

Deseja-se formar uma aproximação para pontos perturbados de uma espiral, de função  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$

$$f(x) = (1 \cos(x)e^{\frac{1}{10}x}, 1 \sin(x)e^{\frac{1}{10}x})$$

Como a função é conhecida (somente desconhece-se seus coeficientes), faz-se

$$\hat{f}(x; \theta) = (\theta_1 \cos(x)e^{\theta_2 x}, \theta_1 \sin(x)e^{\theta_2 x})$$

e calcula-se a jacobiana em função de  $\theta$

$$J(\theta) = \begin{bmatrix} e^{\theta_2 x} \cos(x) & \theta_1 x e^{\theta_2 x} \cos(x) \\ e^{\theta_2 x} \sin(x) & \theta_1 x e^{\theta_2 x} \sin(x) \end{bmatrix}$$

e a função

$$g(\theta) = \hat{f}(x, \theta) - y$$

lembrando que  $x$  e  $y$  são os eixos dos pontos distorcidos, conhecidos.

Basta, então, executar algum algoritmo de resolução de mínimos quadrados não lineares, passando  $g(\theta)$ ,  $J(\theta)$  e um valor inicial  $\theta^{(1)}$ . Na implementação, escolheu-se o algoritmo de Levenberg-Marquardt, com  $\theta^{(1)} = (0, 0)$ .  $\lambda^{(1)}$  foi definido pela biblioteca scipy, usada para resolver este problema (motivo descrito no relatório científico final).