

Esame Ricerca Operativa

25 Luglio 2023

durata prevista: 2 ore

Cognome e Nome: _____ Matricola: _____

Istruzioni

- Ogni foglio protocollo deve essere numerato e riportare Nome, Cognome e Matricola (scritti in stampatello e leggibili).
- Le soluzioni dovranno riportare tutti i passaggi necessari opportunamente commentati. **Risultati corretti senza i passaggi intermedi non verranno valutati.** Le soluzioni dovranno essere chiaramente individuabili usando la numerazione presente sul testo. Lo studente dovrà segnalare eventuali parti errate, che non dovranno essere corrette dal docente, e l'eventuale pagina dove l'esercizio è completato.
- Lo studente potrà usare una calcolatrice scientifica non grafica e non programmabile, ma non potrà usare altri dispositivi come telefoni e smartphone, che dovranno essere spenti, e non potrà usare i propri appunti, le note del docente, i libri di testo oppure altri materiali.

Testo

- 1) Si consideri un'azienda che produce un insieme di prodotti P utilizzando i reparti di produzione R . I prodotti sono dispositivi elettronici.

Ogni unità del prodotto $i \in P$ genera un profitto p_i e richiede per ciascun reparto $j \in R$ un numero di ore di lavorazione pari a q_{ij} . Il numero di unità prodotte per ciascun prodotto $i \in P$ non deve superare la soglia M_i .

Ciascun reparto $j \in R$ ha a disposizione un numero di ore di lavorazione pari a Q_j .

Si vuole determinare le quantità da produrre per ciascun prodotto per massimizzare il profitto complessivo rispettando i vincoli sopra descritti.

- a) Scrivere un modello matematico di programmazione lineare intera. (4 punti)

- 2) Si consideri il seguente problema **P**:

$$(P) \quad \begin{cases} \min z = -4x_1 - x_2 + 3x_3 \\ \text{s. t. } +x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 6 \\ \quad -2x_1 + x_2 - 4x_3 \geq 3 \\ \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

- a) Risolvere il problema **P** utilizzando il metodo del Simplex Primale. (6 punti)
b) Scrivere il duale di **P**. (2 punti)

3) Si consideri il seguente problema P:

$$(P) \quad \begin{cases} \min z = -4x_1 - x_2 + 3x_3 \\ \text{s. t. } x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 6 \\ \quad -2x_1 + x_2 \geq 3 \\ \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

- a) Risolvere il problema **P** utilizzando il metodo del Simplexso Duale. (6 punti)

4) Si consideri il seguente problema P:

$$(P) \quad \begin{cases} \min z = -2x_1 - x_2 + 2x_3 \\ \text{s. t. } x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 4 \\ \quad \quad \quad -2x_1 + x_2 + x_3 \geq 1 \\ \quad \quad \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \text{ intere} \end{cases}$$

Risolvendo il rilassamento continuo del problema **P** (ottenuto rilassando i vincoli di interezza) con il metodo del Simplex abbiamo ottenuto il seguente tableau ottimo:

```

Tableau ottimo
-2.600| 0.000 0.000 -4.600 -0.800 -0.600
-----+
1.800| 0.000 1.000 1.800 0.400 -0.200
0.400| 1.000 0.000 0.400 0.200 0.400

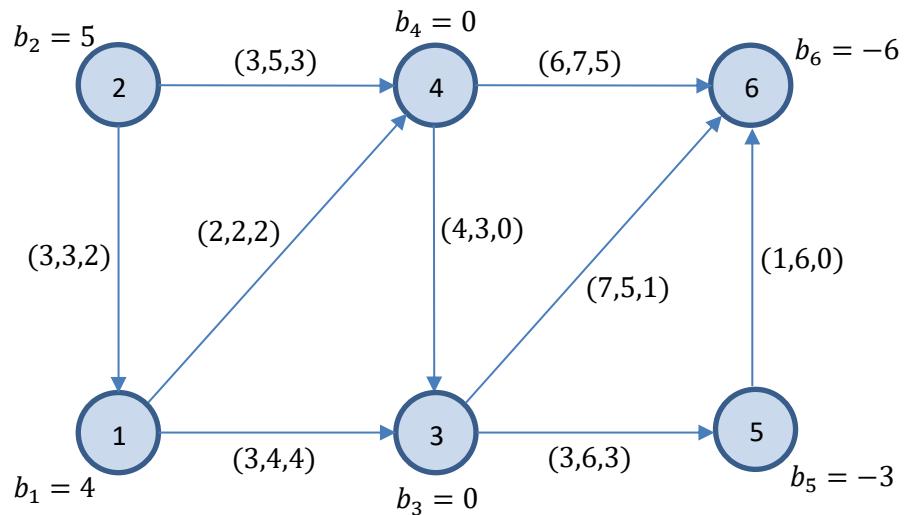
Costo ottimo: -2.6000

X( 1): 0.4000
X( 2): 1.8000
X( 3): 0.0000

```

- a) Definire il taglio di Gomory relativo alla variabile x_2 e dopo averlo aggiunto al Tableau riottimizzare (cioè, dopo aver aggiunto il Taglio di Gomory al tableau si chiede di trovare la nuova soluzione ottima). (6 punti).

5) Si consideri il seguente grafo G:



Su ogni arco (i, j) è riportata la tripletta (c_{ij}, u_{ij}, x_{ij}) , dove c_{ij} è il costo per trasportare una unità di flusso, u_{ij} è la capacità e x_{ij} è il flusso corrente.

- a) Determinare il flusso di costo minimo partendo dal flusso corrente. (6 punti)

6) Si consideri il Corollario delle Relazioni di Complementarietà.

- a) Scrivere l'enunciato e fornire la dimostrazione del teorema. (3 punti)