

# Esame Ricerca Operativa

## (Simulazione)

durata prevista: 2 ore

Cognome e Nome: \_\_\_\_\_ Matricola: \_\_\_\_\_

### Istruzioni

- Ogni foglio protocollo deve essere numerato e riportare Nome, Cognome e Matricola (scritti in stampatello e leggibili).
- Le soluzioni dovranno riportare tutti i passaggi necessari opportunamente commentati. Risultati corretti senza i passaggi intermedi non verranno valutati. Le soluzioni dovranno essere chiaramente individuabili usando la numerazione presente sul testo. Lo studente dovrà segnalare eventuali parti errate, che non dovranno essere corrette dal docente, e l'eventuale pagina dove l'esercizio è completato.
- Lo studente potrà usare una calcolatrice scientifica non grafica e non programmabile, ma non potrà usare altri dispositivi come telefoni e smartphone, che dovranno essere spenti. Inoltre, non può usare i propri appunti, le note del docente, i libri di testo oppure altri materiali.

### Testo

1) Si consideri un insieme di  $n$  oggetti di peso  $w_i, i = 1, \dots, n$ , e un insieme di contenitori di capacità  $W$ . Si vuole minimizzare il numero di contenitori necessari per contenere tutti gli  $n$  oggetti. Ciascun oggetto deve essere caricato tutto in un unico contenitore.

a) Scrivere un modello matematico di programmazione lineare intera. (4 punti)

2) Si consideri il seguente problema **P**:

$$(P) \quad \begin{cases} \min z = -x_1 + 2x_2 + 2x_3 \\ \text{s. t. } +3x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 2 \\ \quad \quad -x_1 + x_2 + x_3 \geq 1 \\ \quad \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

a) Risolvere il problema **P** utilizzando il metodo del Simpleso Primal. (6 punti)

b) Scrivere il duale di **P**. (2 punti)

3) Si consideri il seguente problema **P**:

$$(P) \quad \begin{cases} \min z = -2x_1 - x_2 \\ \text{s. t. } +2x_1 - 3x_2 \geq -4 \\ \quad \quad +3x_1 + 2x_2 \leq +7 \\ \quad \quad x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

a) Utilizzando le relazioni di complementarità verificare se la soluzione  $\mathbf{x} = (1,2)$  è ottima per il problema **P**. (6 punti)

4) Si consideri il seguente problema **P**:

$$(P) \quad \begin{cases} \text{Min } z = -x_1 + 2x_2 - 3x_3 \\ \text{s.t.} \quad +3x_1 - 2x_2 + x_3 \leq +2 \\ \quad \quad -x_1 + 2x_2 + x_3 \leq +3 \\ \quad \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \text{ intere} \end{cases}$$

Risolvendo il rilassamento continuo del problema **P** (ottenuto rilassando i vincoli di interezza) utilizzando il metodo del Simpleso Primale abbiamo ottenuto il seguente Tableau ottimo:

Tableau Ottimo Fase 2

-7.000	-4.000	0.000	0.000	-2.000	-1.000
2.500	1.000	0.000	1.000	0.500	0.500
0.250	-1.000	1.000	0.000	-0.250	0.250

Soluzione ottima trovata!

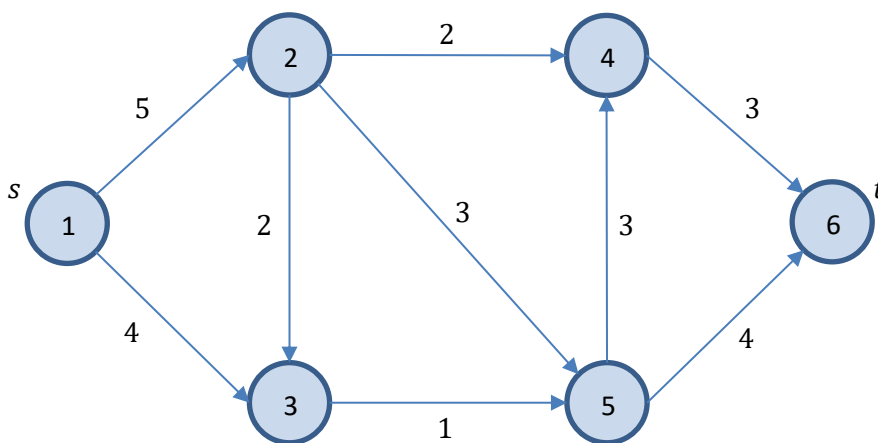
Costo ottimo: -7.0000

x( 2): 0.2500

x( 3): 2.5000

- a) Aggiungere un taglio di Gomory relativo alla variabile  $x_3$  (i.e., riga 1 del Tableau) e riottimizzare (i.e., aggiungere il Taglio di Gomory al tableau e trovare la nuova soluzione ottima). (6 punti)

5) Si consideri il seguente grafo **G**:



Su ogni arco  $(i,j)$  è riportata la capacità  $u_{ij}$ .

- a) Determinare il flusso massimo dal vertice 1 al vertice 6 utilizzando le capacità riportate sul grafo (ovviamente ignorando i costi e i  $b_i$ ). (6 punti)
- 6) Si consideri il Teorema della Dualità Debole.
- a) Scrivere l'enunciato e fornire la dimostrazione. (3 punti)