

Esame Ricerca Operativa
(Simulazione)
durata prevista: 2 ore

Cognome e Nome: _____ Matricola: _____

Istruzioni

- Ogni foglio protocollo deve essere numerato e riportare Nome, Cognome e Matricola (scritti in stampatello e leggibili).
- Le soluzioni dovranno riportare tutti i passaggi necessari opportunamente commentati. Risultati corretti senza i passaggi intermedi non verranno valutati. Le soluzioni dovranno essere chiaramente individuabili usando la numerazione presente sul testo. Lo studente dovrà segnalare eventuali parti errate, che non dovranno essere corrette dal docente, e l'eventuale pagina dove l'esercizio è completato.
- Lo studente potrà usare una calcolatrice scientifica non grafica e non programmabile, ma non potrà usare altri dispositivi come telefoni e smartphone, che dovranno essere spenti. Inoltre, non può usare i propri appunti, le note del docente, i libri di testo oppure altri materiali.

Testo

- 1) Si consideri un insieme di m risorse disponibili nelle quantità $q_j, j = 1, \dots, m$, e un insieme di n prodotti che forniscono un profitto $p_i, i = 1, \dots, n$, per ogni unità prodotta. Per ogni unità prodotta ciascun prodotto i consuma a_{ij} unità di ciascuna risorsa j . Si vuole decidere quante unità produrre di ciascun prodotto massimizzando il profitto e rispettando le quantità di risorse disponibili. Per ciascun prodotto non è possibile produrre quantità frazionarie.

a) Scrivere un modello matematico di programmazione lineare intera. (4 punti)

- 2) Si consideri il seguente problema **P**:

$$(P) \quad \begin{cases} \min z = -x_1 + 2x_2 + 2x_3 \\ \text{s. t. } +3x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 2 \\ \quad -x_1 + x_2 + x_3 \geq 1 \\ \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

a) Risolvere il problema **P** utilizzando il metodo del Simplex Duale. (6 punti)

b) Scrivere il duale di **P**. (2 punti)

- 3) Si consideri il seguente problema **P**:

$$(P) \quad \begin{cases} \min z = -2x_1 + 2x_2 \\ \text{s. t. } -x_1 + 3x_2 \geq 2 \\ \quad +3x_1 + 2x_2 \leq 5 \\ \quad x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

a) Utilizzando le relazioni di complementarità verificare se la soluzione $\mathbf{x} = (1,1)$ è ottima per il problema **P**. (6 punti)

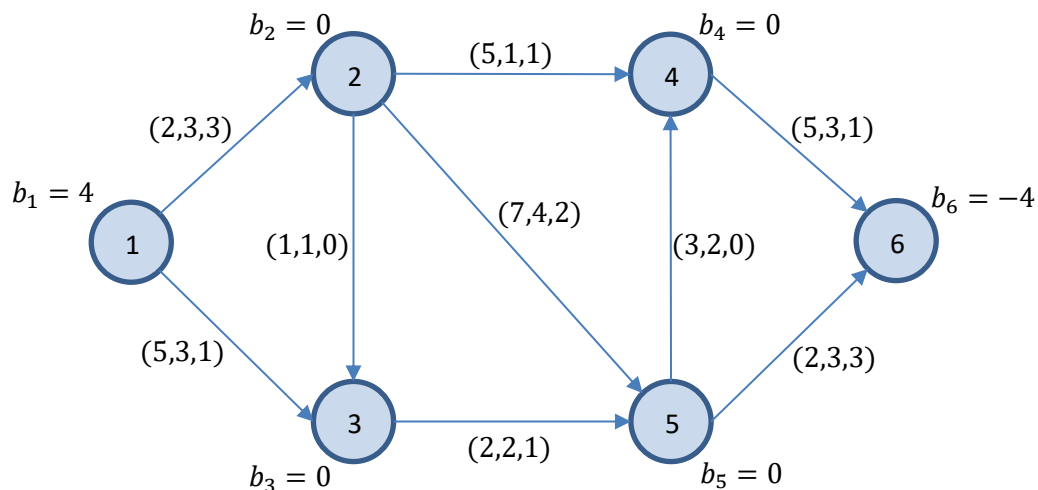
4) Si consideri il seguente problema **P**:

$$(\mathbf{P}) \quad \begin{cases} \text{Min } z = +x_1 + x_2 + 3x_3 \\ \text{s. t. } +x_1 - x_2 - x_3 \leq +1 & (1) \\ +x_1 - x_2 + x_3 \geq +1 & (2) \\ x_1, x_2, x_3 \in \{0,1\} & (3) \end{cases}$$

a) Rilassare in modo Lagrangiano il vincolo (1) e svolgere la prima iterazione completa del metodo del subgradiente partendo dalle seguenti penalità iniziali: (6 punti)

- i. $\lambda_1 = 0$;
- ii. $\lambda_1 = -2$.

5) Si consideri il seguente grafo **G**:



Su ogni arco (i, j) è riportata la tripletta (c_{ij}, u_{ij}, x_{ij}) , dove c_{ij} è il costo per trasportare una unità di flusso, u_{ij} è la capacità e x_{ij} è il flusso corrente.

a) Determinare il flusso di costo minimo partendo dal flusso corrente. (6 punti)

6) Si consideri il Teorema della Rappresentazione.

a) Scrivere l'enunciato. (3 punti)