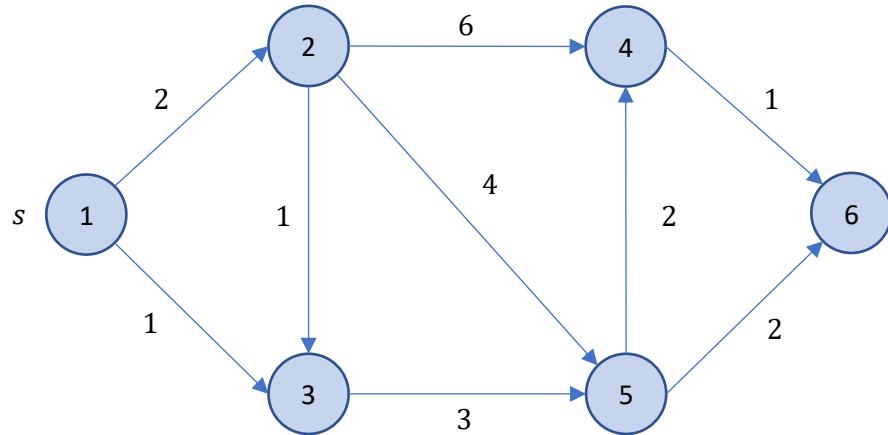


Teoria dei Grafi - Parte 1

Esercizi

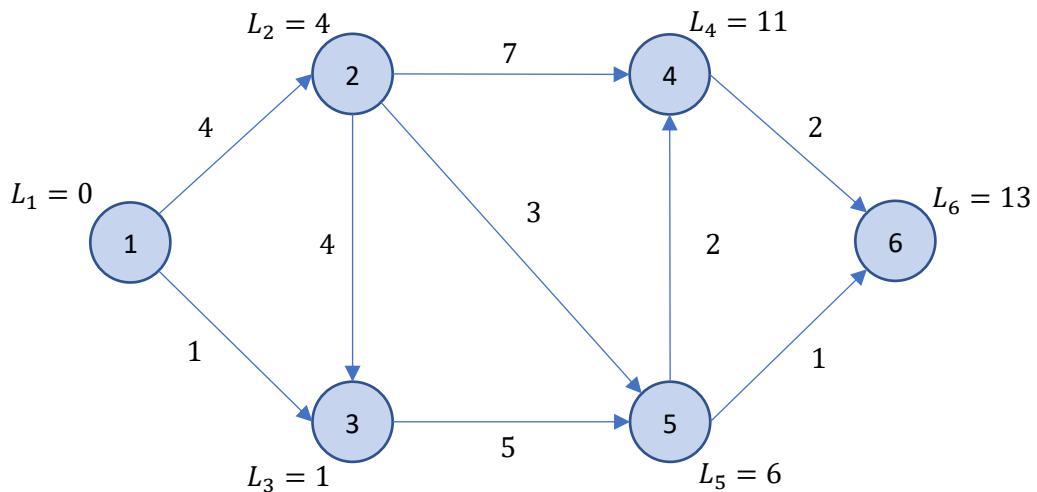
1) Si consideri il seguente grafo orientato $G(V, A)$:



Su ogni arco (i, j) è riportato il costo c_{ij} . Rispondere ai seguenti quesiti:

- Determinare i cammini minimi dal vertice $s = 1$ a tutti gli altri vertici.
- Determinare se il grafo è fortemente connesso.
- Determinare se il grafo è aciclico.
- Si consideri il grafo non orientato ottenuto sostituire ogni arco (i, j) con un lato non orientato $\{i, j\}$ dello stesso costo c_{ij} e determinare l'albero di copertura di costo minimo.

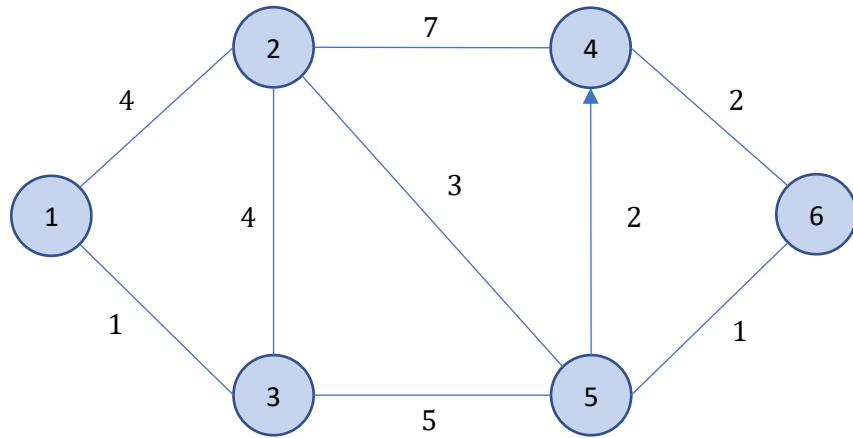
2) Si consideri il seguente grafo orientato $G(V, A)$:



Su ogni arco (i, j) è riportato il costo c_{ij} e su ogni vertice i la "distance label" L_i . Rispondere ai seguenti quesiti:

- Le distance label corrispondono a cammini di costo minimo dal vertice 1 a tutti gli altri vertici? Giustificare la risposta.
- Determinare i cammini di costo minimo dal vertice 1 a tutti gli altri vertici, indicando sia il costo che i cammini.

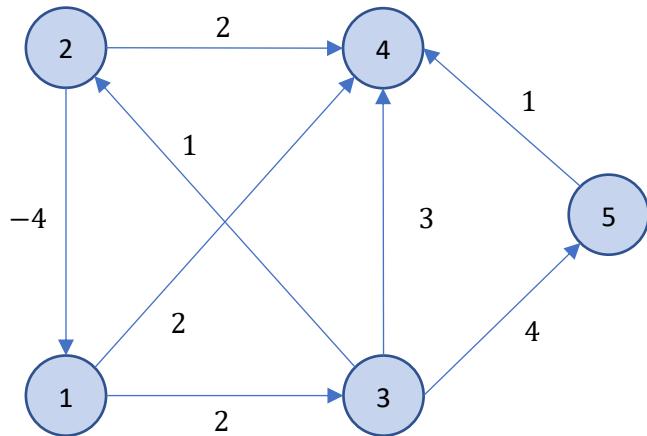
3) Si consideri il seguente grafo non orientato $G(V, E)$:



Su ogni lato $\{i, j\}$ è riportato il costo c_{ij} . Rispondere ai seguenti quesiti:

- Si consideri l'insieme di lati $T = \{\{1,2\}, \{2,3\}, \{2,4\}, \{2,5\}, \{4,6\}\}$. Verificare se è un albero di copertura di costo minimo.
- Si consideri l'insieme di lati $T = \{\{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{2,5\}, \{4,6\}\}$. Verificare se è un albero di copertura di costo minimo.
- Si consideri l'insieme di lati $T = \{\{1,3\}, \{5,6\}, \{5,4\}, \{5,2\}, \{1,2\}\}$. Dimostrare che T è un albero di copertura di costo minimo. Se modifichiamo il costo del lato $\{1,3\}$, in modo che $c_{13} = 5$ lasciando invariati gli altri costi, come si può calcolare il nuovo albero di copertura di costo minimo?
- Determinare i cammini di costo minimo dal vertice 1 a tutti gli altri vertici, indicando sia il costo che i cammini.

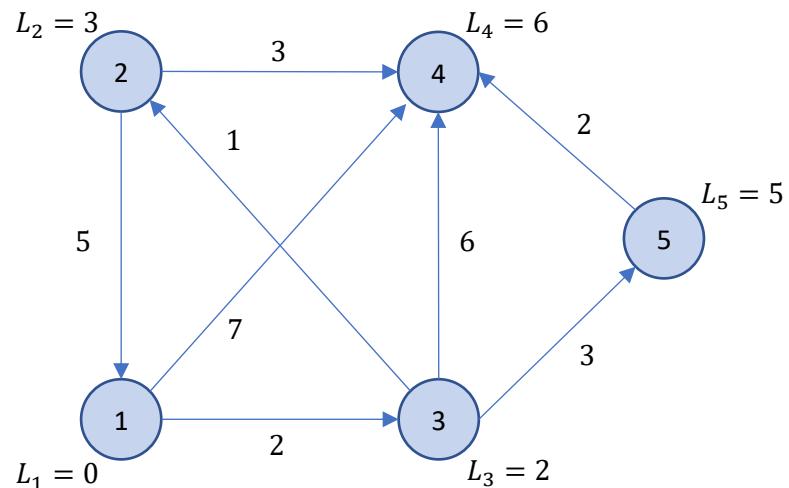
4) Si consideri il seguente grafo orientato $G(V, A)$:



Su ogni arco (i, j) è riportato il costo c_{ij} . Rispondere ai seguenti quesiti:

- Determinare se il grafo è aciclico.
- Determinare i cammini minimi dal vertice $s = 1$ a tutti gli altri vertici e determinare se eventualmente esiste un ciclo di costo negativo.
- Determinare se il grafo è fortemente connesso.
- Si consideri il grafo non orientato ottenuto sostituire ogni arco (i, j) con un lato non orientato $\{i, j\}$ dello stesso costo c_{ij} e determinare l'albero di copertura di costo minimo.

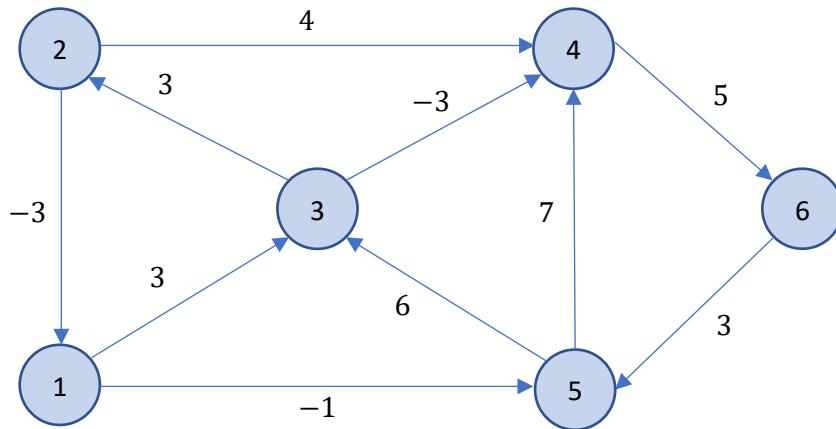
5) Si consideri il seguente grafo orientato $G(V, A)$:



Su ogni arco (i, j) è riportato il costo c_{ij} e su ogni vertice i la “distance label” L_i . Rispondere ai seguenti quesiti:

- Le distance label corrispondono a cammini di costo minimo dal vertice 1 a tutti gli altri vertici? Giustificare la risposta.
- Determinare i cammini di costo minimo dal vertice 1 a tutti gli altri vertici, indicando sia il costo che i cammini.
- Determinare i cammini di costo minimo per ogni coppia di vertici, indicando il costo. Inoltre, indicare i cammini che partono dal vertice 3 a tutti gli altri vertici.

6) Si consideri il seguente grafo orientato $G(V, A)$:



Su ogni arco (i, j) è riportato il costo c_{ij} . Rispondere ai seguenti quesiti:

- Determinare i cammini di costo minimo dal vertice 1 a tutti gli altri vertici, indicando sia il costo che i cammini e determinare se eventualmente esiste un ciclo di costo negativo.
- Si consideri il grafo non orientato ottenuto sostituire ogni arco (i, j) con un lato non orientato $\{i, j\}$ dello stesso costo c_{ij} e determinare l’albero di copertura di costo minimo.
- Determinare se il grafo è fortemente connesso.