《系统分析与控制》课堂练习

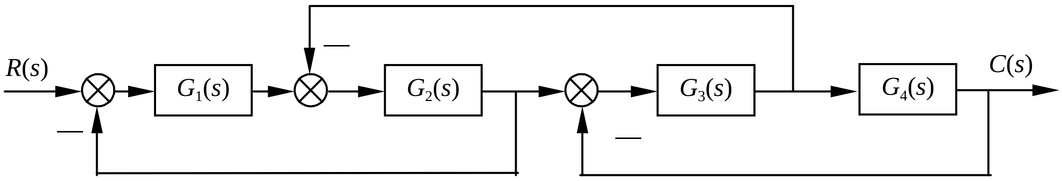
一、问答题与名词解释（15 分）

（1）何谓反馈，负反馈？　　　　　(2) 对控制系统的基本要求是什么？

(3)　相角裕度、幅值裕度及其物理含义？　　（4）何谓校正？反馈校正的特点是什么？

（5）　为什么对数频率特性曲线的横坐标对 lg ω 来说是均匀的？

二、（12 分）试简化下面的系统方块图，并求传递函数 $C(s)/R(s)$。



第二题图

三、（16 分）系统的微分方程如下

$$x_1(t) = r(t) - y(t) + K_n n(t)$$

$$x_2(t) = K_1 x_1(t)$$

$$x_3(t) = x_2(t) - n(t) - \tau \frac{dy(t)}{dt}$$

$$T\frac{dx_4(t)}{dt} = x_3(t);$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = x_4(t) - y(t)$$

其中 $r(t)$ 为给定输入信号，$n(t)$ 为扰动量，$y(t)$ 为输出量，K_1，K_n，T，τ 均为常数。

（1）　画出系统的动态结构图；

（2）　求系统的传递函数 $Y(s)/R(s)$ 以及 $Y(s)/N(s)$；

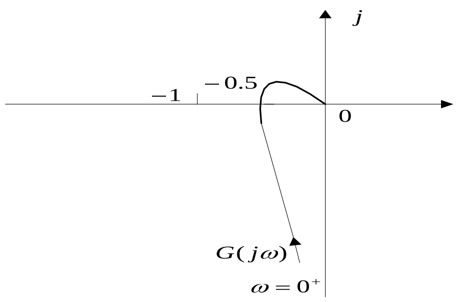
（3）　试确定使系统输出量不受扰动影响时的 K_n 值。

四、（18 分）已知某单位反馈最小相位系统，有开环极点 -40 和 -10，其系统开环幅相频率特性 $G(j\omega)$ 曲线如图所示，　幅相特性曲线与负实轴的交点为 $(-0.5,0)$。

（1）　试写出开环传递函数 $G(s)$；

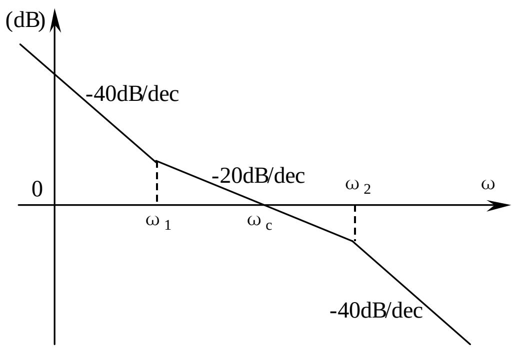
（2）　作出其对数幅频特性渐近线 $L(\omega)$，求系统开环截止角频率 $\omega_c = ?$；

（3）　能否调整开环增益 K 值使系统在给定输入信号 $r(t) = 1 + t$ 作用下稳态误差 $e_s \le 0.01$?；



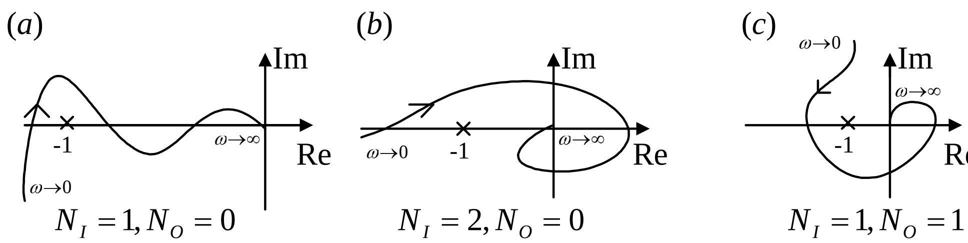
第四题图

五、(12 分) 最小相位系统的对数幅频渐近特性如图所示，图中 $\omega_1,\omega_2,\omega_c$ 为已知量，试确定其传递函数，并说明已知量满足什么关系时，开环系统的相频特性距离 -180^0 的最大偏离为 45^0。



第五题图

六、（9分） 已知系统结构如第六题图所示，下图所示为$Q(s)$的频率特性极坐标图，要求判断闭环系统的稳定性。其中 N_I 表示开环系统包含的积分个数，N_o 表示开环系统右半平面的极点数。



第六题图

七、（18 分）系统开环传递函数为

$$G(s)=\frac{K}{s(0.1s+1)(0.05s+1)}$$

要求 K_v ≥50 秒$^{-1}$，γ ≥40°，且ω_c在 10rad/s附近，

试进行分析，确定校正方案，并采用综合法设计校正装置。

《系统分析与控制》练习题一参考答案

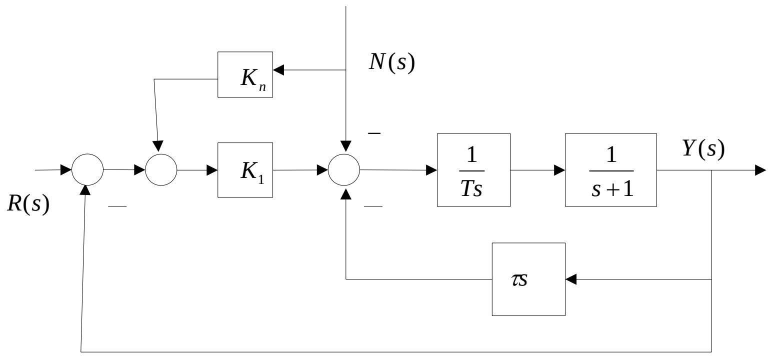
一、略

二、$\dfrac{C(S)}{R(S)}=\dfrac{G_1G_2G_3G_4}{1+G_1G_2+G_3G_4+G_2G_3+G_1G_2G_3G_4}$

$$P_1=G_1G_2G_3G_4, L_1=G_1G_2, L_2=G_3G_4, L_3=G_2G_3$$

$$\Delta=1+G_1G_2+G_3G_4+G_2G_3+G_1G_2\cdot G_3G_4$$

三、 (1)



(2) 采用梅逊公式

$$Y(s)=\frac{K_1\dfrac{1}{Ts(s+1)}R(s)+(K_nK_1-1)\dfrac{1}{Ts(s+1)}N(s)}{1+K_1\dfrac{1}{Ts(s+1)}+\dfrac{\tau}{T}\dfrac{1}{s+1}}$$
$$=\frac{K_1R(s)+(K_nK_1-1)N(s)}{Ts(s+1)+K_1+\tau s}$$

所以： $\dfrac{Y(s)}{R(s)}=\dfrac{K_1}{Ts^2+(T+\tau)s+K_1}$； $\dfrac{Y(s)}{N(s)}=\dfrac{K_nK_1-1}{Ts^2+(T+\tau)s+K_1}$

（3）$K_n=\dfrac{1}{K_1}$

四、（1）从系统开环幅相频率特性$G(j\omega)$曲线可以看出，

当$\omega\to 0+$时， $\angle G(j\omega)\to -90^0$

说明系统一定含有一积分环节。

而当$\omega\to\infty$时， $\angle G(j\omega)\to -270^0$

说明系统不含零点。这样系统的开环传递函数为

$$G(s)=\frac{K}{s(\frac{1}{40}s+1)(\frac{1}{10}s+1)}$$

并且

$$G(j\omega)=\frac{K}{j\omega(\frac{1}{40}j\omega+1)(\frac{1}{10}j\omega+1)}$$

$$=-\frac{400K(40-j\omega)(10-j\omega)j}{\omega(1600+\omega^2)(100+\omega^2)}$$

$$=\frac{400K(\omega^2-400)}{\omega(1600+\omega^2)(100+\omega^2)}j-\frac{400K\times 50}{\omega(1600+\omega^2)(100+\omega^2)}$$

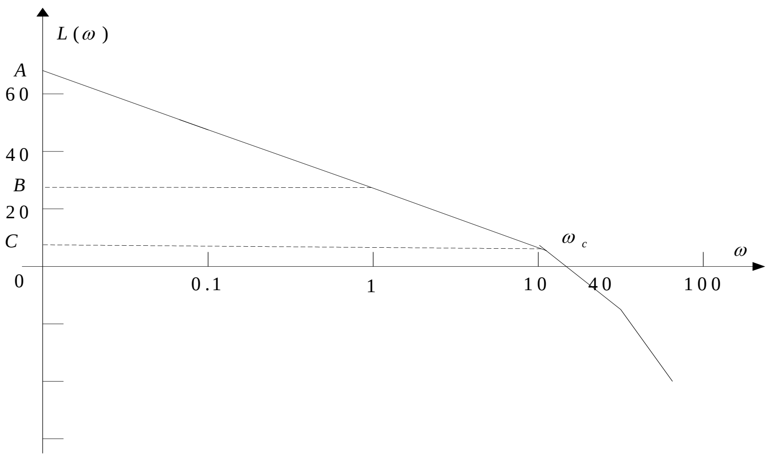
如此在与虚轴的交点处 $\omega^2=400$，这样得到 $\omega=20$

这样 $-\dfrac{400K\times 50}{2000\times 500}=-\frac{1}{2}$， $K=25$

系统的传递函数为

$$G(s)=\frac{25}{s(\frac{1}{40}s+1)(\frac{1}{10}s+1)}$$

（2）画出近似的幅频特性曲线如下：



所以有： $B0=BC+C0$， 即

$$20\lg^{25}=20\lg^{10}+40\lg^{\frac{\omega_c}{10}}$$

由此得到 $\omega_c=15.8$

（4）由于系统时 I 型，所以单位阶跃信号作用下的稳态误差为零

而在单位斜坡信号作用下的稳态误差为

$$K_p = \lim_{s\to 0} sG(s)H(s) = K$$

所以

$$e_s = \frac{1}{K} \le 0.01，得到\ \ K \ge 100$$

但从稳定性的角度考虑

系统的特征方程为 $s^3 + 50s^2 + 400s + 400K = 0$

由劳斯判据

s^3	1	400
s^2	50	$400K$
s	$\dfrac{20000-400K}{50}$	$400K$
s^0	$400K$	

如系统稳定，必须满足$0 < K < 50$

综合以上，该系统不能通过调整开环增益达到稳态误差$e_s \le 0.01$

五、由最左端直线的斜率可知系统传函包括两个积分环节，又根据折线的两处斜率变化知传函包括一个一阶微分环节和一个惯性环节，且转折频率分别为ω_1和ω_2。所以传递函数为

$$G(s) = \frac{K\left(\dfrac{s}{\omega_1}+1\right)}{s^2\left(\dfrac{s}{\omega_2}+1\right)}$$

又根据对数幅频渐近线与零分贝线的交点处频率ω_c可知

$$20\lg^K = 40\lg^{\omega_1} + 20\lg^{\omega_c/\omega_1}$$

所以 $K = \omega_1\omega_c$

相应的传函表达式为 $G(s) = \dfrac{\omega_1\omega_c\left(\dfrac{s}{\omega_1}+1\right)}{s^2\left(\dfrac{s}{\omega_2}+1\right)}$

由书 p.174 页分析，如令 $h=\frac{\omega_2}{\omega_1}$，则开环系统的相频特性距离 -180^0 的最大偏离发生在

$\omega_m=\frac{\omega_2}{\sqrt{h}}$， 且最大偏离为

$$\gamma_m=\gamma(\omega_m)=\mathrm{arctg}\frac{h-1}{2\sqrt{h}}=45^0 \quad （相角裕度为 -135^0）$$

即 $\frac{h-1}{2\sqrt{h}}=1$，由此得到 $\quad h-2\sqrt{h}-1=0$

$$\sqrt{h}=1\pm\sqrt{2}，舍去负值，得到 \quad \sqrt{h}=1+\sqrt{2}$$

这样 $\omega_2=\left(3+2\sqrt{2}\right)\omega_1$， $\omega_c=\left(2+\sqrt{2}\right)\omega_1$

六、 (a) $N_c=N+N_0=2$， 闭环系统在右半平面有两个根，系统不稳定；

(b) $N_c=N+N_0=2$， 闭环系统在右半平面有两个根，系统不稳定；

(c) $N_c=N+N_0=0$， 闭环系统在右半平面有两个根，系统稳定。

七、1）首先计算速度品质系数为

$$K_V=\lim_{S\to 0}sG(s)=K=50$$

2）绘制 $\quad G(s)=\frac{50}{s(0.1s+1)(0.05s+1)}$ 的伯德图如右

由于频率 20 的转接点在零分贝线附近，应用
折线法计算误差很大，可以在频率 20 附近采用
试探法，容易计算频率为 20 时

$$|G(j20)|=\frac{50}{20\sqrt{5}\sqrt{2}}<1$$

由此可见剪切频率小于 20，经试探 $\omega_c\approx 18$。由此计算相角裕度为

$$\gamma=\varphi(\omega_c)=180^0-90^0-\mathrm{arctg}^{0.1\times 18}-\mathrm{arctg}^{0.05\times 18}$$

$$=90^0-60.9454^0-41.9872^0=-12.9326^0$$

3) 由于要求 ω_c 在 10rad/s 附近，所以不能采用超前校正，也不能采用滞后校正，而必须采用超前滞后校正。

由 $M_r=\dfrac{1}{\sin\gamma}\approx 1.6$，这样 $h=\dfrac{M_r+1}{M_r-1}=4.33$

可选取 $h=4.5$

$$\frac{\omega_3}{\omega_c}=\frac{2h}{h+1}=1.636\text{，}\quad \omega_3=1.636\omega_c=16.36\text{rad/s}\text{，}\quad T_3=\frac{1}{\omega_3}=0.0611s$$

$$\omega_2=\frac{\omega_3}{h}=3.636\text{rad/s}\text{，}\quad T_2=\frac{1}{\omega_2}=0.275s$$

此外 $\omega_1=\dfrac{\omega_2\omega_c}{K_v}=\dfrac{3.636\times 10}{50}=0.7272\text{rad/s}$，$T_1=\dfrac{1}{\omega_1}=1.375s$

这样系统期望的开环传递函数为

$$Q(s)=\frac{K_v(T_2s+1)}{s(T_1s+1)(T_3s+1)}=\frac{50(0.275s+1)}{s(1.375s+1)(0.0611s+1)}$$

这样

$$D(s)=\frac{Q(s)}{G(s)}=\frac{(0.275s+1)(0.1s+1)(0.05s+1)}{(1.375s+1)(0.0611s+1)}$$

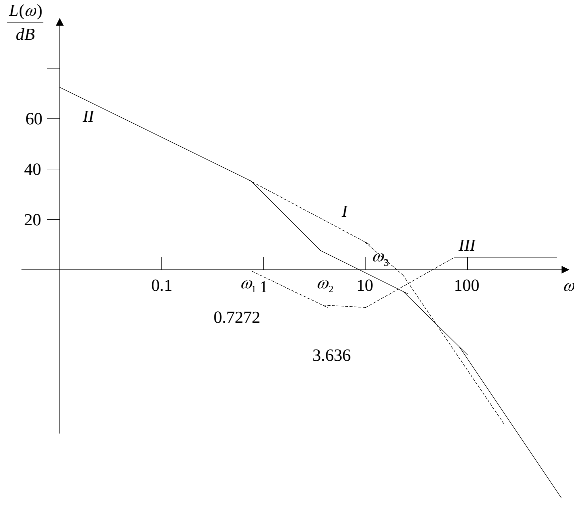
由于 $(0.0611s+1)\approx(0.05s+1)(0.011s+1)$（假设小时间常数），这样期望的开环传递函数可表示为

$$Q(s)=\frac{50(0.275s+1)}{s(1.375s+1)(0.05s+1)(0.0111s+1)}$$

求得校正装置为

$$D(s)=\frac{(0.275s+1)(0.1s+1)}{(1.375s+1)(0.0111s+1)}$$

具体的频率特性图如下：



图中 I 代表系统固有的频率特性，II 代表期望的开环频率特性，III 代表校正装置的幅频特性。

注：本题综合法校正部分答案可能非唯一，但应相差不大。