2010-2011学年秋季学期概率论与数理统计课程考试要求

2010年12月16日

**概率论部分**

1. **随机现象的数学描述和概率论的基本思想**
   1. 理解描述随机现象的各种概念（随机试验、样本、样本空间、事件及随机变量）以及这些概念之间的相互关系
   2. 掌握事件关系和事件的基本运算，了解单调事件列的极限事件。【一般事件列的上下极限不作为考试要求。事件域（或σ-代数）不作为考试要求。】
   3. 掌握概率的基本性质，了解概率的连续性。
   4. 理解条件概率的直观含义和数学定义，掌握条件概率在概率计算中的应用（乘法公式、全概率公式、Bayes公式）。
   5. 理解事件的独立性的定义和有关性质。
   6. 理解古典概型、几何概型的基本原理。【复杂的排列组合技巧不做要求】
2. **随机变量的概率分布**
   1. 理解随机变量及其概率分布函数的定义，理解随机变量概率分布函数的性质【证明不作为考试要求】，掌握概率分布函数的计算。
   2. 理解离散型随机变量、连续型随机变量的定义，掌握概率分布列、概率密度函数及概率分布函数的关系，掌握有关的计算。
   3. 理解多维随机变量的定义，理解联合概率分布（分布函数、分布列、概率密度）与边缘分布（分布函数、分布列、概率密度），掌握有关计算。
   4. 理解随机变量的独立性的定义和性质，知道判断独立和不独立的方法。
   5. 掌握计算随机变量的函数的概率分布的方法：
      1. 利用概率分布函数；
      2. 利用函数关系，直接计算概率密度的方法（Jacobi）：一对一（可逆变换）情形；多对一（分段可逆变换）情形。
      3. 独立和的概率分布。
      4. 最大值与最小值的概率分布。【其他次序统计量的概率分布不作为考试要求】。
   6. 理解条件概率分布（分布函数、分布列、概率密度）的定义和相关计算。【随机和不作为考试要求】
3. **随机变量的数字特征**
   1. 单个随机变量的数字特征
      1. 数学期望和方差：
         1. 理解数学期望的定义，理解数学期望的存在性，掌握数学期望的性质和计算。
         2. 理解方差的定义和直观含义，掌握方差的性质和计算。
         3. 理解如何把随机变量进行标准化改造（期望=0，方差=1）。
         4. 理解期望、方差的下述性质：



* + 1. 原点矩和中心矩。
    2. 分位数和中位数：理解分布的（下侧）分位数的定义，以及它们在概率分布函数和概率密度函数图像上的直观含义。
  1. 涉及多个随机变量的数字特征
     1. 协方差：理解协方差的定义和性质（对称、双线性、与独立性的关系），掌握协方差的计算
     2. 相关系数：理解相关系数的定义和性质，掌握有关计算。正确理解不相关和独立的联系与区别。知道线性相关系数为1或-1时的含义。
     3. 条件数学期望：理解定义和有关计算，掌握全（重）期望公式
     4. 【最小二乘法和最佳预测不作为考试要求】

1. **常见的概率分布**
   1. 离散型分布
      1. Bernoulli分布、二项分布：分布列，两个分布之间的关系，期望、方差。
      2. 几何分布：分布列，期望、方差，无记忆性。
      3. Poisson分布【Poisson过程（又称Poisson流）不作为考试要求】：分布列，期望、方差，Poisson定理（特殊二项分布的Poisson近似）
      4. 了解负二项分布：结合Bernoulli试验理解它和几何分布之间的关系，并利用这个关系计算期望和方差。
      5. 了解超几何分布的背景，了解放回抽样和不放回抽样的关系。
   2. 连续型分布
      1. 均匀分布：一维均匀分布的分布函数、概率密度、期望和方差；多维均匀分布与几何概型的关系。
      2. 指数分布：分布函数、概率密度、期望、方差，无记忆性。
      3. 正态分布：一维正态分布的概率密度、期望、方差、标准化；二维正态分布的概率密度及参数的统计含义。掌握可逆仿射变换下正态性的不变性，正态分布的独立可加性，正态分布随机变量独立性判断等有关结论。
      4. 分布、t分布、F分布：模式化定义（例如，n个独立的一维标准正态随机变量的平方和服从自由度为n的分布）【概率密度不作为考试要求】
2. **极限定理**
   1. （Bernoulli、Chebyshev、Markov、辛钦的）（弱）大数定律，Chebyshev不等式及其应用，依概率收敛的定义和验证【强大数定律不作为考试要求】。
   2. 中心极限定理（掌握独立同分布情形De Moivre-Laplace，Lindeberg-Levy）及其应用。了解依分布收敛的概念。【独立不同分布情形的中心极限定理不作为考试要求】

**数理统计初步部分**

1. **数理统计的基本概念**
   1. 总体、抽样、样本、简单随机样本、经验分布函数、样本函数、统计量及其抽样分布、
   2. 重要的统计量：次序统计量、样本均值、样本方差、样本标准差、样本矩
   3. 正态总体的重要统计量及其性质，与正态总体有关的重要抽样分布：分布，t-分布，F-分布。
2. **参数的点估计**
   1. 点估计的常用方法：矩估计、极大似然估计（似然函数、对数似然函数）
   2. 点估计优良性评判：无偏性，有偏估计的无偏化，（无偏估计的）有效性、相合性（也称为一致性）、均方误差
3. **参数的区间估计**
   1. 理解置信区间和置信水平（或“置信度”），正确理解区间估计的意义。
   2. 了解构造参数区间估计的原理。
   3. 掌握单个正态总体的均值和方差的区间估计【两个正态总体均值、方差比较不作为考试要求】
4. **参数的假设检验**
   1. 假设检验的一般原理，原假设与备择假设，拒绝域，第一类错误（弃真）和第二类错误（存伪），假设检验的显著性水平。
   2. 单个正态总体均值和方差的假设检验（含双侧和单侧的情形）。