
Rapport Interne

Analyse de houle

2013

Analyse de houle irrégulière spectrale et vague par vague.

Objet

Le rapport contient la description des analyses possibles en houle irrégulière. Elles permettent d'estimer le spectre généré, d'étudier la réflexion linéaire.

Félicien Bonnefoy
Laboratoire de recherche en Hydrodynamique, Energétique
et Environnement Atmosphérique
Centrale Nantes

Table des matières

Introduction	3
1 Analyse statistique vague par vague	3
1.1 Détection des vagues	3
1.2 Tracé des caractéristiques des vagues détectées	5
1.3 Statistiques sur les vagues détectées	5
1.4 Répartition des hauteur de vagues	5
1.5 Tests effectués	6
2 Analyse statistique probabiliste	6
2.1 Elévation	6
2.2 Hauteur de vagues	7
3 Analyse spectrale	7
3.1 Rappels théoriques	7
3.1.1 Estimation du spectre à l'aide d'une Transformée de Fourier	7
3.1.2 Estimation du spectre	8
3.1.3 Génération	10
3.1.4 Spectres croisés et cohérence	10
3.2 Résultats	10
3.2.1 Moments du spectre	10
3.2.2 Hauteur significative	11
3.2.3 Autres grandeurs	11
3.3 Analyse de la réflexion	11
3.4 Analyse directionnelle	11
4 Comparaison simulation/expérience	12
4.1 Comparaison temporelle	12
A Fonctions développées sous Matlab®	12
A.1 Fonction spectral_analysis.m	13
B Principe de la méthode de Welch	13

Introduction

On décrit dans ce rapport l'état d'avancement des routines d'analyse de houle irrégulière avec les raffinements ajoutés au fur et à mesure depuis le DEA [1]. On suppose qu'on dispose des données de houle irrégulière sous la forme

- d'un vecteur `time` qui contient les instants de mesure
- d'un tableau `elevation` qui contient en colonne les mesures sur les différentes sondes et en ligne les instants stockés dans `time`.

La durée du signal est notée T_d et la fréquence d'échantillonnage f_{samp} . On peut les estimer simplement par

```
T_d      = time(end) - time(1);  
f_samp   = 1./ (time(2) - time(1));
```

On dispose d'un long temps de mesure

- 500 à 1000 vagues sont nécessaires
- 100 à 200 vagues peuvent éventuellement suffire

1 Analyse statistique vague par vague

1.1 Détection des vagues

Une première fonction **Matlab**[®] appelée `wbw_analysis.m` permet de faire une analyse vague par vague sur les passages à zéro montants et descendants. En sortie, on obtient les hauteurs, périodes successives ainsi que les instants auxquels sont détectées ces vagues. On peut ainsi facilement tracer l'évolution des hauteurs et périodes en fonction du temps (cela peut être également utile en houle régulière), comme le montre la figure 1. La figure contient en plus des traits verticaux, qu'on obtient par exemple avec la fonction `add_vertical.m`. En argument d'entrée de la fonction `wbw_analysis.m`, on donne le vecteur temps et la matrice contenant les données des sondes (les sondes sont réparties suivant les colonnes, les lignes correspondant aux différents instants stockés dans le vecteur temps).

Si on désire commencer l'analyse après un certain temps (après le passage du front d'onde par exemple), on peut utiliser un paramètre optionnel, l'instant de départ (la fréquence d'échantillonnage est évaluée à partir du vecteur `time` fourni en entrée. Si on désire évaluer la phase¹ des vagues, on entre en paramètres optionnels la position de la sonde (distance au batteur) et la profondeur.

```
[up down] = wbw_analysis(time, data, t_start, x, depth)
```

1. En analyse up-crossing, si on note t_v l'instant de passage d'une vague (front descendant suivant la crête) et T_v sa période, alors sa phase est définie par

$$\phi = 2\pi \frac{t_v - T_v/4}{T_v} - kx$$

En analyse down-crossing, l'instant de passage est le front montant suivant le creux et la phase vaut

$$\phi = 2\pi \frac{t_v + T_v/4}{T_v} - kx$$

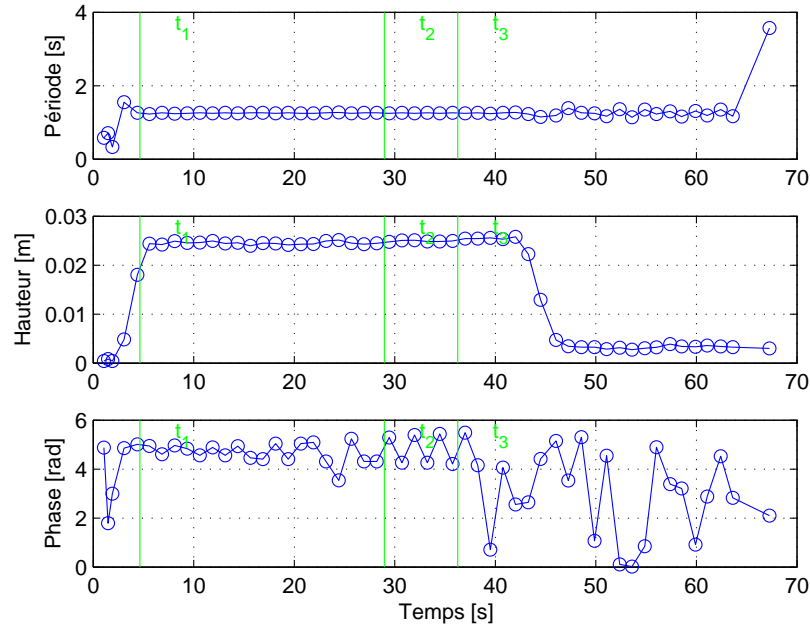


FIGURE 1 – Houle irrégulière dans le domaine temporel, analyse vague par vague.

La phase sera utile en houle régulière par exemple.

En sortie, les grandeurs sont stockées sous forme de deux structures contenant chacune des variables respectivement en passage à zéro croissant et décroissant. En analyse up-crossing,

H	hauteur crête à creux
T	période
time	instant d'apparition
crest	hauteur de la crête
trough	hauteur du creux
phase	phase de la vague (si x et depth sont fournis)
N	nombre de vagues détectées

l'instant de passage t_v d'une vague est défini comme l'instant du front descendant suivant la crête. De même en analyse down-crossing, comme l'instant du front montant suivant le creux.

Les variables `up.H`, `up.T`, `up.time`, `up.crest`, `up.trough` et `up.phase` sont des matrices contenant autant de colonnes que de sondes. En ligne, on trouve les différentes vagues. Il faut noter que le nombre de ligne de la matrice correspond au plus grand nombre de vagues sur les différentes sondes, et que pour les sondes ayant vu passer moins de vagues, la colonne correspondante est complétée par des zéros. Le nombre de vagues détectées par une sonde est donc le nombre de lignes non nulle de la colonne correspondante de la matrice `up.H` : il est donné dans la variable `up.N`.

1.2 Tracé des caractéristiques des vagues détectées

La fonction `plot_wbw(up,down,fig).m` permet de tracer sur la figure `fig` les hauteurs/périodes des vagues détectées. L'argument `down` est optionnel ainsi que `fig` (figure 1 par défaut). Pour une bonne analyse vague par vague, la fréquence d'échantillonnage doit être élevée pour garantir une bonne mesure des crêtes et des creux ainsi que de la période.

1.3 Statistiques sur les vagues détectées

Ensuite, une deuxième fonction **Matlab**[®] nommée `stat_wbw.m` permet d'évaluer des statistiques de base sur les données d'analyse vague par vague. Elle prend en argument une structure contenant deux variables H et T contenant respectivement les hauteurs et périodes des vagues successives.

```
[H, T] = stat_wbw(up_down)
```

On peut ainsi utiliser directement une des sorties (up- ou down-crossing) de `wbw_analysis.m`. La routine calcule et stocke dans deux structures H et T les données suivantes

<code>H.m</code>	Hauteur moyenne
<code>H.rms</code>	Hauteur RMS
<code>H.max</code>	Hauteur maximale
<code>H.one3rd</code>	$H_{1/3}$ évaluée comme la hauteur moyenne du tiers le plus haut des vagues
<code>T.m</code>	Période moyenne
<code>T.one3rd</code>	$T_{1/3}$ évaluée comme la période moyenne du tiers le plus haut des vagues

La routine donne aussi la période `T.Hone3rd` qui correspond à la période moyenne du tiers des vagues les plus hautes, celles utilisées pour évaluer $H_{1/3}$. Et inversement pour `H.Tone3rd`.

1.4 Répartition des hauteur de vagues

Une fois détectées les vagues, on peut regarder la répartition statistique des hauteurs H . Théoriquement, pour une houle aléatoire gaussienne, la densité de probabilité $p(H)$ suit la loi de Rayleigh

$$p(H) = \frac{H}{4m_0} e^{-\frac{H^2}{8m_0}} \quad \text{et} \quad P(H) = 1 - e^{-\frac{H^2}{8m_0}}$$

où P est la fonction de répartition associée à p . Pour estimer la densité de probabilité des hauteurs, on commence par diviser le domaine d'excursion de H en intervalles réguliers $[H_i; H_i + \Delta H]$. Dans chacun des intervalles, on compte le nombre de vagues ayant une hauteur contenue dans l'intervalle considéré. On obtient alors la densité de probabilité $p(H_i)$ en divisant par ΔH et le nombre de vagues total, qu'on peut comparer à la loi de distribution de Rayleigh.

Pratiquement, la fonction `distribution.m` permet d'estimer p . On donne en entrée une matrice contenant les hauteurs détectées en ligne, les colonnes représentant différentes sondes ou états de mer, ainsi que le nombre de segments. En sortie, on obtient l'estimation de la densité de probabilité et le vecteur contenant les hauteurs où elle est estimée (celles sont prises au milieu des segments $[H_i; H_i + \Delta H]$). La figure 2 montre la comparaison entre la densité de probabilité des hauteurs estimée à partir de l'analyse vague par vague d'une mesure et la loi de Rayleigh. On a pris 20 hauteurs entre 0 et H_{max} .

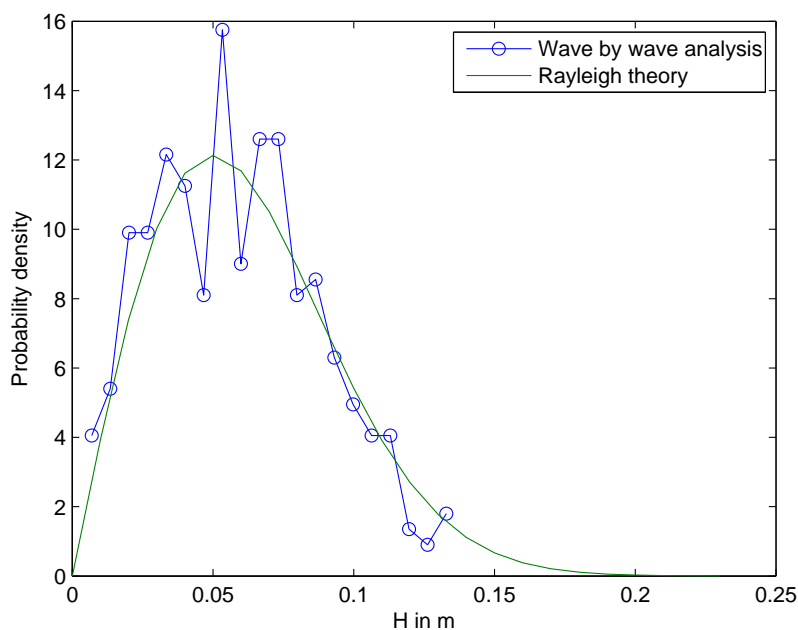


FIGURE 2 – Houle irrégulière dans le domaine temporel, répartition des hauteurs.

1.5 Tests effectués

Une question qu'on peut se poser est qu'une partie des vagues mesurées n'est pas vue par ce type d'analyse. Par exemple, une petite vague superposée à une plus longue n'entraînera pas de passage à zéro et ne sera pas détectée. On peut donc se demander quelles longueurs d'onde sont détectées.

On tente de répondre à cette question en faisant une analyse sur un signal de houle irrégulière en filtrant de plus en plus. voir un début dans

`test_irreg_wbw_filt`

2 Analyse statistique probabiliste

L'approche probabiliste s'intéresse comme son nom l'indique aux densités de probabilité de l'élévation ou de la hauteur des vagues. Dans les deux cas, on part d'une mesure ponctuelle sur une durée suffisamment longue pour avoir de bonnes statistiques.

2.1 Elévation

On raisonne directement sur les valeurs mesurées de η en un point. L'écart-type σ_η de l'élévation est relié à la hauteur significative par la relation

$$H_s = 4\sigma_\eta$$

On estime la densité de probabilité (pdf en anglais) de η en ce point ; on trace classiquement cette ddp en échelle semi-logarithmique (linéaire en abscisse, logarithmique en ordonnée).

Théoriquement on s'attend à une répartition gaussienne pour un état de mer peu cambré, ce qui correspond à une parabole dans la représentation semi-logarithmique. A plus forte cambrure, on observe un écart à loi gaussienne, qui se modélise par la loi de Tayfun au second-ordre ou Fedele au troisième ordre.

2.2 Hauteur de vagues

On étudie également la densité de probabilité des hauteurs de vague estimées en un point par la méthode d'analyse vague par vague. On s'attend à trouver une distribution de Rayleigh.

3 Analyse spectrale

3.1 Rappels théoriques

On représente un état de mer par un spectre $S(f)$ continu en fréquence. Par définition, l'énergie contenue dans la bande $[f; f + df]$ est $E(f, f + df) = S(f)df$.

3.1.1 Estimation du spectre à l'aide d'une Transformée de Fourier

La première idée pour obtenir le spectre de houle est d'effectuer une Transformée de Fourier du signal : ça ne marche pas mais on montre quand même le principe pour bien comprendre pourquoi on utilise une méthode plus compliquée.

On effectue une transformée de Fourier sur le signal de houle mesurée, par exemple avec une commande²

```
FT = Fourier(elevation);
```

Celle-ci représente directement l'amplitude a de chaque composante fréquentielle. La figure 3 montre à gauche l'allure de la transformée de Fourier. On observe qu'elle présente des oscillations importantes. Elles sont dues à plusieurs effets

- on analyse le signal de houle sur une durée différente de la période de répétition du batteur. On travaille donc avec des fréquences d'analyse différentes des fréquences de génération.
- les effets non-linéaires sont la source d'échanges d'énergie entre composantes.
- le bruit de mesure

On peut construire une estimation du spectre $S_{fft}(f)$ d'après la relation

$$S_{fft}(f) df = \frac{a^2}{2}$$

d'où la commande

```
delta_f = 1 / T_d;  
S_fft = FT.^2 / (2 * delta_f)
```

La figure 3 de droite montre que cet estimateur de spectre ne donne pas de bon résultat³ du fait des oscillations marquées déjà observées pour la transformée de Fourier. On peut cependant

2. La fonction `Fourier.m` estime la TF avec une formule du type `fft(X) * 2 / length(X)`

3. On dit (en traitement du signal) que l'estimateur $S_{fft}(f)$ est biaisé d'une part, et d'autre part, on définit pour chaque fréquence une variance. Le biais de $S_{fft}(f)$ provient d'une coupure brusque aux extrémités du signal. La variance de $S_{fft}(f)$ ne diminue pas lorsqu'on augmente le nombre de points.

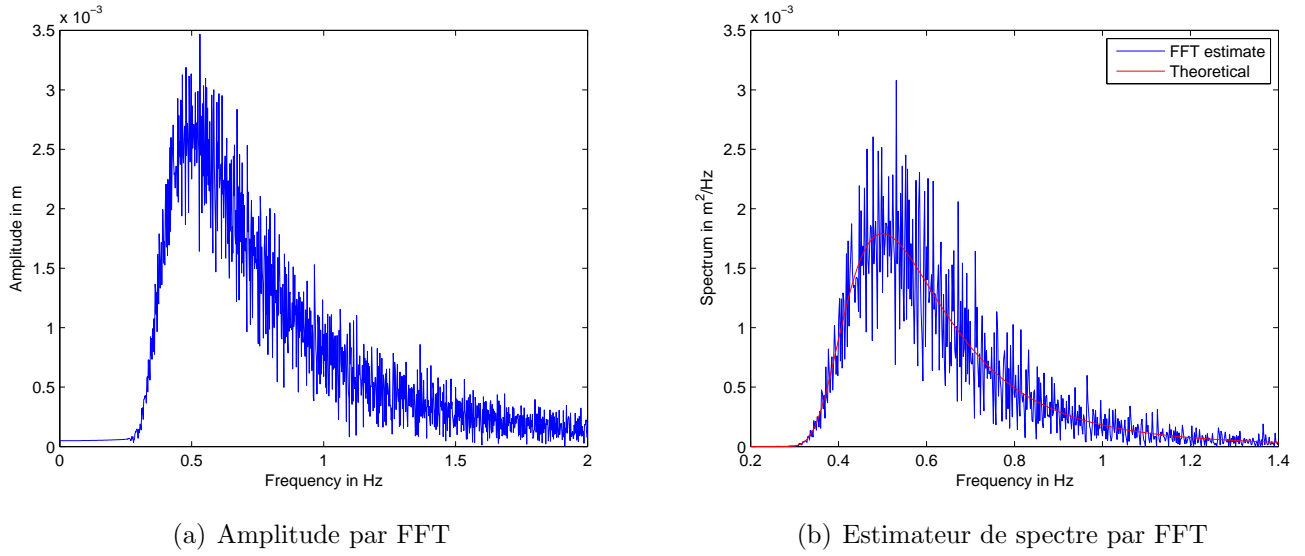


FIGURE 3 – Houle irrégulière dans le domaine fréquentiel, analyse par FFT.

remarquer que le spectre attendu, en rouge, passe bien au milieu des oscillations, et que la hauteur significative⁴ est correcte.

Pour obtenir un estimateur de meilleur qualité, permettant par exemple de comparer deux spectres, on doit *lisser* le spectre de Fourier précédent. Diverses techniques sont présentes dans la littérature :

- soit on lisse directement le spectre S_{fft} en faisant une moyenne glissante par exemple,
- soit on divise le signal en segments plus courts, on estime un spectre pour chaque segment et on moyenne les spectres obtenus.
- soit on fait les deux (voir par exemple traitement fait par les bouées Datawell)

Dans les deux cas, on perd de l'information, ce qui se traduit par une résolution fréquentielle plus faible que celle de la transformée de Fourier ($\Delta_f = 1/T_d$).

3.1.2 Estimation du spectre

Une fois mesuré le signal $\eta(t)$ sur une sonde (entre 0 et T_d), on peut estimer le spectre en énergie $S_{\eta\eta}(f) = S(f)$ à l'aide de la méthode de Welch⁵ (fonction `pwelch.m` sous **Matlab**[®]). C'est la méthode généralement utilisée ; on peut noter qu'on la trouve parfois sous d'autres noms.

Le principe de base de la méthode est de diviser le signal en segments (une dizaine), d'estimer un spectre pour chaque segment (méthode du périodogramme) et de moyenner les spectres obtenus. Le principe détaillé de la méthode de Welch est décrit en Annexe B.

Exemple : La figure 4 montre le spectre obtenu avec la méthode de Welch sur un signal de 8 min 30 divisé en 15 segments. On constate que la résolution fréquentielle est faible. Le pas

4. Voir la section 3.2.2 pour le calcul de la hauteur significative.

5. Welch, P.D, "The Use of Fast Fourier Transform for the Estimation of Power Spectra : A Method Based on Time Averaging Over Short, Modified Periodograms," IEEE Trans. Audio Electroacoustics, Vol. AU-15 (June 1967), pp. 70-73.

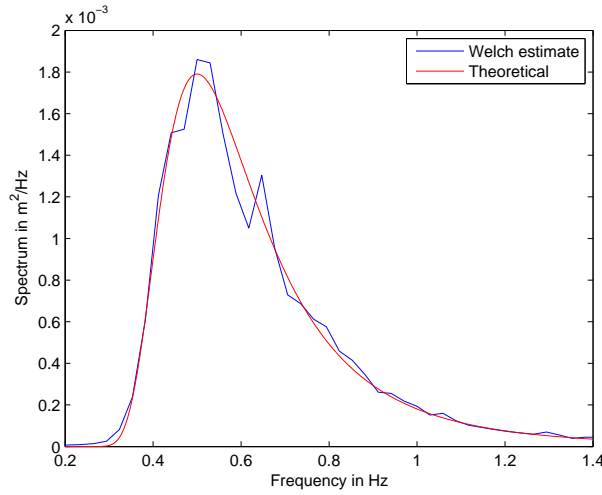


FIGURE 4 – Houle irrégulière dans le domaine fréquentiel, méthode de Welch.

en fréquence Δf vaut maintenant

$$\Delta f = \frac{1}{T_s}$$

où T_s est la durée d'un segment.

La fonction `pwelch.m` : Elle évalue la densité spectrale de puissance (DSP) qui est pour nous le spectre $S(f)$. Elle est utilisée avec les arguments suivants

```
[Pxx,f] = pwelch(elevation>window,noverlap,nfft,fs);
```

On donne en entrée le signal `elevation` (éventuellement contenant plusieurs signaux répartis sur les colonnes), une fenêtre⁶ `window`, le nombre de points de recouvrement⁷ `noverlap`, le nombre de points `nfft` sur lequel est fait les FFTs, et la fréquence d'échantillonnage `fs`. On découpe le signal en N_s segments⁸ en prenant `nfft=floor(length(x(:,1)) / N_s)`. Pour faire simple, on définit une fenêtre rectangulaire

```
window = ones(nfft);
```

et un recouvrement de moitié entre les segments `noverlap=floor(nfft/2)`. On peut également utiliser une fenêtre de Hanning (par défaut) ou de Blackman-Harris (utilisée lors des essais en turbulence d'onde)

```
window = hanning(nfft);
```

La sortie `Pxx` contient directement $S(f)$ évaluée pour les différentes sondes aux fréquences données par `f`.

On peut définir aussi le spectre en pulsation $S(\omega) = S(f)/2\pi$, ou en nombre d'onde $S(k) = S(\omega)c_g$.

6. La fenêtre a pour objectif de mettre à zéro le signal aux deux extrémités et de diminuer ainsi le biais de l'estimateur. Une fenêtre rectangulaire n'aura pas d'effet.

7. Le recouvrement a pour effet d'augmenter le nombre de degré de liberté et diminuer la variance de l'estimateur.

8. Prendre 15 segments sur 8 min fonctionne bien

3.1.3 Génération

Dans le bassin, on génère une superposition de composantes discrètes cette fois, de fréquence f_i

$$\frac{a_i^2}{2} = S(f_i) \Delta f$$

où Δf est l'écart entre deux fréquences⁹. L'amplitude a_i de la $i^{\text{ème}}$ composante vaut donc simplement

$$a_i = \sqrt{2 S(f_i) \Delta f}$$

Cette formule est aussi valable lors de l'analyse des signaux de houle irrégulière lorsqu'on veut passer du spectre en énergie aux amplitudes et vice-versa.

3.1.4 Spectres croisés et cohérence

Lorsqu'on étudie plusieurs signaux (élévation et mouvements par exemple), il est fréquent d'étudier la phase relative entre ces signaux. On estime alors les spectres croisés $S_{xy}(f)$ entre les signaux x et y .

$$S_{xy}(f) =$$

La phase de $S_{xy}(f)$ sera la phase relative entre le signal x et le signal y , autrement dit le déphasage du signal y par rapport au signal x .

On définit également la cohérence entre les deux signaux

$$C_{xy}(f) = \frac{|S_{xy}(f)|}{\sqrt{S_{xx}(f) S_{yy}(f)}}$$

Cette cohérence est comprise entre 0 et 1. Lors d'un calcul de fonction de transfert (RAO), on ne conserve que la gamme de fréquence où la cohérence est supérieure à un seuil suffisant (entre 0.6 et 0.8).

3.2 Résultats

3.2.1 Moments du spectre

On définit les moments du spectre fréquentiel de la manière suivante

$$m_n = \int_0^{+\infty} f^n S(f) df$$

Il existe une définition similaire pour les moments du spectre en pulsation. Ces moments servent à définir les grandeurs caractéristiques du spectre qu'on décrit dans la suite. Ces grandeurs intégrales dépendront peu de la résolution fréquentielle.

9. Il est relié à la période de répétition du batteur, à savoir

$$\Delta f = \frac{1}{T_{\text{repeat}}} = \frac{\text{clock}}{2^{\text{rnumber}}}$$

où la fréquence d'horloge vaut par défaut `clock` = 32 Hz.

3.2.2 Hauteur significative

La hauteur significative associée au spectre $S(f)$ vaut

$$H_{m_0} = 4\sqrt{m_0}$$

où m_0 est le moment d'ordre 0 du spectre. Dans le cas où on a effectué une estimation du spectre, on a obtenu des valeurs estimées S_j aux fréquences d'analyse $f_j = \Delta f_s$ et la hauteur significative vaut alors

$$H_{m_0} = 4\sqrt{\sum S_j \Delta f_s} = 4\sqrt{\frac{1}{T_s} \sum S_j}$$

Il faut noter que c'est la durée d'un segment qui intervient ici et non pas la durée totale du signal. Elle change donc si on change de nombre de points dans les segments.

3.2.3 Autres grandeurs

On peut aussi estimer la fréquence moyenne $f_m = m_1/m_0$, la fréquence de pic, la période d'énergie, la fréquence up-crossing $f_z = \sqrt{m_2/m_0}$, la fréquence de deux crêtes successives $f_c = \sqrt{m_4/m_0} \dots$

Pour un spectre de Bretschneider, on a les relations $f_z = 1.41f_p$, $f_m = 1.30f_p$, $f_c = 2.86f_p$

La pente significative est $p_s = 4\sqrt{m_4}/g$

On obtient $p_s = 4.02k_p H_s$

3.3 Analyse de la réflexion

Les essais en houle irrégulière permettent d'estimer le coefficient de réflexion de la plage lors d'une mesure sur P sondes. Pour cela, on estime les spectres croisés entre paires de sondes pour avoir une information de phase, à l'aide de la fonction MatLab `cpsd.m` par exemple. Ces arguments sont les mêmes que pour `pwelch.m` en insérant le second signal en second argument.

En suivant la méthode de Mansard et Funke [3], on estime les spectres $S_p(f)$ pour $p = 1$ à P et les spectres croisés $C_{1p}(f)$ pour $p = 2$ à P puis on construit les amplitudes de Fourier suivantes

$$b_1(f) = \sqrt{2 S_1(f) \Delta f} \quad \text{et} \quad b_p(f) = \sqrt{2 S_p(f) \Delta f} e^{i \arg C_{1p}(f)}$$

On applique alors la séparation incident / réfléchi expliquée dans le rapport [2] sur l'analyse de la houle régulière, partie (3.4). Seule l'analyse linéaire a été testée pour l'instant.

3.4 Analyse directionnelle

L'analyse d'une houle multi-directionnelle cherche à déterminer le spectre directionnel de cette houle. Pour cela, on emploie des signaux mesurés sur un réseau de N sondes. La routine **Matlab**[®] intitulée `directional_resolution.m` permet d'anticiper la qualité d'un réseau en évaluant la résolution de ce dernier, dans le contexte d'une résolution par TF inverse. Le travail de DEA [1] a conduit à la programmation des méthodes classiques de la littérature. Elles sont disponibles sous Fortran et Pierre Roux de Reilhac les a re-codées en MatLab (voir aussi chez SEMREV).

La méthode approchée MEM AP2 de Kim 94 est à coder (stage Ingénieur chez Bosch de Maud Lamaze).

4 Comparaison simulation/expérience

Pour comparer des résultats expérimentaux et numérique en houle irrégulière, on propose les méthodes suivantes. On travaille sur un signal $x(t)$ qui peut être une élévation, un effort, un mouvement du navire...

4.1 Comparaison temporelle

La première comparaison se fait dans le domaine temporel. On superpose les signaux expérimental et numérique. On observe des différences d'amplitude et de phase. On peut évaluer/tracer l'erreur

$$\varepsilon(t) = \|x_m(t) - x_s(t)\|$$

L'inconvénient de cette dernière est que deux signaux identiques mais déphasés conduiront à une erreur importante. On cherche alors à séparer l'erreur en amplitude et l'erreur en phase. La première peut être appréhendée par l'étude de l'enveloppe du signal. On peut utiliser pour extraire l'enveloppe une transformée de Hilbert. On note $H(x)(t)$ la transformée de Hilbert du signal $x(t)$. On peut évaluer simplement la transformée de Fourier $\hat{H}(x)$ de $H(x)$ par

$$\hat{H}(x) = \mathcal{F}(H(x))(\omega) = (-i \operatorname{sgn}(\omega)) \cdot \mathcal{F}(x)(\omega)$$

où

$$\operatorname{sgn}(\omega) = \begin{cases} -1 & \text{pour } \omega < 0 \\ 0 & \text{pour } \omega = 0 \\ +1 & \text{pour } \omega > 0 \end{cases}$$

La transformée de Hilbert est simplement la partie réelle de la transformée inverse de $\hat{H}(x)$ ($H(x)$ est réelle comme x). L'enveloppe du signal x est alors $e(t) = \sqrt{x^2 + H(x)^2}$ et la phase¹⁰ est

$$\phi(t) = \arctan \frac{H(x)}{x} = \omega(t)t + \psi$$

moyenne glissante sur Δe et $\Delta \phi$ avec fenêtre nT_p , ou intégrale à la Charles (de 0 à t)

calcul de la pulsation $\omega(t) = d\phi/dt$, on observe après le front d'onde un passage à $\omega(t)$ constant puis de larges oscillations lorsque les ondes courtes sont arrivées. L'amplitude des oscillations doit être liée à la largeur du spectre.

Travailler sur un spectre linéaire pour voir le lien

Un retard de phase (déphasage) peut se voir en regardant les instants de passage des vagues dans une analyse vague par vague.

A Fonctions développées sous Matlab®

Les fonctions décrites dans la suite sont stockées dans le répertoire `lib\experiments\spectral_analysis` sauf mention contraire.

10. La phase est obtenue avec la fonction `atan2`

A.1 Fonction `spectral_analysis.m`

Cette fonction estime les spectres d'une part et les spectres croisés, la cohérence et la fonction de transfert par rapport à un signal de référence d'autre part. La syntaxe est

```
[S_xx, freq, S_xy, C, TF] = spectral_analysis(signal, f_samp, i_ref, T_seg, C_c);
```

avec

signal matrice de données, en ligne le temps, en colonne les capteurs

f_samp fréquence d'échantillonnage en Hz

i_ref indice de la colonne correspondant au signal de référence (sonde à houle)

T_seg durée en s des segments

C_c seuil de cohérence entre 0 et 1 (0.7 ou 0.8 est une valeur classique)

B Principe de la méthode de Welch

Le principe de la méthode de Welch est le suivant (reproduit depuis l'aide **Matlab**[®])

1. Le signal η est découpé en k segments de longueur T_s se recouvrant éventuellement (N_s points pour chaque segment)
2. Pour chaque segment :
 - Une fenêtre est appliquée
 - La transformée de Fourier est évaluée sur `nfft` points (troncature ou zéro padding éventuels)
 - Le périodogramme modifié est calculé
3. On moyenne l'ensemble des périodogrammes pour former l'estimateur de spectre \hat{S}
4. Ce dernier est mis à l'échelle en divisant par la fréquence d'échantillonnage

Le nombre de segments k en lesquels le signal d'entrée est divisé est donné par

$$k = \frac{N - N_o}{N_s - N_o}$$

où N , N_s et N_o sont les nombres de points respectivement du signal x complet, des segments et de recouvrement. On dit que plus le nombre de segments est élevé, meilleur est l'estimateur de spectre.

Références

- [1] Félicien Bonnefoy. Analyse des champs de vagues 2D et 3D : étude bibliographique et mise en œuvre. Rapport de DEA, Laboratoire de Mécanique des Fluides – École Centrale de Nantes, 2001.
- [2] Félicien Bonnefoy. Analyse de houle régulière ou bi-chromatique avec n sondes. séparation incident/réfléchi, houle cambrée. Technical report, Laboratoire de Mécanique des Fluides, 2010.
- [3] E.P.D. Mansard and E.R. Funke. The measurement of incident and reflected spectra using a least squares method. In *Proceedings of the 17th International Conference on Coastal Engineering*, pages 154–172, Sydney, 1980.