

---

# Rapport Interne

## Analyse de houle

### 2010

---

Analyse de houle régulière ou bi-chromatique  
avec  $N$  sondes  
Séparation incident/réfléchi, houle cambrée.

#### Objet

Le rapport contient la description des analyses possibles en houle régulière ou bi-chromatique. Elles permettent l'étude de la réflexion linéaire, la mesure du taux d'onde libre, la prise en compte d'effet d'ordre trois sur les vitesses de phase.

Félicien Bonnefoy  
Laboratoire de recherche en Hydrodynamique,  
Energétique et Environnement Atmosphérique  
Centrale Nantes

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>4</b>
<b>1 Passage des fronts d'onde</b>	<b>4</b>
1.1 Visualisation . . . . .	4
1.2 Calcul des temps de passage . . . . .	5
1.3 En profondeur infinie . . . . .	5
1.4 Matérialisation sous <b>Matlab</b> <sup>®</sup> . . . . .	5
<b>2 Techniques d'analyse</b>	<b>6</b>
2.1 Analyse vague par vague . . . . .	6
2.1.1 Principe de l'analyse . . . . .	6
2.1.2 Statistiques sur les vagues détectées . . . . .	6
2.1.3 Avec plusieurs sondes . . . . .	7
2.2 Analyse de Fourier glissante . . . . .	7
2.2.1 Définitions . . . . .	7
2.2.2 Côté pratique . . . . .	8
2.3 Corrélations temporelles en deux sondes . . . . .	8
<b>3 Analyse du fondamental</b>	<b>8</b>
3.1 Houle incidente seule . . . . .	8
3.2 Houle incidente et réfléchie . . . . .	9
3.3 Principe . . . . .	10
3.4 Approche linéaire . . . . .	10
3.4.1 Houle incidente seule . . . . .	10
3.4.2 Houles incidente et réfléchie . . . . .	10
3.4.3 Règles . . . . .	12
3.5 Approche non-linéaire . . . . .	13
3.6 à faire . . . . .	14
<b>4 Analyse non-linéaire</b>	<b>14</b>
4.1 Description du champ de vague . . . . .	14
4.1.1 Houle incidente seule . . . . .	14
4.1.2 Houle incidente et houle réfléchie . . . . .	15
4.1.3 Houle incidente et onde stationnaire . . . . .	15
4.2 Analyse au second ordre . . . . .	16
4.2.1 Instants d'arrivée . . . . .	16
4.2.2 Résolution . . . . .	16
4.3 à faire . . . . .	17
<b>5 Conseils pratiques</b>	<b>18</b>
<b>6 Houle bi-chromatique</b>	<b>18</b>

<b>A</b>	<b>Fonctions développées sous Matlab<sup>®</sup></b>	<b>20</b>
A.1	select_stationary.m . . . . .	20
A.2	natural_modes.m . . . . .	20
A.3	correc_time.m . . . . .	21
A.4	add_front.m . . . . .	21
A.5	calc_T_repeat.m . . . . .	21
A.6	filt.m . . . . .	21
A.7	check_probe_spacing.m . . . . .	22
A.8	filt_low_pass.m . . . . .	22
A.9	filt_high_pass.m . . . . .	22
A.10	front_arrival_linear.m . . . . .	22
A.11	front_arrival_nonlinear.m . . . . .	23

# Introduction

On décrit dans ce rapport l'état d'avancement des routines d'analyse de houle régulière ou bi-chromatique avec les raffinements ajoutés au fur et à mesure depuis le DEA [1]. Ce dernier présentait la méthode de Mansard et Funke de séparation houle incidente – houle réfléchie, adaptée à une houle régulière, avec la relation de dispersion linéaire.

Ce rapport présente différentes techniques d'analyse, parmi

- Analyse vague par vague
- Analyse de Fourier glissante
- Corrélations

Elles permettent d'étudier les propriétés de la houle incidente

- Hauteur crête à creux, amplitude
- Période, vitesse de phase, vitesse de groupe
- Etude des harmoniques non-linéaires (onde de Stokes, onde libre)

de traiter aussi le cas de la réflexion avec houle incidente et houle réfléchie superposée

- Coefficient de réflexion

La première partie de ce rapport traite des techniques d'analyse

La seconde partie traite de l'étude du fondamental en  $\omega$ , rappelle la méthode mise en place en DEA et présente la prise en compte des effets non-linéaires sur la vitesse de phase, utile lorsque la cambrure est supérieure à 3 %. La seconde partie traite des composantes non-linéaires de pulsation  $2\omega$  (dues aux effets second-order) avec notamment la séparation onde liée – onde libre qui est utile lors de l'étude de la suppression des ondes libres parasites. La troisième partie décrit le cas d'une houle bi-chromatique.

## 1 Passage des fronts d'onde

Il faut noter que les études mentionnées ci-dessous se font toujours en régime stationnaire, une fois que les phénomènes transitoires ont disparu. On travaille donc dans des intervalles de temps entre deux passages de front d'onde, venant du batteur ou de la plage.

On suppose connue la période  $T$  de la houle (soit on a généré la commande du batteur et on connaît alors la période demandée, soit on peut mesurer cette période au préalable par une technique de passage à zéro). On sait alors évaluer la vitesse de groupe linéaire de la houle ( $c_g = c_\varphi/2$ ); à partir de la position  $x_p$  des sondes, on peut déterminer l'instant  $t_1$  de passage du front d'onde à la position moyenne  $x_m$  des sondes.

### 1.1 Visualisation

La figure 1 affiche un exemple typique d'enregistrement de sonde à houle pour un champ de vague régulier. On peut observer l'arrivée du front d'onde en provenance du batteur, ainsi que l'existence d'un second front d'onde qui provient de la plage, rendu visible par l'augmentation apparente de l'amplitude de la houle. L'arrivée du front d'onde réfléchi peut se traduire aussi bien par une augmentation apparente comme sur la figure 1 que par une diminution de l'amplitude, en fonction de la position de la sonde par rapport à l'onde partiellement stationnaire qui s'installe.

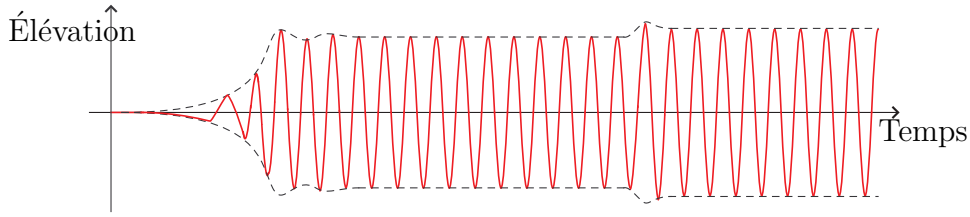


FIGURE 1 – Allure d'un signal de sonde en houle régulière.

## 1.2 Calcul des temps de passage

À l'aide de la distance  $L$  batteur-plage, on peut également prévoir le retour à  $t = t_2$  du front d'onde réfléchi aux sondes, ainsi que les passages  $t_3, t_4 \dots$  des réflexions successives, en fonction de la distance  $D_i$  parcourue. Le calcul de ces instants d'arrivée est effectué à l'aide de

Instant	Réflexion sur la plage	Réflexion sur le batteur	Distance parcourue $D_i$
$t_1$	0	0	$x_m$
$t_2$	1	0	$2L - x_m$
$t_3$	1	1	$2L + x_m$
$t_4$	2	1	$4L - x_m$

TABLE 1 – Passage du front d'onde linéaire

la vitesse de groupe par la relation

$$t_i = \frac{D_i}{c_g}$$

## 1.3 En profondeur infinie

En profondeur infinie<sup>1</sup>, la vitesse de groupe vaut  $c_g = c_\varphi/2$  avec  $c_\varphi \simeq 1.56T$ . Les instants d'arrivée sont proportionnels à la période de la houle. Ces instants peuvent être estimés simplement en profondeur infinie par la formule

$$t = \frac{D}{c_g} = \frac{2D}{c} = 2 \frac{D}{\lambda} T$$

Il s'agit du double de nombre  $D/\lambda$  de longueur d'onde parcourues fois la période.

## 1.4 Matérialisation sous Matlab®

Une fois les signaux de houle tracés sous **Matlab**®, la fonction `add_front.m` permet d'ajouter sur le graphe un trait vertical correspondant à l'instant d'arrivée d'une houle de fréquence  $f$  à la distance  $x$  du batteur (voir la description de la fonction en Annexe A).

Une seconde fonction `front_arrival_linear.m` permet de tracer les courbes  $t_1$  à  $t_4$  en fonction de la fréquence pour un bassin donné.

1. L'hypothèse de profondeur infinie est valable à 5 % dès que  $kh > 2$  et à 1 % dès que  $kh > 3$ , au sens où  $\tanh kh > 0.95$  ou  $0.99$  respectivement.

## 2 Techniques d'analyse

### 2.1 Analyse vague par vague

#### 2.1.1 Principe de l'analyse

On peut utiliser la fonction `wbw_analysis.m` d'analyse vague par vague développée sous **Matlab**<sup>®</sup> pour tracer par exemple l'évolution de la hauteur des vagues en fonction du temps. Des explications détaillées de cette fonction sont données dans le rapport sur la houle irrégulière [3]. La figure 2 montre l'exemple d'un signal de houle enregistré dans le petit bassin de houle. La période demandée est de 1.25 s et l'amplitude 1.2 cm. On peut repérer le passage du front d'onde

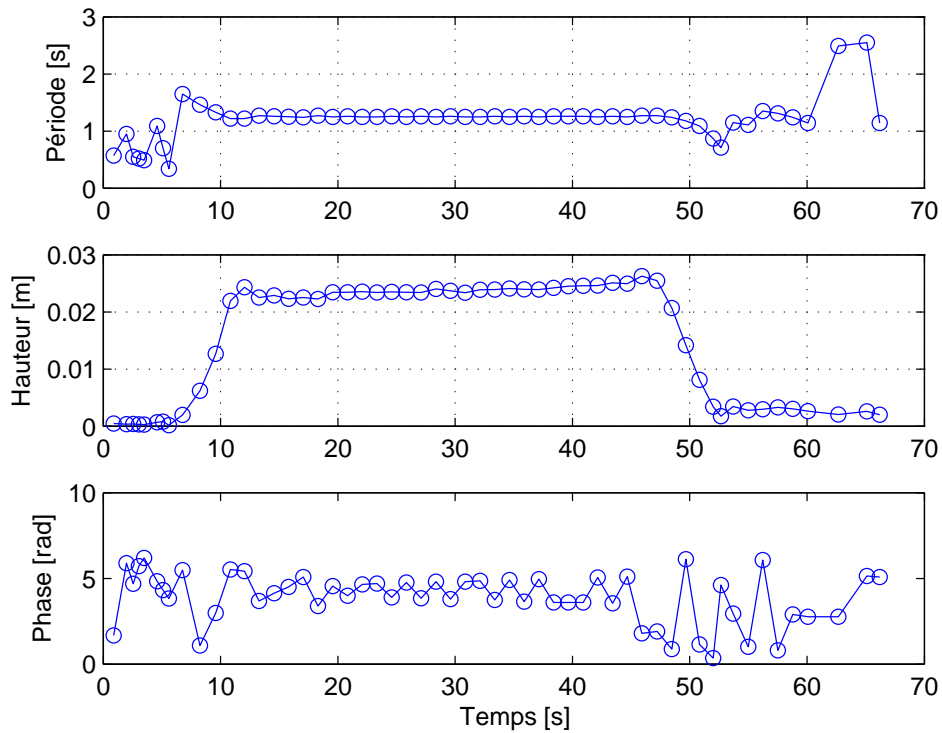


FIGURE 2 – Analyse vague par vague d'un signal de sonde obtenu dans le petit bassin de houle.

sur le relevé des hauteurs de vague, à  $t_1 = 5$  s. Les grandeurs estimées ont un sens physique seulement après ce front d'onde. On constate que hauteur et période prennent des valeurs stables jusqu'à l'arrêt du batteur. En revanche, l'estimation de la phase est plus délicate et la valeur obtenue oscille, ce d'autant plus que la houle réfléchie arrive à la sonde.

#### 2.1.2 Statistiques sur les vagues détectées

Une fois exécutée la fonction `wbw_analysis.m`, on peut traiter de manière statistique les données obtenues, pour obtenir par exemple une hauteur moyenne en régime permanent.

On commence par isoler les vagues correspondantes au régime établi entre les instants  $t_1$  (ou quelques périodes (5) après le passage du front d'onde) et  $t_2$  (ou quelques périodes (5) avant

l'arrivée du front d'onde réfléchi) à l'aide de la fonction `select_stationary.m` qu'on applique aux résultats up ou down-crossing (voir l'Annexe A).

On évalue ensuite les grandeurs moyennes, écart-type pour la hauteur, la période, l'amplitude de crête, de creux. On peut vérifier entre autres que la hauteur moyenne est bien égale à la somme des amplitudes de crête et de creux moyennes. En régime établi, l'écart-type sur une grandeur  $X$  donnera par exemple une estimation de l'incertitude de mesure  $\Delta X$  et par là de l'erreur quadratique moyenne  $\varepsilon_X = \Delta X/X_m$ . L'écart-type pourra aussi être interprété comme une mesure de la stationnarité ou homogénéité du champ de vagues.

### 2.1.3 Avec plusieurs sondes

Si l'on dispose de plusieurs sondes, on moyenne sur les sondes pour obtenir les valeurs  $H$  ou  $T$ . On évalue l'écart-type sur l'ensemble des vagues mesurées par les sondes (*i.e.* on met toutes les vagues dans un seul vecteur et on calcule l'écart-type correspondant plutôt que de calculer un écart-type par sonde).

L'estimation de la phase dépend de la qualité de l'estimation de la période. Des tests avec des houles synthétiques ont montré qu'une composante  $2\omega$  libre ou liée ne modifie pas l'estimation de  $H$  et  $T$ , ni de la phase.

On peut également estimer la vitesse de phase par la distance entre deux sondes divisée par l'intervalle de temps séparant le passage sur chacune des sondes. Auparavant, il faut préparer les données précédentes. Après avoir sélectionner tout d'abord les instants de passage avec `select_stationary.m`, on s'assure que la détection commence sur la même vague et que l'on observe bien les mêmes vagues sur les deux sondes

```
while time_2(1) < time_1(1)
    time_2(1) = [];
end
time_1(min(length(time_1),length(time_2))+1:end) = [];
time_2(length(time_1)+1:end) = [];
```

On évalue alors la vitesse de phase de chaque vague par `c=distance./(time_2-time_1)`; puis on peut évaluer des grandeurs statistiques (vitesse moyenne, incertitude, erreur quadratique moyenne).

## 2.2 Analyse de Fourier glissante

### 2.2.1 Définitions

On se place dans le cas d'un signal expérimental  $f(t_n) = f_n$  qui est échantillonné à une fréquence  $f_e$ . Cet échantillonnage entraîne que la transformée de Fourier est périodique de période  $f_e$ ; de plus, le signal  $f$  est réel, la transformée est paire : on se limite à l'étude entre 0 et  $f_e/2$ .

Pour une houle régulière, le signal  $f$  est périodique une fois le régime établi atteint. On peut alors se limiter à une fenêtre temporelle finie de durée  $T_d$ , qu'on prend égale à un nombre entier de période. L'analyse de Fourier considère le signal comme périodique sur cette fenêtre<sup>2</sup>.

---

2. En régime transitoire, comme pendant le front d'onde, le signal  $f$  n'est pas périodique et il faut faire attention à l'interprétation de l'analyse glissante.

Et puisque le signal est périodique, les fréquences d'analyse sont discrètes : on effectue une décomposition en série de Fourier. Ces fréquences valent  $f_m = m/T_d$  pour  $m = 0$  à  $M = f_e T_d/2$

On définit une transformée de Fourier glissante du signal  $f(t_n)$  sur une fenêtre de durée  $T_d$  par

$$f(t') = \sum_{m=0}^M a_m(t) e^{i\omega_m t'} \quad \text{pour } t' \in [t - T_d/2; t + T_d/2]$$

où  $M = f_s T_d/2$ .

$$a_m(t) = \int_{t-T_d/2}^{t+T_d/2} f(t') e^{-i\omega_m t'} dt'$$

### 2.2.2 Côté pratique

Il faut s'assurer qu'on prend un nombre entier de période, sans quoi la fréquence de la houle ne tombe pas en face d'une fréquence d'analyse. Les routines sous **Matlab**<sup>®</sup> sont décrites dans le rapport [2].

## 2.3 Corrélations temporelles en deux sondes

Si on dispose de plusieurs sondes, on peut estimer la vitesse de phase par la distance entre deux sondes divisée par le temps de parcours. Ce dernier peut être évalué à l'aide de la corrélation croisée. Auparavant, il faut préparer les données précédentes en repérant l'intervalle de temps où la houle incidente est seule. On estime alors la corrélation croisée entre les signaux de deux sondes, pour des décalages max de 2 périodes (diminue les calculs). On peut utiliser par exemple la fonction `xcorr(probe1,probe2)` de **Matlab**<sup>®</sup>. Ensuite, on repère le décalage temporel correspondant au maximum de la corrélation : il s'agit du temps de parcours de l'onde entre les deux sondes. .

## 3 Analyse du fondamental

La méthode de Mansard et Funke [4] a servi de base à la mise en place de l'analyse pour la houle linéaire. À partir de relevés de houle sur  $N$  sondes, on détermine les caractéristiques de la houle générée dans le bassin. En fonction de l'intervalle de temps pendant lequel on étudie la houle, on se trouvera en présence de houles différentes.

- entre  $t_1$  et  $t_2$ , houle incidente seule
- entre  $t_2$  et  $t_3$ , houle incidente et houle réfléchie superposées
- après  $t_3$ , houle incidente et houle stationnaire superposées

On commence par effectuer une analyse glissante sur un nombre entier de période (ou éventuellement une transformée de Fourier sur une seule fenêtre d'un nombre entier de périodes).

### 3.1 Houle incidente seule

Tout d'abord on observe la houle incidente seule entre les instants  $t_1$  et  $t_2$  ; il est important pour que cet intervalle soit le plus grand possible, que les sondes soient placées assez près du batteur<sup>3</sup>. Cet intervalle de temps permet de mesurer l'amplitude de la houle incidente et de valider par exemple la houle générée.

---

3. Mais suffisamment loin pour éviter les modes évanescents,  $x > 2h$ .



**Analyse glissante** On effectue une décomposition en houle incidente et houle réfléchie. On doit trouver  $a_{ref}$  négligeable devant  $a_{inc}$  : il s'agit d'un bon test. Si ça ne fonctionne pas, il faut vérifier l'ordre des sondes, la position des sondes etc. On peut estimer ensuite une amplitude incidente moyenne entre  $t_1$  et  $t_2$ , en prenant éventuellement une marge pour éviter les oscillations au niveau des fronts d'onde.

On peut aussi estimer la vitesse de phase de la houle. L'analyse fréquentielle fournit l'amplitude du fondamental  $a_1$  qui peut être reliée à l'amplitude linéaire  $a$  de la houle par

$$a_1 = \left(1 - \frac{3}{8}(ka)^2\right) a$$

On peut obtenir  $a$  à partir de  $a_1$  en résolvant en quelques itérations l'équation précédente. On vérifie alors que la hauteur de la houle vaut  $H = 2a$ , ce qui donne la relation suivante entre hauteur et amplitude du fondamental

$$2a_1 \left(1 + \frac{3}{8}(ka_1)^2\right) = H$$

À l'aide des phases de l'analyse glissante, on peut aussi évaluer la vitesse de phase de la houle. Il faut prendre garde de bien réordonner les phases qui sont données à modulo  $2\pi$  avant d'évaluer le nombre d'onde par

$$k = \frac{\phi(x) - \phi(x + \Delta x)}{\Delta x}$$

Pour cela, on s'assure qu'à chaque instant la phase  $\phi$  diminue bien lorsqu'on s'éloigne du batteur. La vitesse est donnée par  $c = \omega/k$  et l'incertitude par  $\Delta c = \omega/k^2 \Delta k$  où  $\Delta k$  est l'écart-type sur la différence de phase.

**Analyse vague par vague** voir section précédente

**Analyse par corrélation** L'analyse par corrélation croisée entre deux sondes permet d'estimer la vitesse de phase de la houle. voir section précédente

## 3.2 Houle incidente et réfléchie

Ensuite, on observe la superposition des houles incidente et réfléchie, entre  $t_2$  et  $t_3$ . On peut par exemple chercher à séparer le champ de vague mesuré en ces deux composantes

- houle incidente,
- houle réfléchie.

Cette séparation est utile lors de l'analyse de la réflexion de la plage d'amortissement située à l'extrémité du bassin, ou de la réflexion par une structure quelconque dans le bassin. Dans les deux cas, il faut placer les sondes assez près de la structure réfléchissante, de manière à maximiser le temps d'analyse avant le front d'onde réfléchi depuis les murs latéraux ou le batteur.

**Analyse vague par vague** pas très utile

**Analyse par corrélation** pas très utile

**Réflexions multiples** Enfin, se produisent ensuite des multiples réflexions, après  $t_3$ . Lorsque la houle générée effectue de multiples allers-retours dans le bassin (ondes longues et/ou longue durée de mesure), une onde stationnaire s'installe dans le bassin. Il peut alors être intéressant de décomposer le champ de vague en

- houle incidente,
- onde stationnaire.

On voit donc que l'analyse des mesures doit s'adapter à la composition du champ de vague. Éventuellement, une séparation incident/réfléchi peut être appliquée à l'intervalle où la houle incidente est seule, mais pas au cas où la houle stationnaire est installée.

On peut faire remarquer ici qu'il n'est pas possible de décomposer le champ de vague en 3 composantes : houle incidente, réfléchie et onde stationnaire. Le déterminant du système linéaire qu'on définira plus tard est nul ce qui s'explique par le fait que l'onde stationnaire est elle-même une onde dans les deux sens et que la décomposition en trois ondes est alors redondante.

### 3.3 Principe

On commence par sélectionner une fenêtre temporelle de durée égale à un nombre entier de période, en s'appuyant sur la fréquence connue du batteur qui est donc celle de la houle. On peut effectuer une analyse glissante ; dans ce cas on déplace la fenêtre sur tout le signal mesuré. Ou on se place dans l'intervalle de temps qui nous intéresse et on vérifie que le comportement de la houle est homogène. Une modulation des signaux de houle ou un changement d'amplitude peuvent mettre en évidence des phénomènes transitoires (front d'onde incident, réfléchi. . . ) qu'on cherche à éviter en régime stationnaire. On calcule la transformée de Fourier du signal sélectionné, la précaution précédente assurant que la houle sera décrite par un mode fondamental et ses harmoniques.

### 3.4 Approche linéaire

#### 3.4.1 Houle incidente seule

Pour une houle incidente seule, l'amplitude de Fourier (complexe) du fondamental moyennée sur les sondes fournit l'amplitude linéaire. Ce type de houle est le plus simple et son analyse se limite donc à une transformée de Fourier. L'étude des phases doit permettre la mesure de la vitesse de phase  $c_\varphi$ , de la longueur d'onde  $\lambda = c_\varphi T$ , et donc l'accès aux effets non-linéaires d'ordre 3. On peut aussi utiliser la méthode suivante pour déterminer son amplitude.

#### 3.4.2 Houles incidente et réfléchie

Pour une superposition houle incidente–réfléchie, l'amplitude de Fourier au fondamental pour la sonde  $p$  placée en  $x = x_p$  vérifie l'une des équations suivantes

$$b_p = a_i e^{-i k x_p} + a_r e^{i k x_p} \quad (1)$$

$$b_p = a_i e^{-i k x_p} + a_s \cos k x_p \quad (2)$$

La première des équations correspond au cas incident–réfléchi, la deuxième au cas incident–stationnaire. On obtient ainsi un système sur-déterminé à deux inconnues ( $a_i ; a_r$ ) ou ( $a_i ; a_s$ ) et autant d'équations que de sondes.

Sous forme matricielle, le système précédent s'écrit  $b = Ma$  où  $b$  est constitué des amplitudes au fondamental sur les sondes,  $a$  est le vecteur d'inconnues et  $M$  une matrice dont la ligne  $p$  s'écrit

$$M_p = [e^{-ikx_p} \quad e^{ikx_p}]$$

Pour une superposition houle incidente – houle stationnaire, on utilisera

$$M_p = [e^{-ikx_p} \quad \cos kx_p]$$

On utilise la méthode des moindres carrés pour résoudre le système sur-déterminé, *i.e.* on construit le système de 2 équations à 2 inconnues suivant

$$\overline{M}^T b = \overline{M}^T M a \quad (3)$$

L'écartement des sondes est choisi de manière à ce que le déterminant du système ( $\det \overline{M}^T M$ ) ne s'annule jamais et que le conditionnement du système soit toujours bon sur l'ensemble des houles testées.

La fonction `check_probe_spacing.m` permet de tracer déterminant et conditionnement normalisés respectivement par  $P^2$  et  $P$  pour une gamme de fréquence. On peut ainsi s'assurer que l'écartement des sondes convient bien aux fréquences d'étude, et éventuellement corriger la position et/ou ajouter des sondes.

**Point de vue mathématique** Le conditionnement donne des informations sur l'incertitude attendue. Le système s'écrit  $Aa = c$  où  $A = \overline{M}^T M$  et  $c = \overline{M}^T b$ . Le conditionnement est défini par  $\kappa(A) = \|A^{-1}\| \cdot \|A\|$  où l'opérateur  $\|\cdot\|$  est une norme subordonnée à une norme  $|\cdot|$ . Il donne une borne de l'erreur relative commise sur la solution  $a$  lorsque les données  $A$  ou  $c$  sont perturbées. Il peut s'avérer que cette borne soit très grande, de sorte que l'erreur qui pourrait en découler rende la solution numérique inexploitable.

L'erreur relative sur  $a$  si la donnée  $c$  varie est

$$\frac{|\Delta a|}{|a|} \leq \kappa(A) \frac{|\Delta c|}{|c|}$$

Si la matrice  $A$  varie, l'erreur vérifie

$$\frac{|\Delta a|}{|a|} \leq \kappa(A) \frac{\|\Delta A\|}{\|A\|}$$

**Incertitudes** Les sources d'incertitude sont l'écartement des sondes (écart-type  $\sigma_x$ ), l'incertitude de mesure de l'élévation ( $\sigma_\eta$ ) et/ou d'analyse de Fourier (régime établi, nombre entier de période)  $\sigma_F$ .

L'incertitude sur la position des sondes se transmet via la matrice  $M$  vers la matrice  $A = \overline{M}^T M$  et le vecteur  $c = \overline{M}^T b$ .

Les autres incertitudes apparaissent dans  $c$  via  $b$ .

Toutes ces sources vont introduire une incertitude sur le coefficient de réflexion. L'idée est de comprendre la sensibilité au réseau (écartements).

La fonction `check_errors.m` s'intéresse aux incertitudes et erreurs relatives du point de vue mathématique. On donne un jeu de position des sondes, chacune étant réparti de façon uniforme (approche Monte-Carlo) autour d'une position moyenne avec une incertitude identique pour

chacune des sondes ( $\sigma_x = 3$  mm). Les positions moyennes sont utilisées pour estimer la matrice  $A$  et son conditionnement  $\kappa$ . Les positions aléatoires conduisent à des matrices  $A' = A + \Delta A$ . On en déduit  $\Delta A$  dont on estime la moyenne, norme 2  $\|\Delta A\|$ . Avec  $\kappa$ , on en déduit l'incertitude relative sur  $a$  due à l'incertitude sur la position seule (mesures précises et fidèles)

**Idées** On donne un coefficient de réflexion artificiel sur une gamme de fréquence. On donne un spectre incident généré par le batteur. On construit alors les  $a_i$  et  $a_r$  théoriques, en donnant des phases aléatoires. On peut alors créer des mesures  $b$  en appliquant le modèle (1). On ajoute un bruit sur ces spectres simulés. On regarde l'influence sur les amplitudes  $a$  incidentes et réfléchies.

On donne des mesures de houle irrégulière sur  $P$  sondes et on analyse les signaux sur une fenêtre de longueur variable.

Regarder la cohérence ?

$V(y(x)) = \sum_i \sum_j \partial_i y \partial_j y V_{ij}(x)$ . Si les  $x$  sont indépendantes alors  $V(y(x)) = \sum_i (\partial_i y)^2 V_{ii}(x)$

Montrer que le réseau optimal en terme d'incertitude relative est celui fourni par la règle ci-dessous (qui se résume à  $\Delta_{1p} = \lambda_{\max}/2^p$  pour  $p = 2$  à  $P$ ).

Trouver le réseau optimal à partir d'une gamme de fréquence, d'un nombre de sondes, de critères sur le déterminant et/ou le conditionnement

### 3.4.3 Règles

**Avec deux sondes** le déterminant vaut  $2i \sin k\Delta_{12}$ . Il passe par

- un maximum pour les longueurs d'ondes égales à  $\lambda = 4\Delta/(2n + 1)$  avec  $n$  entier soit 4 fois, 4/3 fois et 0.8 fois l'espacement,
- un minimum aux longueurs d'ondes égales à  $\lambda = 2\Delta/n$  c'est-à-dire des sous-multiples du double de l'espacement soit 2 fois, 1 fois, 2/3 fois l'espacement.

Le premier maximum du déterminant nous montre qu'on a intérêt à placer les sondes les plus éloignées à un quart de la longueur d'onde minimale.

**Avec trois sondes** le déterminant vaut  $6(1 - \cos k\Delta_{12} - \cos k\Delta_{13} - \cos k\Delta_{23})$ . Les règles ne sont pas évidentes à énoncer. Voici ce qu'on propose avec comme objectif de maximiser le conditionnement du système à résoudre.

**Construction** Exemple dans la gamme 0.5 à 1.5 Hz

- deux sondes distantes d'un quart d'une longueur d'onde élevée 4.5 m, soit  $\Delta_{12} = 1.12$  m,
- le déterminant montre alors un minimum pour  $\lambda = 2\Delta_{12} = 2.25$  m,
- une troisième sonde distante de la première d'un quart de cette longueur d'onde, soit  $\Delta_{13} = 0.57$  m,
- le déterminant montre alors un minimum pour  $\lambda = 1.1$  m,
- une quatrième sonde distante de la première d'un quart de cette longueur d'onde,  $\Delta_{14} = 0.28$  m.

De cette manière, le conditionnement reste faible sur toute la gamme de longueur d'onde de 4.5 à 1.1 m. Au-delà et tout d'abord pour une longueur d'onde 0.56 m, le déterminant s'annule, la mesure sera imprécise voire impossible. La règle se résume à  $\Delta_{1p} = \lambda_{\max}/2^p$  pour  $p = 2$  à  $P$ .

On peut également envisager de modifier la position des sondes 3 et 4 de manière à garder un déterminant non-nul. Cela se fait au détriment du conditionnement qui se dégrade dans la gamme 4.5 à 1.1 m ; la mesure est moins précise que précédemment.

### 3.5 Approche non-linéaire

La longueur d'onde est modifiée lorsque l'amplitude de la houle croît en raison des interactions non-linéaires entre vagues et en raison du courant de retour. On doit en tenir compte lorsqu'on construit le système (3), qu'on ré-écrit à partir de

$$M_p = \begin{bmatrix} e^{-i k'_i x_p} & e^{i k'_r x_p} \end{bmatrix}$$

Au troisième ordre, les interactions entre vagues modifient la longueur d'onde des houles générées. On trouve pour le cas houle incidente – houle réfléchie

$$\begin{aligned} k'_i &= k (1 - (ka_i)^2 + 2(ka_r)^2) \simeq k (1 - (ka_i)^2) \\ k'_r &= k (1 + 2(ka_i)^2 - (ka_r)^2) \simeq k (1 + 2(ka_i)^2) \end{aligned}$$

où on a négligé la correction  $(ka_r)^2$  liée à l'amplitude finie de la houle réfléchie. Ces corrections non-linéaires de la longueur d'onde sont obtenues à l'ordre 3 en série de perturbation.

Il est également nécessaire de prendre en compte le courant de retour<sup>4</sup> qui est un effet d'ordre 2 ; il vaut

$$U_r = -(ka)^2 c \frac{g}{2h\omega^2}$$

où  $c$  est la vitesse de phase, ce qui entraîne une modification de la longueur ou de  $k$  du type

$$\begin{aligned} k'_i &= k \left( 1 - \frac{U_r}{c} \right) = k \left( 1 + (ka_i)^2 \frac{g}{2h\omega^2} \right) \\ k'_r &= k \left( 1 + \frac{U_r}{c} \right) = k \left( 1 - (ka_i)^2 \frac{g}{2h\omega^2} \right) \end{aligned}$$

On a négligé, ici, le courant de retour accompagnant l'onde réfléchie. La figure 3 montre l'importance, en %, de la modification de longueur d'onde par le courant de retour, par rapport à celle due aux non-linéarités du troisième ordre. On observe que cette correction liée au courant de retour peut être négligée pour les faibles longueurs d'onde ( $f > 0.7$  Hz) mais doit être prise en compte pour les longueurs d'onde plus grandes. Elle peut atteindre ainsi 30 % de la correction du troisième ordre pour une longueur d'onde de 16 m.

Une fois qu'on a choisi quelle approximation prendre, on résout le système (3) modifié par itérations successives. On initialise la résolution par la solution linéaire  $a^{(1)}$  obtenue avec

$$k^{(1)} = k (1 + f(k, a^{(0)}))$$

où  $a^{(0)} = 0$ . On construit le nouveau système (3) en évaluant  $k^{(2)}$  à partir de  $a^{(1)}$  et ainsi de suite.

Pratiquement, on observe que seules quelques itérations sont nécessaires pour arriver à convergence : la prise en compte des effets non-linéaires sur la longueur d'onde est simple et peu coûteuse en temps de calcul ; on peut l'intégrer très facilement à la procédure d'analyse.

L'étape suivante est de considérer également la modification d'amplitude au troisième ordre :

$$a' = a \left( 1 - \frac{3}{8} (ka)^2 \right)$$

---

4. Ce courant de retour s'interprète comme l'onde libre de fréquence nulle générée par les non-linéarités sur le batteur. Il assure la conservation du volume et compense ainsi le courant de dérive de Stokes localisé près de la surface.

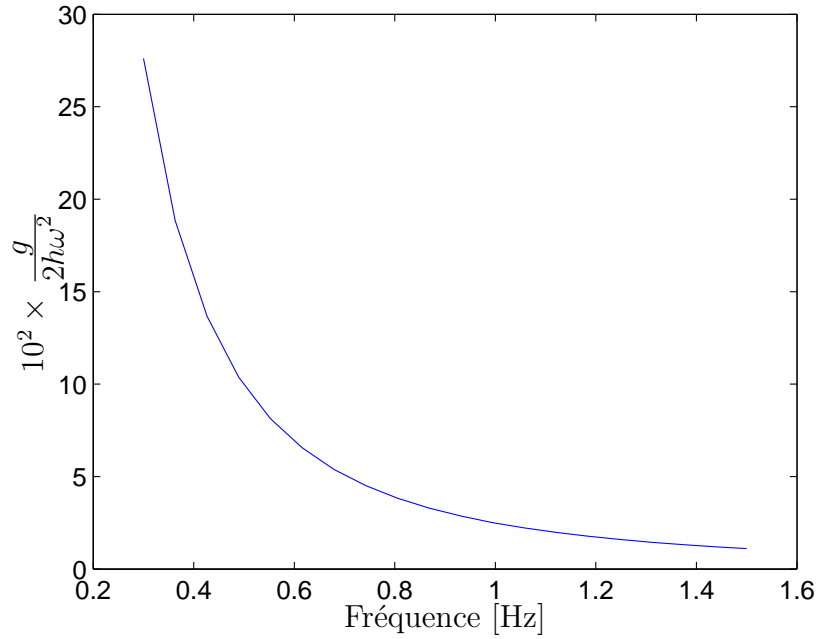


FIGURE 3 – .

### 3.6 à faire

Il reste à écrire une fonction **Matlab**<sup>®</sup> qui fasse la résolution décrite ci-dessus. Pour le moment, le programme d'analyse `data_analysis.m` s'en charge mais il n'est pas très flexible.

## 4 Analyse non-linéaire

Dans le cas d'une onde stationnaire au premier ordre, le champ de vague au second ordre est plus complexe. On décrit en détail chaque cas de figure, suivant la nature du champ de vague linéaire.

### 4.1 Description du champ de vague

#### 4.1.1 Houle incidente seule

Lorsque la houle incidente est seule, le champ de vague s'exprime par

$$\eta_1(x) = a e^{-i k x}$$

et la solution au second ordre se compose d'une composante liée en  $2\omega$  et éventuellement d'une composante libre en  $2\omega$ . On peut écrire que

$$\eta_2(x) = f(\omega, k, a^2) e^{-2i k x} + a_{free} e^{-i k_2 x}$$

L'amplitude de l'onde liée s'exprime<sup>5</sup> à partir des grandeurs du premier ordre :

$$f(\omega, k, a^2) = \frac{a^2}{g} \left( \frac{3(\omega^4 - g^2 k^2)}{-4\omega^2 + 2gk \tanh(2kh)} + \frac{3\omega^4 - g^2 k^2}{4\omega^2} \right)$$

où  $a$ ,  $\omega$  et  $k$  sont les grandeurs dimensionnelles. L'amplitude de l'onde libre quant à elle est prévisible  $a_{free} = g(\omega, k, a^2)$  : on cherche en général à supprimer cette onde parasite et on s'intéresse alors au taux d'onde libre défini comme

$$\frac{a_{free}}{f(\omega, k, a^2)}$$

La solution au second ordre comporte aussi le courant de retour mentionné plus haut. Il s'interprète comme la solution libre constante dans le temps.

#### 4.1.2 Houle incidente et houle réfléchie

On considère ici un champ de vague linéaire constitué de la superposition d'une houle incidente et d'une houle réfléchie

$$\eta_1(x) = a_i e^{-i k x} + a_r e^{i k x}$$

Dans l'hypothèse où l'absorption par la plage est correcte, on pourra négliger l'onde liée réfléchie. De même, l'onde libre générée par le batteur se réfléchissant sur la plage produira une onde réfléchie négligeable. Il est possible cependant que la plage génère une onde libre en  $2\omega$  lorsque la houle incidente arrive sur la plage : il s'agit dans ce cas d'une réflexion non-linéaire.

#### 4.1.3 Houle incidente et onde stationnaire

Si le champ de vague linéaire s'écrit

$$a \cos(\omega t - kx + \phi) + b \cos kx \cos(\omega t + \phi')$$

alors, le champ de vague second ordre en  $2\omega$  aura des composantes en

$$\begin{aligned} & \cos(2\omega t - 2kx + \psi_1) \\ & \cos kx \cos(2\omega t - kx + \psi_2) \\ & \cos^2 kx \cos(2\omega t + \psi_3) \\ & \cos(2\omega t - k_f x + \psi_4) \end{aligned}$$

Le dernier terme représente l'onde libre associée. Si celle-ci est longue, on doit également ajouter une onde stationnaire de fréquence  $2\omega$  et de nombre d'onde  $k_f$ .

---

5. On peut aussi exprimer  $f(\omega, k, a^2)$  à partir des pulsation et nombre d'onde sans dimension :

$$f(\omega, k, a^2) = h \left( \frac{a}{h} \right)^2 \left( \frac{3(\omega^4 - k^2)}{-4\omega^2 + 2k \tanh(2k)} + \frac{3\omega^4 - k^2}{4\omega^2} \right)$$

Dans cette dernière expression, l'amplitude  $a$  de la houle et la profondeur  $h$  sont exprimées en m alors que  $\omega$  et  $k$  sont sans dimension.

## 4.2 Analyse au second ordre

### 4.2.1 Instants d'arrivée

On recense dans le tableau 2 les instants de passage des fronts d'onde non-linéaires en  $2\omega$ , relatifs à l'onde liée, l'onde libre générée au niveau du batteur, et l'onde libre générée par la réflexion non-linéaire sur la plage. Le calcul de ces instants d'arrivée est effectué par la fonction

Nature de l'onde	Instant	Réflexion sur la plage	le batteur	Vitesse de groupe	Distance parcourue
liée	$t_1$	0	0	$c_g$	$x_m$
	$t_2$	1	0	$c_g$	$2L - x_m$
libre batteur	$t_1^f$	0	0	$c_g^f$	$x_m$
	$t_2^f$	1	0	$c_g^f$	$2L - x_m$
libre plage	$t_1^p$	1	0	$c_g, c_g^f$	$L, L - x_m$
	$t_2^p$	1	1	$c_g, c_g^f$	$L, L + x_m$

TABLE 2 – Passage des fronts d'onde non-linéaires

`front_arrival_nonlinear.m`. On peut découper la mesure en trois intervalles

- entre  $t_1$  et  $t_1^f$ , l'onde liée est seule et on doit augmenter  $x_m$  pour augmenter la durée d'analyse,
- entre  $t_1^f$  et  $t_1^b$ , on observe l'onde liée et une onde libre incidente ; il faut diminuer  $x_m$  pour augmenter la durée d'analyse,
- entre  $t_1^b$  et  $t_2^f$ , on observe l'onde liée et la superposition des ondes libres incidente et créée par la plage. Il faudrait augmenter la longueur du bassin pour augmenter la durée d'analyse.

On peut noter<sup>6</sup> que la durée d'analyse de la superposition onde liée – onde libre s'annule lorsque  $x_m = 3/4L$ . Il faut placer les sondes bien avant les trois quarts du bassin si on veut disposer d'une durée suffisante pour analyser onde libre et onde liée superposées, qui vaut en fait

$$\Delta t = \frac{L}{c_g} + \frac{L - x}{c_g^f} - \frac{x}{c_g^f} \simeq \frac{3L - 4x}{c_g}$$

La fonction `add_front.m` permet de visualiser l'instant d'arrivée d'une houle libre (voir l'Annexe A pour plus de détails).

### 4.2.2 Résolution

En fonction des champs de vague linéaire et second ordre considérés, on définit une matrice  $M_2$  correspondant aux différents déphasage sur les sondes. Cette matrice dépend des ondes superposées dans le signal. Elle prend les formes suivantes

1. si on considère une houle incidente seule avant le front d'onde libre

$$M_{2p} = [e^{-2i k x_p}]$$

---

6. On obtient ce résultat grâce au fait qu'en profondeur infinie, la durée de propagation est proportionnelle à la fréquence et que donc la vitesse de groupe de l'onde libre vaut approximativement la moitié de celle de l'onde liée. Ainsi  $t_1^f < t_1^b$  est vrai ssi  $x_m \leq 3/4L$ .



2. si on considère une houle incidente seule entre le front d'onde libre du batteur et celui de la plage

$$M_{2p} = \begin{bmatrix} e^{-2i k x_p} & e^{-i k_f x_p} \end{bmatrix}$$

3. si on considère une houle incidente seule entre le front d'onde libre de la plage et l'onde libre réfléchi

$$M_{2p} = \begin{bmatrix} e^{-2i k x_p} & e^{-i k_f x_p} & e^{+i k_f x_p} \end{bmatrix}$$

avec  $k_f$  le nombre d'onde de l'onde libre à  $2\omega$ . De la même manière que pour la houle linéaire, on construit un système linéaire de la forme

$$\overline{M}_2^T b_2 = \overline{M}_2^T M_2 a_2 \quad (4)$$

Il faut à nouveau s'assurer que le déterminant du système ne s'annule pas, ce qui dépend de l'écartement entre les sondes (voir aussi la fonction `check_probe_spacing.m` et la section 3.4 pour plus de détails).

On a remarqué qu'en profondeur infinie, les déterminants en  $\omega$  et  $2\omega$  sont proches. En effet, la longueur liée est toujours  $\lambda/2$  et la longueur d'onde libre vaut approximativement  $\lambda/4$  en profondeur infinie : cela conduit au même déterminant entre  $\overline{M}_2^T M_2$  et  $\overline{M}^T M$ .

**Avec deux sondes** le déterminant évolue comme  $e^{-ik_f \Delta_{12}} - e^{-2ik \Delta_{12}}$ . Il s'annule pour un espacement

$$\Delta_{12} = n \frac{\lambda \lambda_f}{\lambda - 2\lambda_f}$$

En supposant que l'onde libre est en grande profondeur, on trouve

$$\lambda_f = \frac{\lambda}{4 \tanh kh}$$

donc les espacements critiques vérifient

$$\Delta_{12} = n \frac{\lambda}{4 \tanh kh - 2}$$

En grande profondeur, on retrouve le résultat de l'analyse linéaire : le déterminant est minimum aux longueurs d'ondes égales à  $\lambda = 2\Delta/n$  c'est-à-dire des sous-multiples du double de l'espacement soit 2 fois, 1 fois, 2/3 fois l'espacement.

Il est enfin possible de tenir compte de l'amplitude finie des ondes lors du calcul des nombres d'onde ; on se sert alors des amplitudes obtenues lors de l'analyse linéaire (voir section 3.5).

### 4.3 à faire

Il reste à écrire une fonction **Matlab**<sup>®</sup> qui fasse la résolution décrite ci-dessus. Pour le moment, le programme d'analyse `data_analysis.m` s'en charge mais il n'est pas du tout flexible.

Il faut aussi gérer le cas d'un champ de vague linéaire constitué d'une houle incidente et d'une onde stationnaire : la section 4.1.3 n'est pas terminée et la section 4.2 a été écrite sans tenir compte de ce cas.

## 5 Conseils pratiques

- En linéaire, si on s'intéresse à la houle réfléchi, il est intéressant d'estimer l'amplitude incidente lorsque la houle incidente est seule, et de comparer à l'amplitude incidente estimée lorsque houles incidente et réfléchi sont superposées.
- De même, on peut analyser la houle incidente seule comme une superposition incident/réfléchi et estimer la qualité de l'analyse en observant l'amplitude réfléchi qui doit être faible.
- 

## 6 Houle bi-chromatique

Pour les expériences de houle bi-chromatique, on a mis en place un filtrage passe-bande pour séparer les différentes composantes lorsque les fréquences de la houle le permette. On peut par exemple tracer séparément

- les composantes linéaires de fréquence  $f_1$  et  $f_2$ ,
- les composantes super-harmoniques, de fréquence  $2f_1$ ,  $f_1 + f_2$  et  $2f_2$ ,
- la composante sous-harmonique, de fréquence  $f_2 - f_1$ ,
- des composantes du troisième ordre de fréquence  $2f_1 - f_2$  et  $2f_2 - f_1$ .

Ces dernières sont apparues dans les expés avec des amplitudes similaires aux ondes du second ordre alors qu'on les attendait un ordre plus faible. On a observé aussi le phénomène décrit comme le surf-beat generation qui se manifeste par la génération d'une onde libre de fréquence  $f_2 - f_1$  par la plage, qui se met en place lorsque la houle bi-chromatique arrive au bout du bassin.

On s'est placé dans le cas où  $f_1 = n\Delta f$  et  $f_2 = f_1 + \Delta f$ . Cela nous a permis de faire les analyses de Fourier sur des fenêtres de longueur  $T_F = N/\Delta f$  (avec  $N = 1$ ). On ré-échantillonne le signal de manière à avoir un nombre entier de points par fenêtre. Au final, les fréquences mises en évidence dans la liste précédente sont des harmoniques de Fourier.

Lors de ces essais, on a comparé le mouvement batteur au mouvement cible.

On a effectué une analyse temps fréquence à l'aide d'une transformée de Fourier (TF) à court terme (analyse glissante).

En linéaire, on a supposé les ondes incidentes seules entre  $t = 35$  et  $t = 131$ . On estime les amplitudes à l'aide des transformées de Fourier. Ces dernières donnent aussi la phase après multiplication par  $\exp(ikx_p)$  où  $x_p$  est la position de la sonde. On investigate l'effet des non-linéarités en estimant  $k' = k(1 - (ka)^2(1 - 1/kh))$  et en recalculant la phase. On aurait pu utiliser les TFs mesurées pour estimer directement  $k'$ .

On a tracé l'évolution de l'amplitude aux fréquences  $2f_1 - f_2$  et  $2f_2 - f_1$  en fonction du temps (estimée à partir des TFs), pour voir s'il s'agit d'une instabilité dans le temps ou dans l'espace.

Au second ordre, on utilise une méthode des moindres carrés pour estimer les amplitudes des composantes de Stokes, somme (super-harmonique) et différence (sous-harmonique). Le mode différence est chahuté par le surf-beat generation. C'est à cette occasion qu'on a mis en place une résolution avec onde stationnaire. On trace l'évolution temporelle des amplitude et phase de toutes ces composantes et on compare aux solutions théoriques disponibles (Schäffer et la mienne).

- En non-linéaire, si ça ne fonctionne pas correctement, vérifier la direction de propagation

à partir des signes respectifs de  $\omega$  et le nombre d'onde associé à l'onde (*cf.* onde liée avec  $|\omega_1 - \omega_2|$  en pulsation et  $k_1 - k_2$  en nombre d'onde = c'est mauvais).

- Pour la lecture des fichiers de données, il faut mettre en place une classe de type signal mesuré avec des méthodes de lecture de fichier pour des expés, des simulations (*cf.* les fonctions de lecture des fichiers d'entrée) SWEET et HOS,
- on a déjà défini des choses semblables (sig, read) et des filtres adaptés : il faut réutiliser tout ça...

## A Fonctions développées sous Matlab®

Les fonctions décrites dans la suite sont stockées dans le répertoire `lib` sauf mention contraire.

### A.1 `select_stationary.m`

La fonction permet de sélectionner parmi les vagues détectées lors d'une analyse vague par vague, celles qui se produisent entre deux instants  $t_1$  et  $t_2$ . La syntaxe est la suivante :

```
selected = select_stationary(up_down, t_1, t_2)
```

La variable d'entrée `up_down` est une structure résultat produite par la fonction `wbw_analysis.m`. La variable de sortie est une structure similaire.

### A.2 `natural_modes.m`

La fonction permet de déterminer les modes propres transverses du bassin de houle de l'ECN. La fonction superpose sur la figure 1 les fréquences propres et les fréquences batteur. Sur les figure 2 et 3, on trace une fonction *proximité*, évaluée comme

$$p(n, f) = \frac{1}{\sqrt{|f_n^2 - f^2|}}$$

où  $n$  est l'indice du mode propre et  $f$  le vecteur de fréquences batteur. Sur la figure 3, on trace cette fonction  $p$  en fonction du numéro du mode, sur la figure 3, on la trace en fonction de la fréquence et on ajoute les fréquences propres. Sur la figure 4, on trace la fréquence et la longueur d'onde des modes propres. On s'intéresse aussi aux résonances se produisant lorsqu'on approche une fréquence propre par valeurs négatives. La figure 5 montre les longueurs d'atténuation des modes  $N_1 + 1$ ,  $N_1 + 2$  et  $N_1 + 3$ . On peut comprendre ce qui se passe alors. Lorsque la fréquence augmente,  $N_1$  augmente. Le mode  $N = N_1 + 1$  auparavant évanescent devient progressif lorsque  $N_1$  augmente d'une unité. Le mode  $N = N_1 + 2$  devient le mode  $N_1 + 1$  et ainsi de suite... Enfin, la figure 6 met en évidence les fréquences de génération pour lesquels soit la longueur d'atténuation est plus grande que la longueur d'onde à cette fréquence, soit la longueur d'atténuation est supérieure à une distance donnée (ici, 5 m) : dans ce dernier cas, on verra probablement le mode propre sur les sondes.

Lorsqu'on étudie ce qui se passe à la résonance, il faudrait aussi regarder l'amplitude du mode  $N_1 + 1$  en plus de sa décroissance.

La syntaxe est la suivante :

```
natural_modes(rnum, f_min, f_max, depth, L_y)
```

Les cinq arguments sont optionnels. Le premier est le rnumber propre à **Ocean**, les suivants les fréquences d'étude minimum et maximum en Hz. Les valeurs par défaut sont définies en interne.

### A.3 `correc_time.m`

La fonction permet de vérifier que le vecteur temps évolue bien de  $\Delta t$  en  $\Delta t$ . On repère les intervalles de temps supérieurs à  $N\Delta t$  où  $N$  est un facteur de sécurité. La syntaxe est la suivante :

```
time = correct_time(time, f_samp, safety)
```

Le premier argument est obligatoire, les deux derniers optionnels. Si on ne spécifie pas la fréquence d'acquisition, alors la période d'échantillonnage  $\Delta t$  est évaluée comme l'écart entre les deux premiers instants. Le facteur de sécurité `safety` vaut  $N = 2$  par défaut.

### A.4 `add_front.m`

La fonction permet d'ajouter sur le graphique en cours (axes) un trait vertical correspondant au passage du front d'onde de fréquence  $f$  au niveau des sonde en  $x = x_p$ . La syntaxe est la suivante :

```
t_front = add_front(freq, x_probe, depth, style, name)
```

Le premier argument est la fréquence, le second la position moyenne des sondes, le troisième la profondeur. Ils sont obligatoires. On peut spécifier plusieurs positions à la fois (par exemple si l'on dispose de plusieurs réseaux de sondes) à l'aide d'un vecteur `x_probe`. Les deux derniers arguments sont optionnels. L'avant dernier désigne le style du trait (par défaut un trait plein noir). On peut aussi rentrer un vecteur de style, en colonne, pour différencier les groupes de sondes. On peut construire ce style à l'aide de la fonction `char` par exemple

```
t_front = add_front(freq, [x_1, x_2], depth, char('b:', 'g-.'))
```

Le dernier désigne le nom à afficher à côté du trait vertical pour différencier les instants. Le texte sera coloré comme indiqué dans le style. Pour ne pas ajouter de texte, on peut entrer un argument vide `name=''`. Par défaut, on utilise  $t_n$  où  $n$  est l'indice de la position dans le vecteur `x_probe`.

### A.5 `calc_T_repeat.m`

La fonction permet d'évaluer la période de répétition imposée au batteur par le logiciel **Ocean**. La syntaxe est la suivante :

```
y = calc_T_repeat(rnum, clock)
```

Le second argument est optionnel : il s'agit de la fréquence d'horloge, qui vaut 32 Hz par défaut.

### A.6 `filt.m`

La fonction permet de filtrer un signal, à l'aide d'un filtre passe-bas ou passe-haut idéal. La syntaxe est la suivante :

```
y = filt(eta, f_s, f_c, type)
```

L'argument `type` vaut soit `low` soit `high` suivant que l'on veut un filtre passe-bas ou passe-haut. Les autres arguments sont les mêmes que pour la fonction `filt_low_pass.m`.

## A.7 check\_probe\_spacing.m

La fonction permet de tracer le déterminant et le conditionnement du système linéaire (3) et (4). On doit définir en interne quel type de houle on étudie. Ainsi pour l'analyse au fondamental, on doit construire le système La syntaxe est la suivante :

```
check_probe_spacing(x, type_lin, type_non_lin, f_min, f_max)
```

Les cinq arguments sont optionnels. L'argument **x** est la position des sondes et les arguments **f\_min** **f\_max** les bornes de l'intervalle de fréquence à tester. Les valeurs par défaut sont définies en interne. Les types de houle au fondamental sont définis par

**type\_lin=1** Houle incidente seule,

**type\_lin=2** Houle incidente et houle réfléchie,

**type\_lin=3** Houle incidente et houle stationnaire.

Les types de houle en  $2\omega$  sont définis par

**type\_non\_lin=1** Onde liée seule,

**type\_non\_lin=2** Onde liée et onde libre provenant du batteur,

**type\_non\_lin=3** Onde liée et ondes libres provenant du batteur et de la plage.

## A.8 filt\_low\_pass.m

La fonction permet de filtrer les hautes fréquences d'un signal à l'aide d'un filtre passe-bas idéal. La syntaxe est la suivante :

```
y = filt_low_pass(eta, f_s ,f_c)
```

L'argument **eta** représente le signal à filtrer sous forme de vecteur colonne, **f\_s** est la fréquence d'acquisition du signal et **f\_c** est la fréquence de coupure. On ne vérifie pas le critère de Shannon qu'on suppose satisfait (à savoir  $f_c < f_s/2$ ).

## A.9 filt\_high\_pass.m

La fonction permet de filtrer les hautes fréquences d'un signal à l'aide d'un filtre passe-haut idéal. La syntaxe est la suivante :

```
y = filt_high_pass(eta, f_s ,f_c)
```

Pour la description des arguments, voir la fonction `filt_low_pass.m`.

## A.10 front\_arrival\_linear.m

La fonction permet de tracer les temps d'arrivée aux sondes des fronts d'onde incidents et réfléchis. Les instants estimés correspondent à ceux donnés dans le tableau 1. La syntaxe est la suivante :

```
front_arrival_linear(x_m, L, f_min, f_max)
```

Les arguments sont optionnels et représentent respectivement la position moyenne des sondes, la longueur du bassin, et les fréquences d'étude minimum et maximum en Hz. Les valeurs par défaut sont définies en interne.

La figure 4 montre un exemple avec les valeurs par défaut

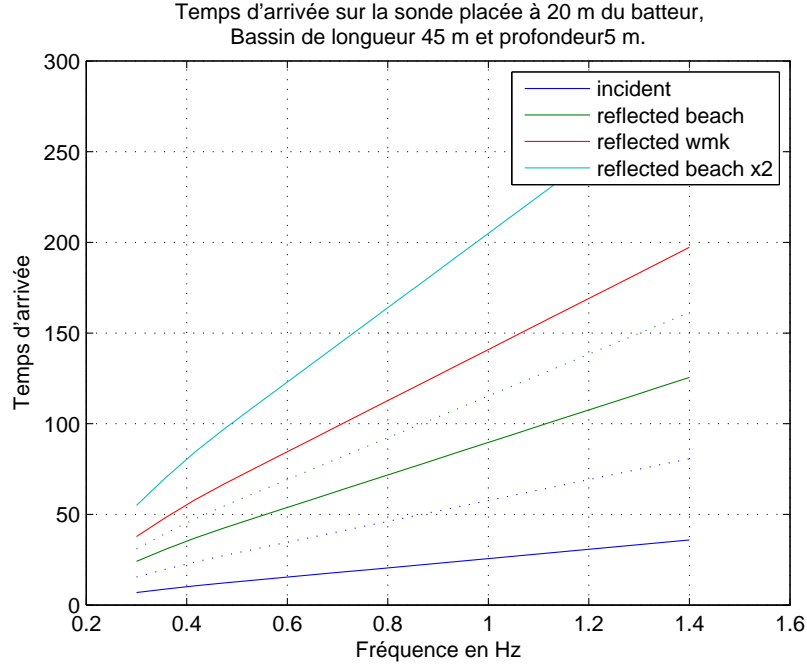


FIGURE 4 – Figure fournie par la fonction `front_arrival_linear.m`.

### A.11 `front_arrival_nonlinear.m`

La fonction permet de tracer les temps d'arrivée aux sondes des fronts d'onde non-linéaires, liés et libres. Les instants estimés correspondent à ceux donnés dans le tableau 2. La syntaxe est la suivante :

```
front_arrival_nonlinear(x_m, L, f_min, f_max)
```

Les arguments sont optionnels et représentent respectivement la position moyenne des sondes, la longueur du bassin, et les fréquences d'étude minimum et maximum en Hz. Les valeurs par défaut sont définies en interne.

## Références

- [1] Félicien BONNEFOY. Analyse des champs de vagues 2D et 3D : étude bibliographique et mise en œuvre. Rapport de DEA, Laboratoire de Mécanique des Fluides – École Centrale de Nantes, 2001.
- [2] Félicien BONNEFOY. Notions de traitement du signal utilisées pour l'analyse des mesures en bassin Rapport Interne, Laboratoire de Mécanique des Fluides – École Centrale de Nantes, 2010.
- [3] Félicien BONNEFOY. Analyse de houle irrégulière spectrale et vague par vague Rapport Interne, Laboratoire de Mécanique des Fluides – École Centrale de Nantes, 2010.
- [4] E.P.D. MANSARD and E.R. FUNKE. The measurement of incident and reflected spectra using a least squares method. In *Proceedings of the 17<sup>th</sup> International Conference on Coastal Engineering*, pages 154–172, Sydney, 1980.