Završni ispit iz Teorije skupova
(20.06.2023.)

1. (a) Navesti Berryjev paradoks.
   (b) Navesti semantički i formalno-logički zapis aksioma beskonačnog skupa.
   (c) Šta je osobina asimetričnosti relacije?
   (d) Kako izražavamo pripadnost elementa presjeku konačno mnogo skupova?
   (e) Navesti semantički i formalno-logički zapis aksioma izbora.

2. (a) Definisati pojam ekvipotentnosti skupova.
   (b) Definisati pojam uređene trojke skupova.
   (c) Definisati pojam totalno uređenog skupa.
   (d) Definisati pojam surjektivnosti funkcije.
   (e) Definisati pojam kompozicije dvije relacije.

3. (a) Navesti najbitnije skupovne jednakosti koje daju veze operacija presjeka i unije skupova.
   (b) Navesti teorem o egzistenciji inverzne funkcije.
   (c) Navesti Cantorov teorem.
   (d) Navesti vezu najmanjeg (najvećeg) elementa skupa i infimuma (supremuma) u parcijalno uređenom skupu.
   (e) Navesti tvrdnje o kardinalnosti unije prebrojivih skupova.

4. Iskazati i dokazati Cantor-Bernsteinov teorem.

5. (a) Dokazati tvrdnje: Ako beskonačnom skupu "dodamo" ili "oduzmemo" konačan ili prebrojiv skup, kardinalnost se neće promjeniti.
   (b) Dokazati tvrdnju: Neka je $f : X \to Y$ injektivno preslikavanje. Za proizvoljne $S, T \subseteq X$ tada vrijedi $f(S \cap T) = f(S) \cap f(T)$.
   (c) Dokazati: Dva uređena para su jednaka ako i samo ako imaju jednake odgovarajuće komponente.
   (d) Dokazati tvrdnju: Neka je U univerzum svih posmatranih skupova. Relacija "biti ekvipotentan" je relacija ekvivalencije na U.
   (e) Dokazati: Za svaki $n \in \mathbb{N}$ vrijedi $\aleph_0^n = \aleph_0$.