

概率论与数理统计

WXF(A 卷) 2016.6.15

- (15 分)在商店中茶杯以三个为一套，一套茶杯无次品和只有一个次品的概率分别为 $4/5$ 和 $1/5$ ，客人来商店买一套茶杯，随机挑其中的一个，如果不是次品则会购买，试问：
 - 客人购买这套茶杯的概率
 - 客人购买的这套茶杯确实是无次品的概率
- (15 分)排球比赛中，采取五局三胜制度（即 $3:0, 3:1$ 都会直接结束比赛）。积分规则为：如果胜者以 $3:0, 3:1$ 获胜，胜者积 3 分，负者积 0 分；如果胜者 $3:2$ 胜，胜者积 2 分，负者积 1 分。以下假设每局双方均是势均力敌。
 - 设比赛局数为 X ，求 X 的分布列
 - 求胜者获得的积分 Y 的期望
- (20 分)随机向量 (X,Y) 在 $D_{\{0 < y < x < 1\}}$ 上为均匀分布
 - 求 X,Y 的联合概率密度函数 $p(x,y)$
 - 求 X,Y 的边际密度函数
 - 求 $\text{Cov}(X,Y)$
 - $0 < x < 1$ 时求 $E(Y|X)$
- (15 分)经过保险公司的统计分析，索求赔偿的用户有 20%是遭受了偷盗的灾害。保险公司搜集了 100 份用户索赔资料，其中 X 份是偷盗损失。
 - 试求 X 的概率分布
 - 近似估计被偷盗的用户不大于 30 户且不小于 14 户的概率（可用标准正态函数 $\Phi(\cdot)$ 表示）
- (15 分)先有一元、五角、一角三枚硬币，尝试用三次独立的天平称重来估算三枚硬币的重量，每次称重误差符合 $U(-0.05,0.05)$

	天平左侧	天平右侧	砝码和游码重
第一次	一元、五角、一角	砝码	W_1
第二次	一元	五角、一角、砝码	W_2
第三次	五角	一角、砝码	W_3

用 W_1, W_2, W_3 表示三枚硬币重量的无偏估计，并计算其方差

- (20 分)总体符合 $N(\mu, \sigma^2)$ ，独立同分布地取样 x_1, \dots, x_{10} ，
现已知 $x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = 10$ ， $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2 = 19$
 - 求 μ, σ^2 的极大似然估计
 - 找出最短的区间 $I=(a,b)$ ，使得区间包含的概率不小于 95%