2007 年《系统分析与控制》试题(A 卷)

答题说明：

a. 所有考题在答题册上回答(请标明题号)。

b. 交卷时请把试题、答题册和演算纸都交上来。

c. 考试时间：120 分钟。

一　简答题 (每小题 3 分，共 15 分)

1. 简要叙述 PID 控制器中 P、I、D 三个参数的物理意义。如果需要减小系统的稳态误差，可以通过调节哪些参数来实现，如何调节？

2. 什么叫非最小相位线性连续系统？

3. 跟踪输入的复合控制结构中，开环控制器和闭环控制器分别起什么作用？

4. ITAE 指标 $J=\int_0^{\infty} t\,|e(t)|\,dt$ 中，时间量 t 主要起什么作用?

5. 简要叙述连续控制系统、采样控制系统、离散控制系统和数字控制系统的区别。

二　单项选择题(每小题 3 分，共 15 分)

1. 已知系统传递函数为 $G(s)=\dfrac{s+a}{s^3+6s^2+11s+6}$，则当参数 a 为下列何值时，系统是可控且可观的？（）

[A] 1；[B] 2；[C] 3；[D] 4

2. 已知系统状态方程为 $\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2 & -3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$，状态初值为 $\begin{bmatrix}x_1(0)\\ x_2(0)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}$，则方程的解为（）

[A] $\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2e^{-t}-e^{-2t}\\ -2e^{-t}+2e^{-2t}\end{bmatrix}$

[B] $\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2e^{-t}+e^{-2t}\\ -2e^{-t}-2e^{-2t}\end{bmatrix}$

[C] $\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2e^{-t}+e^{-2t}\\ -2e^{-t}+2e^{-2t}\end{bmatrix}$

[D] $\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2e^{-t}-e^{-2t}\\ -2e^{-t}-2e^{-2t}\end{bmatrix}$

3. 对于采样控制系统，下列说法正确的是（）

[A]其稳定性与采样频率无关；

[B]其稳态误差与采样频率无关；

[C]其动态性能与采样频率无关；

[D]以上说法都不对

4. 单位负反馈控制系统的开环传递函数为$G(s)=\dfrac{100}{s(s+10)}$，在单位加速度信号作用下，系统的稳态误差为

[A] 0.1；[B] 0.01；[C] 0；[D] ∞

5. 某二阶系统无零点，极点为$-1\pm j\sqrt{3}$，则在单位阶跃信号作用下，系统的超调量为（）

[A]36.7%；[B]17.7%；[C]16.3%；[D] 以上答案都不对。

三 解答下列各题(共 70 分)

1. [10 分] 如图 1 所示，K_1和K_2为待定参数。为使闭环系统的阻尼系数$\zeta=0.7$，并且在输入信号$r(t)=t$的情况在稳态误差为 0.1，试确定K_1和K_2的值。

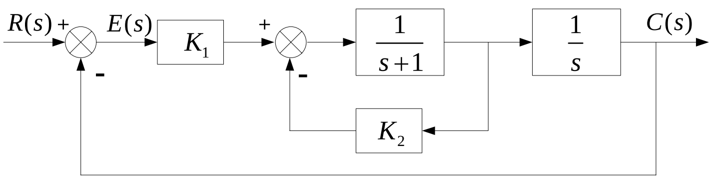


图 1

2. [10 分] 离散控制系统如图 2 所示，试确定使整个闭环系统稳定的k值范围。

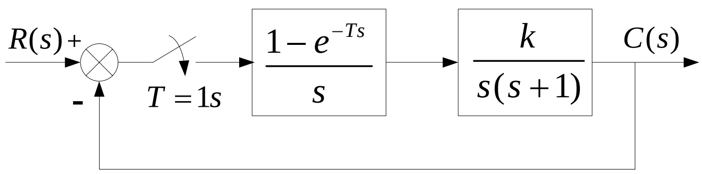


图 2

3. [10 分] 设一最小相位系统传递函数的 Bode 图如图 3 中实线所示。采用串联校正后，系统的开环频率特性如图 3 中虚线所示。试写出串联校正环节的传递函数，并求出校正后的相位裕度。

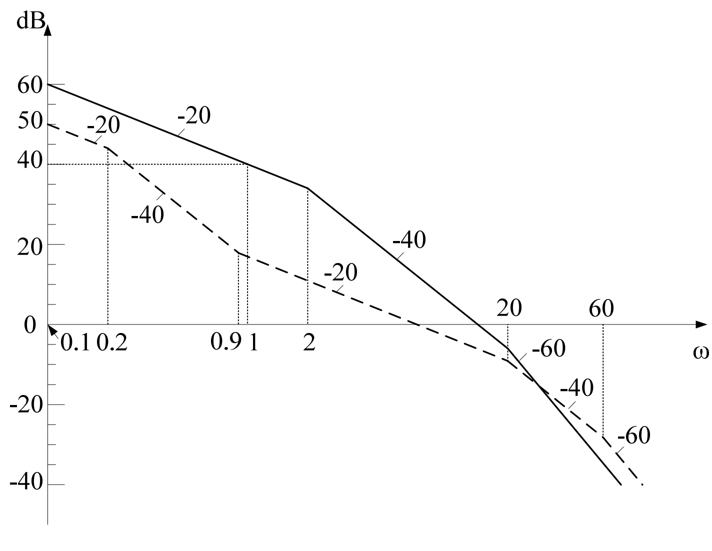


图 3

4. [10 分] 设复合控制系统如图 4 所示。其中$G_c(s)=K_t s$，$G_1(s)=K_1$，$G_2(s)=1/s^2$。

（1）求$\left.\dfrac{C(s)}{N(s)}\right|_{R=0}$，$\left.\dfrac{C(s)}{R(s)}\right|_{N=0}$（用$G_1(s),G_2(s),G_c(s),G_n(s)$表示）

（2）试确定K_1, K_t，使系统输出量完全不受扰动$n(t)$的影响，且单位阶跃响应的超调量$\sigma=25\%$，峰值时间$t_p=2$。

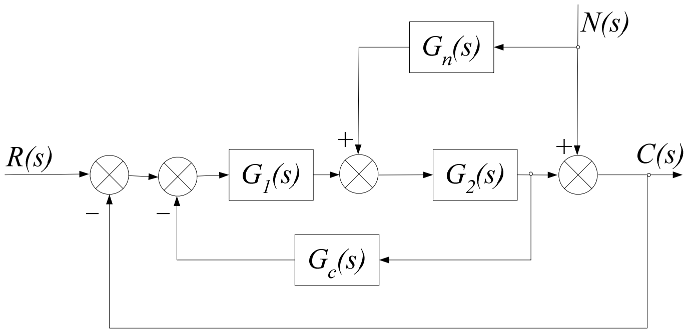


图 4

5. [15 分] 某系统传递函数为$G_0(s)=\dfrac{35}{s(0.18s+1)(0.1s+1)}$，采用串联滞后校正环节$G_c(s)=\dfrac{\alpha Ts+1}{Ts+1}$，（$\alpha<1$）。要求系统具有以下性能指标：

（1） 剪切频率$\omega_c=3\mathrm{s}^{-1}$；

（2） 相位裕度$\gamma\ge 40^\circ$。

试确定T和α的值。

6. [15 分] 线性状态方程中，各系数矩阵为

$$A=\begin{bmatrix}1&2&0\\3&-1&1\\0&2&0\end{bmatrix},B=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix},C=\begin{bmatrix}-1&1&1\end{bmatrix}$$

（1）判断开环系统是否稳定

（2）设计状态反馈控制律，将闭环极点配置到-10 和$-1\pm j\sqrt{3}$；

（3）设计状态观测器，将其极点配置到-4 和$-3\pm j$。

参考答案与评分标准

一　简答题 (每小题 3 分，共 15 分)

1. P，I，D 三个参数分别代表对应的比例环节、积分环节和微分环节的系数；增大参数 P 或 I 均可减小系统的稳态误差。

2. 非最小相位线性连续系统是指传递函数中含有右半平面的零点或极点的系统。（或含有延时环节）

3. 开环控制器主要用于使得输出跟随输入，闭环控制器主要用于对付模型不精确及干扰所引起的误差。

开环控制器的作用是前馈补偿提高系统的控制精度，而闭环控制器的作用是保证输出跟踪输入，同时克服模型不确定和扰动引起的误差。

4. 时间量 t 是加权系数。目的是强调过渡过程后期的误差对指标的影响。

5. 连续控制系统中仅含有连续变量；采样控制系统中同时含有连续和离散变量，离散控制系统中仅含有离散变量，数字控制系统中仅含有离散变量，且考虑了信号的量化效应。

二　单项选择题(每小题 3 分，共 15 分)

[D]
[A]
[D]
[D]
[C]

三　解答下列各题(共 70 分)

1. 解：

内环闭环传递函数为 $\dfrac{1}{s+K_2+1}$，（做到这一步，给 1 分）

外环开环传递为 $G(s)=\dfrac{K_1}{s(s+K_2+1)}$，（做到这一步，给 2 分）

外环闭环传递函数为 $\dfrac{K_1}{s^2+(K_2+1)s+K_1}$，（做到这一步，给 3 分）

由二阶系统的标准形式，可知

$\omega_n^2=K_1$，（做到这一步，给 4 分）

$K_2+1=2\zeta\omega_n$（做到这一步，给 5 分）

由输入信号为 $r(t)=t$ 时稳态误差为 0.1 的前提条件，可得

$K_v=10$，（做到这一步，给 6 分）

又

$$K_v=\lim_{s\to 0} sG(s)=\lim_{s\to 0} s\frac{K_1}{s(s+K_2+1)}=\frac{K_1}{K_2+1}$$ （做到这一步，给 7 分）

整理上面的方程，并代入$\zeta=0.7$得

$$\begin{cases}\omega_n^2=K_1\\ K_2+1=1.4\omega_n\\ K_1/(K_2+1)=10\end{cases}$$ （做到这一步，给 8 分）

解得

$$\omega_n=14$$

$$K_1=196$$ （做到这一步，给 9 分）

$$K_2=18.6$$ （做到这一步，给 10 分）

2．解：

将零阶保持器和连续传递函数一起化为离散传递函数（$T=1\text{s}$）（与零阶保持器一起离散化，给 2 分）

$$G(z)=Z[G_h(s)G(s)]=(1-z^{-1})Z[\frac{G(s)}{s}]=(1-z^{-1})Z[\frac{k}{s^2(s+1)}]$$

$$=(1-z^{-1})Z[-\frac{k}{s}+\frac{k}{s^2}+\frac{k}{s+1}]=(1-z^{-1})\left[-\frac{kz}{z-1}+\frac{kz}{(z-1)^2}+\frac{kz}{z-e^{-1}}\right]$$

$$=-k+\frac{k}{z-1}+\frac{k(z-1)}{z-e^{-1}}$$

$$=\frac{ke^{-1}z-2ke^{-1}+k}{z^2-(1+e^{-1})z+e^{-1}}$$

（做到这一步，给 4 分）

闭环传递函数为$M(z)=\dfrac{G(z)}{1+G(z)}$，系统的特征方程为

$$z^2-(1+e^{-1})z+e^{-1}+ke^{-1}z-2ke^{-1}+k=0$$

化简为

$$z^2+(ke^{-1}-1-e^{-1})z+e^{-1}-2ke^{-1}+k=0$$ （做到这一步，给 6 分）

做双线性变换$z=\dfrac{w+1}{w-1}$，整理得

$$(k-ke^{-1})\omega^2+(2-2e^{-1}+4ke^{-1}-2k)\omega+(2+k+2e^{-1}-3ke^{-1})=0$$ （做到这一步，给 8 分）

列劳斯表

$$\begin{array}{ll} k-ke^{-1} & 2+k+2e^{-1}-3ke^{-1}\\ 2-2e^{-1}+4ke^{-1}-2k & \\ 2+k+2e^{-1}-3ke^{-1} & \end{array}$$ （做到这一步，给 9 分）

解得

$$\begin{cases}k-ke^{-1}>0\\ 2-2e^{-1}+4ke^{-1}-2k>0\\ 2+k+2e^{-1}-3ke^{-1}>0\end{cases}\Rightarrow\quad 0<k<2.3922$$ （做到这一步，给 10 分）

3. 解：

（1）求未校正时系统的传递函数 $Q(s)$

由图可知，未校正时系统含有一个积分环节，为一型系统。$\omega_1 = 2$，$\omega_2 = 20$，且当 $\omega = 0.1$ 时，对数幅频为 60 故有：

$$\frac{60}{\lg 0.1 - \lg K} = -20$$

解得：$K = 100$

（实际上可以用 $20\lg^{K} = 40$，得到 $K = 100$）

所以

$$Q(s) = \frac{100}{s(0.5s+1)(0.05s+1)} \qquad (2\text{ 分})$$

（2）求校正后系统的传递函数 $Q_1(s)$ 及串联校正环节传递函数 $D(s)$

由图可知，校正后系统含有一个积分环节，为一型系统。$\omega_1 = 0.2$，$\omega_2 = 0.9$，$\omega_3 = 20$，$\omega_4 = 60$，故有：

$$\frac{50}{\lg 0.1 - \lg K^{*}} = -20$$

解得：$K^{*} = 10\sqrt{10}$

所以

$$Q_1(s) = \frac{10\sqrt{10}(\frac{10}{9}s+1)}{s(5s+1)(\frac{1}{20}s+1)(\frac{1}{60}s+1)} \qquad (2\text{ 分})$$

故串联校正环节传递函数为

$$D(s) = \frac{\sqrt{10}}{10}\frac{(\frac{10}{9}s+1)(\frac{1}{2}s+1)}{(5s+1)(\frac{1}{60}s+1)} = \frac{0.316(1.11s+1)(0.5s+1)}{(5s+1)(0.0167s+1)} \qquad (2\text{ 分})$$

（3） 由前面讨论可知，系统共有 4 个时间常数，从大到小分别为：$T_1 = 5$，$T_2 = 10/9$，$T_3 = 1/20$，$T_4 = 1/60$。又由 $|Q_1(j\omega_c)| = 1$ 可得

$\omega_c \approx 7$（或者 6.623）

(可以列一个式子计算

$$20(\lg^{0.2} - \lg^{0.1}) + 40(\lg^{0.9} - \lg^{0.2}) + 20(\lg^{\omega_c} - \lg^{0.9}) = 50$$

解出：$\omega_c = \frac{20}{9}\sqrt{10}$）

则有：

$$\varphi(\omega_c) = -90^{\circ} - arctg(T_1\omega_c) + arctg(T_2\omega_c) - arctg(T_3\omega_c) - arctg(T_4\omega_c)$$

$$= -90^{\circ} - arctg(7*5) + arctg(7*10/9) - arctg(7/20) - arctg(7/60)$$

$=-121.6^\circ$ （或者 -120.6°）

故校正后的相位裕度为：

$$\gamma=180^\circ+\varphi(\omega_c)=180^\circ-121.6^\circ=58.4^\circ$$ （或者 59.4°） (4 分)

4. 解

（1）由系统结构图有：

$$\{[R(s)-C(s)-(C(s)-N(s))G_c(s)]G_1(s)+G_n(s)N(s)\}G_2(s)+N(s)=C(s)$$

则有：

$$(1+G_1(s)G_2(s)+G_1(s)G_2(s)G_c(s))C(s)$$
$$=G_1(s)G_2(s)R(s)+(1+G_2(s)G_n(s)+G_1(s)G_2(s)G_c(s))N(s)$$

即 $C(s)=\dfrac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)+G_1(s)G_2(s)G_c(s)}R(s)+\dfrac{1+G_2(s)G_n(s)+G_1(s)G_2(s)G_c(s)}{1+G_1(s)G_2(s)+G_1(s)G_2(s)G_c(s)}N(s)$ 则可得

$$\left.\frac{C(s)}{N(s)}\right|_{R=0}=\frac{1+G_2(s)G_n(s)+G_1(s)G_2(s)G_c(s)}{1+G_1(s)G_2(s)+G_1(s)G_2(s)G_c(s)}$$ （3 分）

$$\left.\frac{C(s)}{R(s)}\right|_{N=0}=\frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)+G_1(s)G_2(s)G_c(s)}$$ （3 分）

（以可以用梅荪公式直接得到，而且比较简单）

（2）要使系统完全不受扰动 $n(t)$ 的影响，则有

$$\left.\frac{C(s)}{N(s)}\right|_{R=0}=\frac{1+G_2(s)G_n(s)+G_1(s)G_2(s)G_c(s)}{1+G_1(s)G_2(s)+G_1(s)G_2(s)G_c(s)}=0$$

于是得

$$G_n(s)=-\frac{1+G_1(s)G_2(s)G_c(s)}{G_2(s)}=-s(s+K_1K_t)$$

又

$$\left.\frac{C(s)}{R(s)}\right|_{N=0}=\frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)+G_1(s)G_2(s)G_c(s)}=\frac{K_1}{s^2+K_1K_ts+K_1}$$

按题意要求

$$\sigma=e^{-\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}}=0.25$$

$$t_p=\frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}=2$$

从而解得

$$\xi=\frac{\ln 4}{\sqrt{\pi^2+(\ln 4)^2}}=0.404$$

$$\omega_n = \frac{\pi}{2\sqrt{1-\xi^2}} = 1.717$$

因此

$$K_1 = \omega_n^2 = 2.948 \quad （2 分）$$

$$K_t = \frac{2\xi\omega_n}{K_1} = 0.471 \quad （2 分）$$

5. 解：

（1）根据开环放大倍数 $k=35$，绘制未校正系统的对数幅频特性。（3 分）

（2）当 $\omega=\omega_c=3$ 时，未校正系统的相角为

$$\angle G_0(j\omega) = -90^o - \arctan 0.54 - \arctan 0.3$$
$$= -90^o - 28^o - 16.7^o = -134.7^o$$

相角裕度 45.3^o

若要求校正后相角裕度为 40^o，则校正环节在 $\omega=3$ 处的相位移不超过 -5.3^o。（6 分）

（3）求 $\omega=3$ 时，$G_0(j\omega)$ 的值

方法 1：由图的几何关系可得

$$20\lg 35 - 20\lg 3 = 21db$$

方法 2：按照下式计算

$$20\lg 35 - 20\lg 3 - 20\lg\sqrt{0.54^2+1} - 20\lg\sqrt{0.3^2+1} = 20db \quad （9 分）$$

（4）用滞后校正，校正环节造成的幅值下降 $20\lg\alpha$，为使校正后 $\omega_c=3$ 时幅值为 0，则

$20\lg\alpha$ =-20；则 α =0.1（或 0.09）（12 分）

（5）为使校正环节在 $\omega_c=3$ 的相位移不超过 -5.3^o，则

$$\arctan\alpha T\omega_c - \arctan T\omega_c = -5.3^o$$

由校正环节的性质知,当 $\alpha=0.1$ 时，在 $\omega=\dfrac{10}{\alpha T}$ 处的相移为 -5^o，可以满足要求，

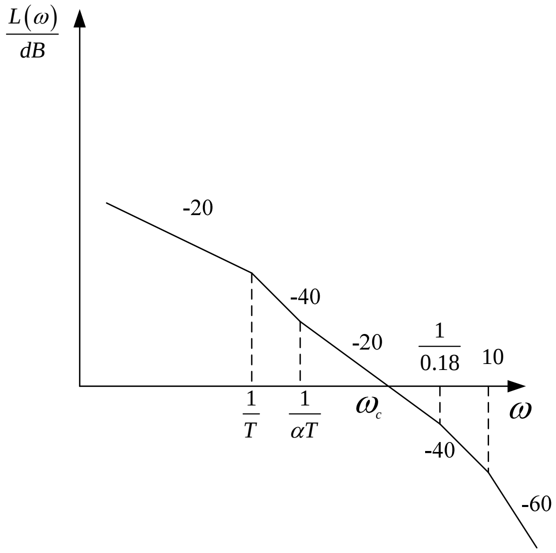
所以可取

$$\frac{10}{\alpha T}=3，\ T=33.3$$

注：当 $\alpha=0.09$，$T=37$ 两个结果都满足要求。（15 分）

本题也可以采用其他的方法进行计算。例如如下方法：

解：根据题意画出 bode 图如下：



$$20\lg K = 20\lg \omega_1 + 40\lg\frac{\omega_2}{\omega_1} + 20\lg\frac{\omega_c}{\omega_2}$$ （5 分）

$$\omega_C = \frac{\omega_2}{\omega_1}K \Rightarrow \alpha = \frac{3}{35}$$ （8 分）

$$\gamma = arctg(\frac{9}{35}T) - 90^0 - arctg(3T) - arctg(3\times 0.18) - arctg(3\times 0.1) + 180^o$$ （12 分）

$$\gamma \geq 40^\circ \Rightarrow T \geq 41.1685$$ （15 分）

6. 解：

(1) $$|SI - A| = \left|\begin{bmatrix} s-1 & -2 & 0 \\ -3 & s+1 & -1 \\ 0 & -2 & s \end{bmatrix}\right| = s^3 - 9s + 2$$ （3 分）

利用劳斯判据进行判定：

s^3	1	-9
s^2	$0/\varepsilon$	2
s	$\frac{-9\varepsilon-2}{\varepsilon}$ <0	0
s^0	2	

显然系统是不稳定的。（5 分）

(2) 设定控制律是线性状态反馈，即 $\mu = -LX$

$$a_c(s) = |SI - (A - BL)|$$ （7 分）

$$a_c(s) = (s+10)(s+1-j\sqrt{3})(s+1+j\sqrt{3}) = s^3 + 12s^2 + 24s + 40$$ （9 分）

L=$\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}B & AB & A^2B\end{bmatrix}^{-1}$ $a_c(A)$ =[77.5 53 32] （10 分）

(3) $a_e(s)=\left|SI-(A-KC)\right|$ （12 分）

$$a_e(s)=(s+4)(s+3-j)(s+3+j)$$
$$=s^3+10s^2+34s+40$$ （14 分）

L= $a_e(A)\begin{bmatrix} \mathrm{C} \\ \mathrm{CA} \\ C\mathrm{A}^2 \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$=[31 26 23] （15 分）