d) Se $U\Sigma V^*$ é uma decomposição de A, então $V\Sigma_0^T U^*$ é uma decomposição SVD de A^*

e) Se $A \in \mathbb{C}^{m\times n}$ tem r valores singulares não-nulos, então:

$$\begin{cases} \text{posto}(A) = r \\ A = \sum_{j=1}^{r} \sigma_j u_j v_j^* \\ \text{im}(A) = \text{gerado}\{u_1, \ldots, u_r\} \\ \text{espaço nulo}(A) = \text{gerado}\{v_{r+1}, \ldots, v_n\} \end{cases}$$

f) Para a forma reduzida de SVD, se $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$, então $\hat{U}$ e $\hat{V}$ podem ser reais.

g) Se posto$(A) = r$, então A tem r valores singulares não-nulos.

h) $\sigma_i(A) = \sqrt{\lambda_i(A^*A)} = \sqrt{\lambda_i(AA^*)}$

i) Se $U\Sigma V^*$ é uma decomposição SVD de A, então as colunas de V são autovetores de A^*A enquanto que as colunas de U são autovetores de AA^*.

j) Se $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$ é hermitiana com autovalores $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$, então os valores singulares de A são $\sigma_1 = |\lambda_1|$, $\sigma_2 = |\lambda_2|, \ldots, \sigma_n = |\lambda_n|$

Propriedade: Se $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ então as matriz da decomposição SVD dadas por U, V e Σ_0 também são matrizes reais quadradas de ordem $n\times n$, com

$$\Sigma_0 = \begin{bmatrix} \sigma_1 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & \sigma_r & & \\ & & & 0 & \\ & & & & \ddots \\ & & & & & 0 \end{bmatrix}$$