2006年《系统分析与控制》试题(A卷)

答题说明：

a. 所有考题在答题册上回答(请标明题号)。

b. 交卷时请把试题、答题册和演算纸都交上来。

c. 考试时间：120分钟。

一　简答题 (每小题3分，共15分)

1. 简要分析为什么系统的频带越宽，其时间响应越快。
2. 简要叙述为什么对于0型系统，不适合用ITAE指标来衡量它的性能。
3. 简要叙述并联校正系统鲁棒性好的原因。
4. 简述线性系统控制规律和观测器设计中的分离性原理。
5. 分别从频域和时域的角度简要分析滞后校正为什么可以改善系统的性能。

二　选择题(每小题3分，共15分)

1. 如下四个系统中

$$G(s)=\frac{s+1}{s(s+2)},\quad G(s)=\frac{s+1}{s^2(s+4)},\quad G(s)=\frac{1}{s(s+2)},\quad G(s)=\frac{s}{s+2}$$

临界稳定的系统有（）个。

[A] 0个；[B] 1个；[C] 2个；[D] 3个

2. 如下四个系统中

$$G(s)=\frac{s-1}{s+4},\quad G(s)=\frac{s+1}{s+2},\quad G(z)=\frac{1}{z+2},\quad G(z)=\frac{z-0.5}{z-2}$$

非最小相位的系统有（）个。

[A] 0个；[B] 1个；[C] 2个；[D] 3个

3. 某离散系统的传递函数为$G(z)=\dfrac{z}{z^2-2.5z+1}$，则在单位阶跃信号作用下系统输出的稳态误差为（）。

[A] 0；[B] 2；[C] -2；[D] 以上答案都不对

4. 已知某系统的传递函数为$G(s)=\dfrac{s+1}{s^2+3s+2}$，则下列各组状态方程系数中与它不等价的是（）。

[A] $A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2 & -3\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix}, D=0$

[B] $A=\begin{bmatrix}0 & -2\\ 1 & -3\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}, D=0$

[C] $A=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}, D=0$

[D] $A=\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 0 & -3\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix}, D=0$

5. 下列矩阵中，t 为时间变量，则不可能是矩阵指数函数的是（）。

[A] $\begin{bmatrix}1 & \frac{1}{3}(1-e^{-3t})\\ 0 & e^{-3t}\end{bmatrix}$

[B] $\begin{bmatrix}e^{-2t} & 2e^{-t}\\ 1 & -e^{-2t}\end{bmatrix}$

[C] $\begin{bmatrix}e^{-t} & te^{-t} & 0\\ 0 & e^{-t} & 0\\ 0 & 0 & e^{-2t}\end{bmatrix}$

[D] $\begin{bmatrix}e^{-2t}(\sin t+\cos t) & 2e^{-2t}\sin t\\ -e^{-2t}\sin t & -e^{-2t}(\sin t-\cos t)\end{bmatrix}$

三 解答下列各题(共 70 分)

1. [10 分] 已知系统的结构如图 1 所示，求传递函数 C(s)/R(s)。

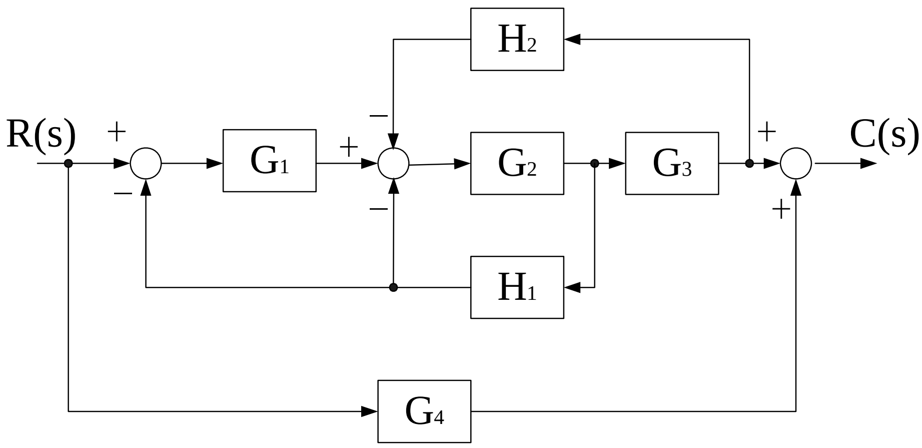


图 1：控制系统结构图

2. [6 分] 求函数 $E(z)=\dfrac{z^2}{(z-0.8)(z-0.1)}$ 的 Z 反变换

3.　[10 分]　考虑如下的采样控制系统，

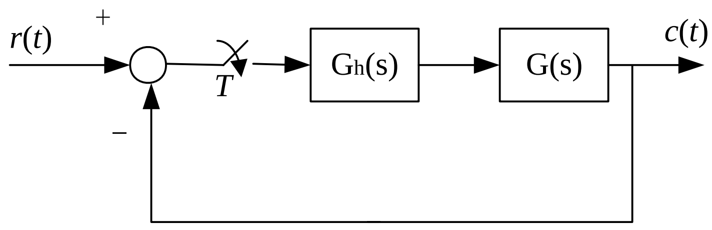


图 2：采样控制系统

其中 $G_h(s)$ 为零阶保持器，采样周期 $T=1\,\mathrm{s}$。连续对象的传递函数为

$$G(s)=\frac{K}{s(0.2s+1)}$$

其中 $K\neq 0$。试确定使闭环系统保持稳定的 K 值的范围。

4. [10 分] 某最小相位系统的对数幅频渐近特性如图 3 所示，试确定对应的传递函数，并求出相应的相位裕度。

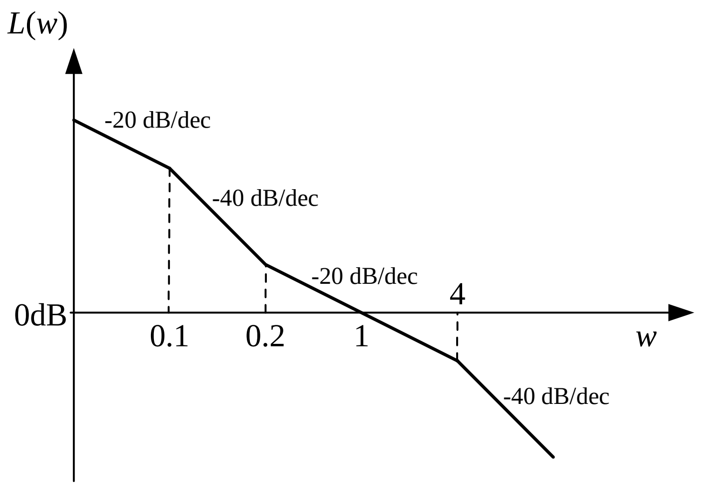


图 3：　Bode 图

5. [10 分] 考虑如下的反馈控制系统，

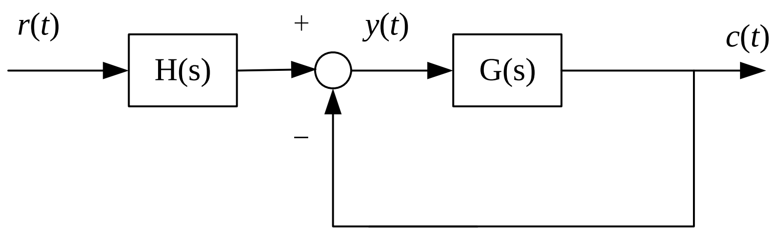


图 4： 反馈控制系统

其中输入信号 $r(t)=1+5t$， $H(s)=1+\tau s$， $G(s)=\dfrac{K}{s(Ts+1)}$。这里 K 和 T 均为已知，且满足 $K>0$，$T>0$。τ 为待定参数。现将误差信号定义为 $e(t)=r(t)-c(t)$。试问：是否存在某个 τ 的值，使得系统误差的稳态值为 0？

6. [12 分] 一单位反馈系统

$$G(s)=\frac{4K}{s(s+2)}$$

要求静态速度误差系数 $K_V=20$ 秒$^{-1}$，$\omega_c=10$ rad/s，$\gamma\geq 50°$，试利用综合法设计串联校正装置。

7. [12 分] 已知系统动态方程为

$$\begin{cases} \dot{x}(t)=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} x(t)+\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t)=\begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} x(t) \end{cases}$$

（1） 判断系统的稳定性；

（2） 该系统能否用状态反馈将其闭环特征值配置到（-3，-3）？如果可以，求出相应的状态反馈矩阵；

（3） 分析该系统的可观测性是否由于引入了上一问中的状态反馈而改变？

答案及评分标准

一、简答题 (按要点给分)

1.答：系统的频带越宽，则能够通过的信号频率成分越多[2 分]，故其时间响应越快[1 分]。

2.答：ITAE 指标的积分区间是从零到无穷大[1 分]。对于 0 型系统，由于阶跃响应的稳态误差非零[1 分]，ITAE 指标函数将趋于无穷大，因此不能用它作为 0 型系统的性能指标[1 分]。

3.答：采用并联校正系统的鲁棒性比较好，是因为采用并联校正时，当满足小闭环的开环频率特性$|Q_0(j\omega)| >> 1$时，其等效传递函数等于并联校正传递函数的倒数[2 分]。因此它可以有效地克服系统固有部分特性参数的不稳定性和非线性所造成的不良影响[1 分]。

4.答：分离性原理是指设计线性系统的控制规律和观测器时，闭环系统的极点恰好就是单独设计控制规律和观测器时的两部分极点组成[2 分]。这样系统观测器和控制器的设计可以分开独立进行[1 分]。

5.答：从频域看，滞后校正主要用在低频段，它将低频段抬高，从而改善了稳态性能[1.5 分]。从时域看，由于在控制律中包含了积分项，只要还有一点误差，它总要越积越大，从而产生较大的控制作用来消除稳态误差[1.5 分]。

二、选择题

C D D D B

三、计算题（按步骤给分）

1. [10 分]解：

（法一）：梅逊公式法：前向通道有：

$$\Delta_1 = G_1G_2G_3 \qquad [2\text{ 分}]$$

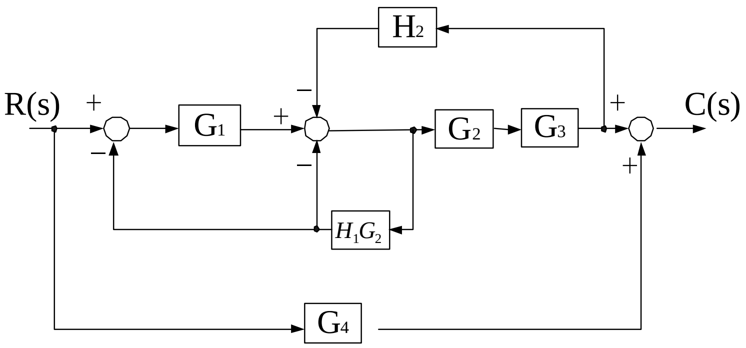
$$\Delta_2 = G_4 \qquad [4\text{ 分}]$$

环路有：$H_1G_2G_3$，G_2H_1，$H_2G_2G_3$ [8 分]

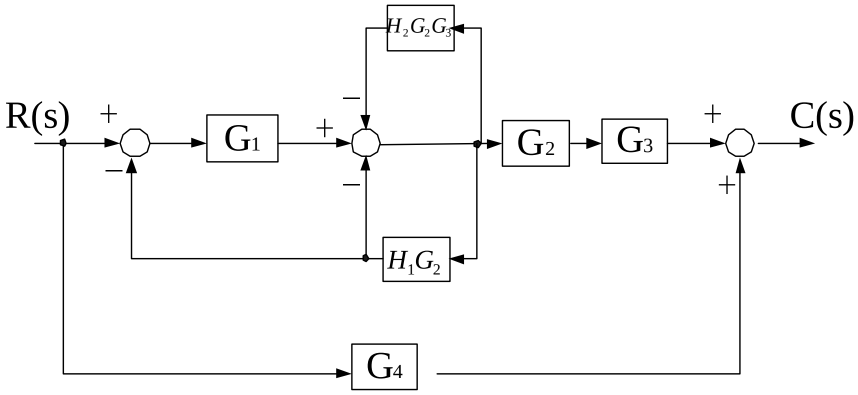
所以有

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1G_2G_3 + G_4 + G_4H_1G_2 + G_4H_2G_2G_3 + G_4H_1G_2G_1}{1 + H_1G_2 + H_2G_2G_3 + H_1G_2G_1} \qquad [10\text{ 分}]$$

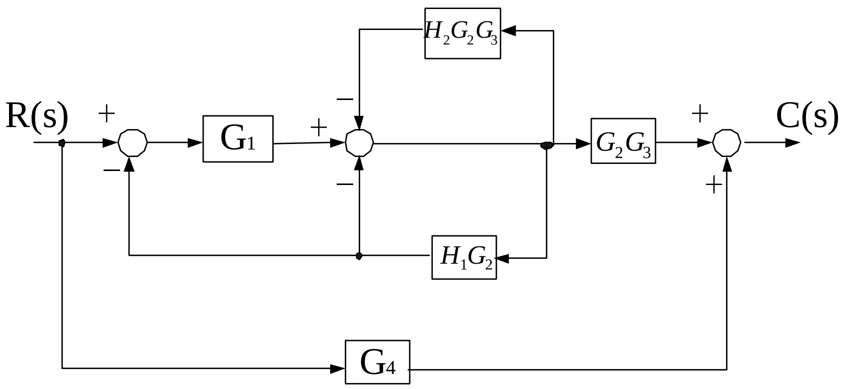
（法二）：结构图简化法：



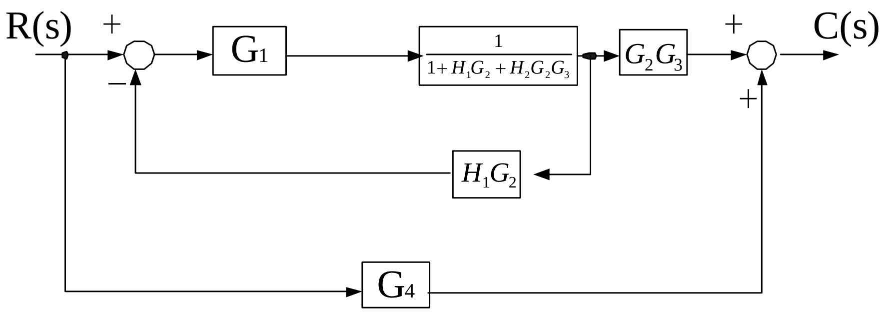
[3 分]



[6 分]



[8 分]



最后可得：

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{G_1G_2G_3+G_4+G_4H_1G_2+G_4H_2G_2G_3+G_4H_1G_2G_1}{1+H_1G_2+H_2G_2G_3+H_1G_2G_1}$$ [10 分]

[备注：本题如果采用其他方法给出正确答案，同样给分。]

2. [6 分]　　求函数 $E(z)=\dfrac{z^2}{(z-0.8)(z-0.1)}$ 的 Z 反变换

解：利用部分分式法：

$$E(z)=\frac{az+b}{z-0.8}+\frac{cz+d}{z-0.1}=\frac{(a+c)z^2+(-0.1a+b-0.8c+d)z+(-0.1b-0.8d)}{(z-0.8)(z-0.1)}$$

则有

$$\begin{cases}a+c=1\\-0.1a+b-0.8c+d=0,\\-0.1b-0.8d=0\end{cases}$$

从而可得：

$$a=\frac{8}{7},b=d=0,c=-\frac{1}{7}$$ [4 分]

故：

$$E(z)=\frac{8}{7}\frac{z}{z-0.8}-\frac{1}{7}\frac{z}{z-0.1}$$ [5 分]

查表可得：

$$e(nT)=\frac{8}{7}(0.8)^n-\frac{1}{7}(0.1)^n,\quad n=0,1,2,\cdots$$ [6 分]

[备注：本题如果最后的解答是以连续时间函数形式给出，扣 2 分。]

3. [10 分] 解：将连续对象离散化得：

$$\begin{aligned}Z[G_h(s)G(s)]&=(1-z^{-1})Z[\frac{K}{s^2(0.2s+1)}]\\&=K\frac{z-1}{z}\left[\frac{z}{(z-1)^2}-\frac{1-e^{-5T}}{5(z-1)(1-e^{-5T})}\right]\\&=K\frac{\frac{4+e^{-5T}}{5}z+\frac{1+e^{-5T}}{5}-e^{-5T}}{(z-1)(z-e^{-5T})}\end{aligned}$$

特征多项式为：

$$Q(z)=(z-1)(z-e^{-5T})+K(\frac{4+e^{-5T}}{5}z+\frac{1+e^{-5T}}{5}-e^{-5T})$$

代入 T=1 得：

$$Q(z)=z^2+(0.80135K-1.006738)z+0.1919K+0.006738$$ [4 分]

令 $z=\frac{w+1}{w-1}$ 得

$$Q(w)=0.9933Kw^2+(1.9865-0.3838K)w+2.0135-0.60945K$$ [6 分]

利用 Routh 判据得

$$0<K<3.304$$ [10 分]

4. [10 分] 解：由 Bode 图可得到

$$G(s)=\frac{K(\frac{1}{0.2}s+1)}{s(\frac{1}{0.1}s+1)(\frac{1}{4}s+1)}$$

由于 $w_c=1$，可得：

$$20\lg K-20\lg\frac{1}{0.1}w_c+20\lg\frac{1}{0.2}w_c=0$$

从而得 $K=2$。传递函数为

$$G(s)=\frac{2(5s+1)}{s(10s+1)(0.25s+1)}$$ [6 分]

相位裕度为：

$$\begin{aligned}\gamma&=180^\circ+\varphi(w_c)=180^\circ-90^\circ-arctg(10w_c)-arctg(0.25w_c)+arctg(5w_c)\\&=90^\circ-84.3^\circ-14^\circ+78.7^\circ=70.4^\circ\end{aligned}$$ [10 分]

5. [10 分] 解：系统闭环传递函数为：

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{K(1+\tau s)}{s(Ts+1)+K}$$ [2 分]

特征方程为 $Ts^2+s+K=0$。由于 $K>0$ 且 $T>0$。故闭环系统稳定。 [3 分]

进一步：$E(s)=R(s)-C(s)=\left[1-\frac{K(1+\tau s)}{s(Ts+1)+K}\right]R(s)=\frac{s(Ts+1-K\tau)}{Ts^2+s+K}R(s)$。 [5 分]

再由 $R(s)=\frac{1}{s}+\frac{5}{s^2}=\frac{s+5}{s^2}$ [7 分]

可得到稳态误差：

$$e_{ss}=\lim_{s\to0}sE(s)=\lim_{s\to0}\frac{(Ts+1-K\tau)(s+5)}{Ts^2+s+K}=\frac{5(1-K\tau)}{K}$$ [9 分]

因此，为使 $e_{ss}=0$，需令 $\tau=\frac{1}{K}$。 [10 分]

[备注：本题如果没有对稳定性做验证，扣 2 分。]

6. [12 分] 解：先求期望的开环传递函数 $Q(s)$，其形式为

$$Q(s)=\frac{K(T_2s+1)}{s(T_1s+1)(T_3s+1)}$$ [1 分]

由 $\omega_c=10$ rad/s 得

$$M_r=\frac{1}{\sin\gamma}=\frac{1}{\sin 50^\circ}\approx1.3054$$ [3 分]

这样求得中频段的宽度为 $h=\frac{M_r+1}{M_r-1}\approx7.55$，取 $h=8$。 [5 分]

由 $\frac{\omega_3}{\omega_c}=\frac{2h}{h+1}$，得到 $\omega_3=\frac{2h}{h+1}\omega_c\approx17.78$ rad/s。 [6 分]

且 $\omega_2=\frac{\omega_3}{h}\approx2.22$ rad/s。 [7 分]

又有 $\omega_1 = \dfrac{\omega_2 \omega_c}{K_v} = 1.11\ \text{rad/s}$。 [8 分]

这样有 $Q(s) = \dfrac{20(0.45s+1)}{s(0.9s+1)(0.056s+1)}$。 [9 分]

验证有 [11 分]

$$\gamma(\omega_c) = 90^0 + \arctan 0.45\times 10 - \arctan 0.9\times 10 - \arctan 0.056\times 10$$

$$= 90^0 + 77.47^0 - 83.66^0 - 29.24^0$$

$$= 54.57^0 > 50^0$$

控制器为： [12 分]

$$D(s) = \frac{Q(s)}{G(s)} = \frac{\dfrac{20(0.45s+1)}{s(0.9s+1)(0.056s+1)}}{\dfrac{4K}{s(s+2)}} = \frac{10(0.45s+1)(0.5s+1)}{K(0.9s+1)(0.056s+1)}$$

[备注：本题如果没有对相角裕度做验证，扣 2 分。]

7.[12 分]

（1）稳定性判断：由题意知：$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$。由于其特征根为（1，-4），故系统不稳定。 [3 分]

（2）可控性矩阵 $\begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$，秩为 2，故系统可控，可以将其极点配置到任意位置。 [5 分]

设反馈增益矩阵为 $K = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}$，则有

$$A - BK = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4-k_1 & -3-k_2 \end{bmatrix}$$

闭环特征多项式为：$s^2 + (3+k_2)s - (4-k_1)$，

期望的特征多项式为：$(s+3)^2 = s^2 + 6s + 9$。

利用待定系数法可得：$K = \begin{bmatrix} 13 & 3 \end{bmatrix}$。 [9 分]

[备注：如果采用的不是待定系数法，只要结果正确，仍然给分。]

（3）引入状态反馈前，可观性矩阵为

$$\begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$$，秩为 1 [10 分]

引入状态反馈后，可观性矩阵为

$$\begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -9 & -7 \end{bmatrix}$$，秩为 2 [11 分]

故引入状态反馈后使得系统由不可观变为了可观。 [12 分]