

Esame Ricerca Operativa

(Simulazione)

durata prevista: 2 ore

Cognome e Nome: _____ Matricola: _____

Istruzioni

- Ogni foglio protocollo deve essere numerato e riportare Nome, Cognome e Matricola (scritti in stampatello e leggibili).
- Le soluzioni dovranno riportare tutti i passaggi necessari opportunamente commentati. **Risultati corretti senza i passaggi intermedi non verranno valutati.** Le soluzioni dovranno essere chiaramente individuabili usando la numerazione presente sul testo. Lo studente dovrà segnalare eventuali parti errate, che non dovranno essere corrette dal docente, e l'eventuale pagina dove l'esercizio è completato.
- Lo studente potrà usare una calcolatrice scientifica non grafica e non programmabile, ma non potrà usare altri dispositivi come telefoni e smartphone, che dovranno essere spenti. Inoltre, non può usare i propri appunti, le note del docente, i libri di testo oppure altri materiali.

Testo

- 1) Si consideri un insieme di n oggetti di peso $w_i, i = 1, \dots, n$, e un insieme di contenitori di capacità W . Si vuole minimizzare il numero di contenitori necessari per contenere tutti gli n oggetti. Ciascun oggetto deve essere caricato tutto in un unico contenitore.

a) Scrivere un modello matematico di programmazione lineare intera. (4 punti)

- 2) Si consideri il seguente problema **P**:

$$(P) \quad \begin{cases} \min z = -x_1 + 2x_2 + 2x_3 \\ \text{s. t. } +3x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 2 \\ \quad -x_1 + x_2 + x_3 \geq 1 \\ \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

- a) Risolvere il problema **P** utilizzando il metodo del Simplex Primale. (6 punti)
b) Scrivere il duale di **P**. (2 punti)

- 3) Si consideri il seguente problema **P**:

$$(P) \quad \begin{cases} \min z = -2x_1 - x_2 \\ \text{s. t. } +2x_1 - 3x_2 \geq -4 \\ \quad +3x_1 + 2x_2 \leq +7 \\ \quad x_1, x_2, \geq 0 \end{cases}$$

- a) Utilizzando le relazioni di complementarietà verificare se la soluzione $\mathbf{x} = (1, 2)$ è ottima per il problema **P**. (6 punti)

- 4) Si consideri il seguente problema **P**:

$$(P) \quad \begin{cases} \text{Min } z = -x_1 + 2x_2 - 3x_3 \\ \text{s.t. } +3x_1 - 2x_2 + x_3 \leq +2 \\ \quad -x_1 + 2x_2 + x_3 \leq +3 \\ \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \text{ intere} \end{cases}$$

Risolvendo il rilassamento continuo del problema **P** (ottenuto rilassando i vincoli di interezza) utilizzando il metodo del Simplex Primale abbiamo ottenuto il seguente Tableau ottimo:

Tableau Ottimo Fase 2					
-7.000	-4.000	0.000	0.000	-2.000	-1.000
-----	-----	-----	-----	-----	-----
2.500	1.000	0.000	1.000	0.500	0.500

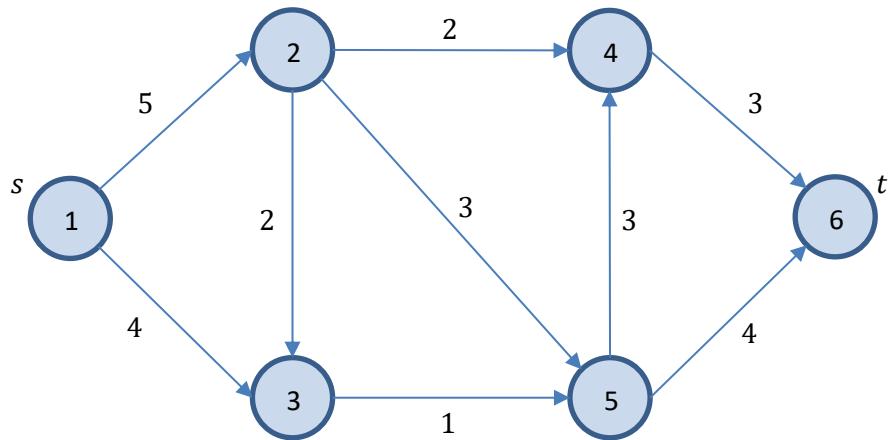
Soluzione ottima trovata!

Costo ottimo: -7.0000

$x(2) : 0.2500$
 $x(3) : 2.5000$

- a) Aggiungere un taglio di Gomory relativo alla variabile x_3 (i.e., riga 1 del Tableau) e riottimizzare (i.e., aggiungere il Taglio di Gomory al tableau e trovare la nuova soluzione ottima). (6 punti)

- 5) Si consideri il seguente grafo **G**:



Su ogni arco (i,j) è riportata la capacità u_{ij} .

- a) Determinare il flusso massimo dal vertice 1 al vertice 6 utilizzando le capacità riportate sul grafo (ovviamente ignorando i costi e i b_i). (6 punti)
- 6) Si consideri il Teorema della Dualità Debole.
- a) Scrivere l'enunciato e fornire la dimostrazione. (3 punti)