复变函数引论 杨晓京 2011.6 A 卷（题目顺序可能不太对）
共 10 题 每题 10 分

(1)不记得了，新题

(2)(a)求 cos(3x+i2y)的实、虚部 (b)求(3)^i 的一般解

(3)(a)求 $\mathrm{In}=\oint_{|z|=4}\frac{z^{2n}dz}{1+z^n}$，n 为正整数, (b) $\mathrm{Jm}=\oint_{|z|=1}\frac{(\cos 3z-1)\,dz}{z^m}$，m 为整数

(4)(a)求 $\mathrm{lp}=\int_0^{2\pi}\frac{d\theta}{1-2p\cos\theta+p^2}\ (-1<p<1)$

(b) $\mathrm{Ja}=\int_0^{+\infty}\frac{x\,dx}{x^2+a^2}$

(5)用幂级数的 Abel 定理，证明：
若 $\sum a_n r^n$ 收敛，而 $\sum |a_n| r^n$ 发散，证明 $\sum a_n r^n$ 的收敛半径为 r
举例并说明（1）幂级数在收敛半径任意点均收敛（2）幂级数在收敛半径上任意点均发散（3）幂级数在收敛半径上有些点收敛，有些点发散

(6)a,b,c,d 均为实数，且 ad-bc<0，证明 $w=\frac{az+b}{cz+d}$ 是将上半复平面映到下半复平面。

(7)Cauchy-Riemann 公式的题目，一道新题，让求 $f^{(n)}(z)$，用另外一种形式表示的。第二问是证明一个方程，也与过去不一样。

(8)求映射：$|z-z_1|<r$ 映到 |w-i|<R，并且 $w(z_0)=0$。

(9)求把 1, i, -1 映到 1, 0, -1 的映射 $w=\frac{az+b}{z+d}$ 前面的数不是很确定，换了几个数）。

(10)求三个式子的 laurent 展开式。

完全一样的只有 3 道题目，另外有 4 道改了改数，或者多加了一些问题，有 3 道新题。