T_1s+1)(T_3s+1)}=\frac{50(0.275s+1)}{s(1.375s+1)(0.0611s+1)} \qquad （4 分）$$

这样

$$D(s)=\frac{Q(s)}{G(s)}=\frac{(0.275s+1)(0.1s+1)(0.05s+1)}{(1.375s+1)(0.0611s+1)}$$

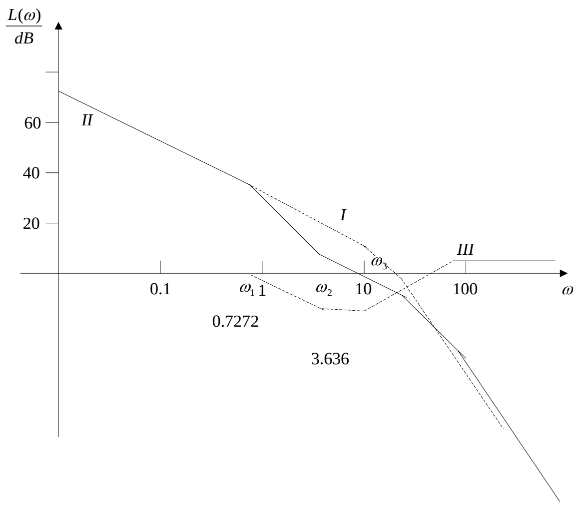
由于 $(0.0611s+1)\approx(0.05s+1)(0.011s+1)$（假设小时间常数），这样期望的开环传递函数可表示为

$$Q(s)=\frac{50(0.275s+1)}{s(1.375s+1)(0.05s+1)(0.0111s+1)}$$

求得校正装置为

$$D(s)=\frac{(0.275s+1)(0.1s+1)}{(1.375s+1)(0.0111s+1)} \qquad （3 分）$$

具体的频率特性图如下：



图中 I 代表系统固有的频率特性，II 代表期望的开环频率特性，III 代表校正装置的幅频特性。

注：本题综合法校正部分答案可能非唯一，但应相差不大。

6　每题 3 分

(a) $N_c=N+N_0=0$， 闭环系统在右半平面没有根，系统稳定；

(b) $N_c = N + N_0 = -2 + 2 = 0$， 闭环系统在右半平面没有根，系统稳定；

(c) $N_c = N + N_0 = 0 + 1 = 1$， 闭环系统在右半平面有一个根，系统不稳定。

7．答案：

$$G(z) = K(1-z^{-1})z^{-m}Z\left[\frac{1}{s(s+1)}\right]$$

$$= K(1-z^{-1})z^{-m}Z\left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1}\right] = K(1-z^{-1})z^{-m}\left(\frac{1}{1-z^{-1}} - \frac{1}{1-e^{-T}z^{-1}}\right)$$

$$= \frac{Kz^{-(m+1)}(1-e^{-T})}{(1-e^{-T}z^{-1})} \qquad （3 分）$$

（1） 当$m=1$时，系统的特征方程为

$$z^2 - e^{-T}z + K(1-e^{-T}) = 0$$

采用变换$z = \dfrac{\omega+1}{\omega-1}$，得到特征方程

$$(K+1)(1-e^{-T})\omega^2 + 2[1-K(1-e^{-T})]\omega + 1 + e^{-T} + K(1-e^{-T}) = 0$$

采用劳斯判据

ω^2	$(K+1)(1-e^{-T})$	$1+e^{-T}+K(1-e^{-T})$
ω	$2[1-K(1-e^{-T})]$	0

要求 $K+1>0$，且 $1-K(1-e^{-T})>0$， 由此得到 $-1<K<\dfrac{1}{1-e^{-T}}$。

此外，由于$K>0$，所以综合得到 $0<K<\dfrac{1}{1-e^{-T}}$ （4 分）

（2） 当$m=2$时，系统的开环传递函数为

$$G(z) = \frac{Kz^{-3}(1-e^{-T})}{(1-e^{-T}z^{-1})} = \frac{K(1-z^{-T})}{z^2(z-e^{-T})}$$

容易求得 $K_p = \lim_{z\to 1}G(z) = K$，这样系统的稳态误差为

$$e_s = \frac{1}{1+K} \qquad （3 分）$$