

# Esame Ricerca Operativa

## (Simulazione)

**durata prevista: 2 ore**

Cognome e Nome: \_\_\_\_\_ Matricola: \_\_\_\_\_

### Istruzioni

- Ogni foglio protocollo deve essere numerato e riportare Nome, Cognome e Matricola (scritti in stampatello e leggibili).
- Le soluzioni dovranno riportare tutti i passaggi necessari opportunamente commentati. **Risultati corretti senza i passaggi intermedi non verranno valutati.** Le soluzioni dovranno essere chiaramente individuabili usando la numerazione presente sul testo. Lo studente dovrà segnalare eventuali parti errate, che non dovranno essere corrette dal docente, e l'eventuale pagina dove l'esercizio è completato.
- Lo studente potrà usare una calcolatrice scientifica non grafica e non programmabile, ma non potrà usare altri dispositivi come telefoni e smartphone, che dovranno essere spenti. Inoltre, non può usare i propri appunti, le note del docente, i libri di testo oppure altri materiali.

### Testo

- 1) Si consideri un insieme di  $m$  risorse disponibili nelle quantità  $q_j, j = 1, \dots, m$ , e un insieme di  $n$  prodotti che forniscono un profitto  $p_i, i = 1, \dots, n$ , per ogni unità prodotta. Per ogni unità prodotta ciascun prodotto  $i$  consuma  $a_{ij}$  unità di ciascuna risorsa  $j$ . Si vuole decidere quante unità produrre di ciascun prodotto massimizzando il profitto e rispettando le quantità di risorse disponibili. Per ciascun prodotto non è possibile produrre quantità frazionarie.
- a) Scrivere un modello matematico di programmazione lineare intera. (4 punti)

- 2) Si consideri il seguente problema **P**:

$$(P) \quad \begin{cases} \min z = -x_1 + 2x_2 + 2x_3 \\ \text{s.t. } +3x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 2 \\ \quad -x_1 + x_2 + x_3 \geq 1 \\ \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

- a) Risolvere il problema **P** utilizzando il metodo del Simplex Duale. (6 punti)  
b) Scrivere il duale di **P**. (2 punti)

- 3) Si consideri il seguente problema **P**:

$$(P) \quad \begin{cases} \min z = -2x_1 + 2x_2 \\ \text{s.t. } -x_1 + 3x_2 \geq 2 \\ \quad +3x_1 + 2x_2 \leq 5 \\ \quad x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

- a) Utilizzando le relazioni di complementarietà verificare se la soluzione  $\mathbf{x} = (1,1)$  è ottima per il problema **P**. (6 punti)

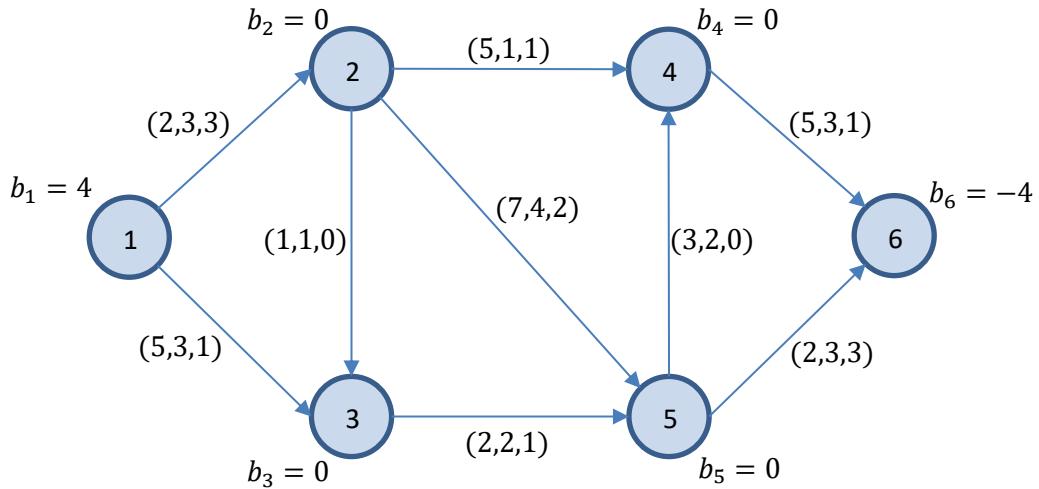
4) Si consideri il seguente problema P:

$$(P) \quad \begin{cases} \text{Min } z = +x_1 + x_2 + 3x_3 \\ \text{s. t. } \begin{aligned} &+x_1 - x_2 - x_3 \leq +1 & (1) \\ &+x_1 - x_2 + x_3 \geq +1 & (2) \\ &x_1, x_2, x_3 \in \{0,1\} & (3) \end{aligned} \end{cases}$$

a) Rilassare in modo Lagrangiano il vincolo (1) e svolgere la prima iterazione completa del metodo del subgradiente partendo dalle seguenti penalità iniziali: (6 punti)

- i.  $\lambda_1 = 0$ ;
- ii.  $\lambda_1 = -2$ .

5) Si consideri il seguente grafo G:



Su ogni arco  $(i,j)$  è riportata la tripletta  $(c_{ij}, u_{ij}, x_{ij})$ , dove  $c_{ij}$  è il costo per trasportare una unità di flusso,  $u_{ij}$  è la capacità e  $x_{ij}$  è il flusso corrente.

- a) Determinare il flusso di costo minimo partendo dal flusso corrente. (6 punti)
- 6) Si consideri il Teorema della Rappresentazione.  
a) Scrivere l'enunciato. (3 punti)