

## Esercizi

### Programmazione Lineare

1) Si consideri il seguente problema **P**:

$$(P) \quad \left\{ \begin{array}{l} \min z = -2x_1 - x_2 + x_3 \\ \text{s. t. } +x_1 + x_2 + 2x_3 \leq +4 \\ \quad -x_1 + 2x_2 + x_3 \leq +2 \\ \quad -x_1 + x_2 + x_3 \geq -2 \\ \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right.$$

- a) Risolvere il problema **P** utilizzando il metodo del Simplex Primale.
- b) Risolvere il problema **P** utilizzando il metodo del Simplex Duale.
- c) Scrivere il duale di **P**.
- d) Verificare l'ottimalità delle soluzioni trovate con le condizioni di complementarietà.

2) Si consideri il seguente problema **P**:

$$(P) \quad \left\{ \begin{array}{l} \min z = -2x_1 + 2x_2 + 2x_3 \\ \text{s. t. } +x_1 + x_2 - 2x_3 \geq +1 \\ \quad +x_1 + x_2 - x_3 \leq +3 \\ \quad -x_1 - x_2 + 3x_3 \geq -2 \\ \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right.$$

- a) Risolvere il problema **P** utilizzando il metodo del Simplex Primale.
- b) Risolvere il problema **P** utilizzando il metodo del Simplex Duale.
- c) Scrivere il duale di **P**.
- d) Verificare l'ottimalità delle soluzioni trovate con le condizioni di complementarietà.

3) Si consideri il seguente problema **P**:

$$(P) \quad \left\{ \begin{array}{l} \min z = -2x_1 + 2x_2 + 2x_3 \\ \text{s. t. } +2x_1 + x_2 - x_3 \geq +1 \\ \quad +x_1 + x_2 + 3x_3 \leq +4 \\ \quad -x_1 - x_2 + 3x_3 \geq +1 \\ \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right.$$

Utilizzando le *relazioni di complementarietà* verificare se la soluzione  $x = \left(\frac{4}{5}, 0, \frac{3}{5}\right)$  è ottima per il problema **P**.

4) Si consideri il seguente problema **P**:

$$(P) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Min } z = +5x_1 + 4x_2 - x_3 \\ \text{s. t. } +2x_1 + x_2 - 3x_3 \leq +2 \\ \quad +4x_1 + 4x_2 + x_3 \leq +4 \\ \quad +2x_1 - x_2 + x_3 \geq +1 \\ \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right.$$

- a) Risolvere il problema **P** utilizzando il metodo del Simplex Primale.
- b) Risolvere il problema **P** utilizzando il metodo del Simplex Duale.
- c) Indicare nel tableau finale le variabili duali ottime, motivando adeguatamente la risposta.
- d) Scrivere il duale di **P**.
- e) Verificare l'ottimalità delle soluzioni trovate con le condizioni di complementarietà.

5) Si consideri il seguente problema **P**:

$$(P) \quad \left\{ \begin{array}{l} \min z = -x_1 + x_2 + 2x_3 \\ \text{s. t. } +x_1 + 2x_2 - x_3 \leq +2 \\ \quad +2x_1 - x_2 + x_3 \leq +3 \\ \quad +x_1 - x_2 + 2x_3 \geq +3 \\ \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right.$$

- a) Risolvere il problema **P** utilizzando il metodo del Simplex Primale.
- b) Risolvere il problema **P** utilizzando il metodo del Simplex Duale.
- c) Scrivere il duale di **P**.
- d) Verificare l'ottimalità delle soluzioni trovate con le condizioni di complementarietà.

6) Si consideri il seguente problema **P**:

$$(P) \quad \left\{ \begin{array}{l} \min z = -x_1 + x_2 + 2x_3 \\ \text{s. t. } +x_1 + 2x_2 - x_3 \leq +1 \\ \quad +2x_1 - x_2 + x_3 \leq +2 \\ \quad +2x_1 - x_2 + 2x_3 \geq +3 \\ \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right.$$

Utilizzando le *relazioni di complementarietà* verificare se la soluzione  $\mathbf{x} = \left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}, 1\right)$  è ottima per il problema **P**.

7) Si consideri il seguente problema **P**:

$$(P) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Min } z = -2x_1 + x_2 - 4x_3 \\ \text{s. t. } +x_1 + 2x_2 - 3x_3 \geq +2 \\ \quad +2x_1 - x_2 + x_3 \leq -3 \\ \quad +4x_1 - 5x_2 + 3x_3 \leq +3 \\ \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right.$$

- a) Risolvere il problema **P** utilizzando il metodo del Simplex Primale.
- b) Risolvere il problema **P** utilizzando il metodo del Simplex Duale.
- c) Scrivere il duale di **P**.

8) Si consideri il seguente problema **P**:

$$(P) \quad \left\{ \begin{array}{l} \min z = -2x_1 - 2x_2 + 2x_3 \\ \text{s. t. } +x_1 - x_2 - 2x_3 \geq +1 \\ \quad -x_1 + 2x_2 + x_3 \leq +3 \\ \quad +2x_1 - 2x_2 + 2x_3 \leq +4 \\ \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right.$$

Utilizzando le *relazioni di complementarietà* verificare se la soluzione  $\mathbf{x} = (5, 4, 0)$  è ottima per il problema **P**.

9) Si consideri il seguente problema **P**:

$$(P) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Min } z = -2x_1 + 5x_2 + 4x_3 \\ \text{s. t. } +4x_1 + x_2 - 2x_3 \leq +2 \\ \quad +2x_1 - 2x_2 + x_3 \leq +3 \\ \quad -x_1 + x_2 - 2x_3 \leq -1 \\ \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right.$$

- a) Risolvere il problema **P** utilizzando il metodo del Simplex Primale.
- b) Risolvere il problema **P** utilizzando il metodo del Simplex Duale.
- c) Indicare nel tableau finale dove possono essere individuati i valori delle variabili duali ottime, motivando adeguatamente la risposta.
- d) Scrivere il duale di **P**.
- e) Verificare l'ottimalità delle soluzioni trovate con le condizioni di complementarietà.

**10)** Si consideri il seguente problema **P**:

$$(P) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Min } z = +2x_1 + 5x_2 + 4x_3 \\ \text{s.t. } \begin{aligned} &+2x_1 + 3x_2 - x_3 \leq -3 \\ &-2x_1 + 2x_2 + 5x_3 \leq +5 \\ &-x_1 + x_2 - 2x_3 \geq -1 \\ &x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned} \end{array} \right.$$

- a) Risolvere il problema **P** utilizzando il metodo del Simplex Primale.
- b) Risolvere il problema **P** utilizzando il metodo del Simplex Duale.
- c) Scrivere il duale di **P**.

**11)** Si consideri il seguente problema **P**:

$$(P) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Min } z = +2x_1 + x_2 - 2x_3 \\ \text{s.t. } \begin{aligned} &+4x_1 + x_2 - x_3 \leq +3 \\ &+x_1 - 2x_2 + x_3 \leq +3 \\ &+2x_1 - x_2 - x_3 \geq +1 \\ &x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned} \end{array} \right.$$

Utilizzando le *relazioni di complementarietà* verificare se la soluzione  $\mathbf{x} = (1,0,1)$  è ottima per il problema **P**.

**12)** Si consideri il seguente problema **P**:

$$(P) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Min } z = +2x_1 + x_2 + 3x_3 \\ \text{s.t. } \begin{aligned} &+2x_1 + x_2 - 2x_3 \leq +3 \\ &+x_1 - 5x_2 + x_3 \geq +4 \\ &+2x_1 - 2x_2 - 2x_3 \geq +3 \\ &x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned} \end{array} \right.$$

- a) Risolvere il problema **P** utilizzando il metodo del Simplex Primale.
- b) Risolvere il problema **P** utilizzando il metodo del Simplex Duale.
- c) Scrivere il duale di **P**.
- d) Verificare l'ottimalità delle soluzioni trovate con le condizioni di complementarietà.