离散数学

第一章 命题逻辑的基本概念

主讲教师：纪楠

计算机科学与技术学院

课程内容（线下+线上）

- 第一部分 数理逻辑
  - 第1～5章
- 第二部分 集合论
  - 第6、7、8章
- 第五部分 图论
  - 第14、15、16章

第一部分 数理逻辑

- 数理逻辑：是研究演绎推理的一门学科
- 主要研究内容是推理，着重于推理过程是否正确
- 不注重于某个语句是否正确，而是注重于语句之间的关系
- 主要研究方法：用一套符号化体系的方法来研究数学推理和数学性质

第一部分 数理逻辑

主要内容

- 命题逻辑基本概念
- 命题逻辑等值演算
- 命题逻辑推理理论
- 一阶逻辑基本概念
- 一阶逻辑等值演算与推理

主要内容

- 命题与联结词
- 命题及其分类
- 联结词与复合命题
- 命题公式及其赋值

1.1 命题与联结词

命题与真值

命题：判断结果惟一的陈述句

命题的真值：判断的结果

真值的取值：真与假

命题按取值分类：真命题与假命题

注意：

感叹句、祈使句、疑问句都不是命题

陈述句中的悖论，判断结果不惟一的不是命题

可由真推出假，又能有假推出真

命题概念

例1 下列句子中那些是命题?

(1) $\sqrt{2}$ 是有理数. 假命题

(2) $2 + 5 = 7.$ 真命题

(3) $x + 5 > 3.$ 不是命题

(4) 你知不知道李小龙同学是否知道这节课要点名? 不是命题

(5) 海南的夏天热死人! 不是命题

(6) 最后一排那个同学把手机收起来! 不是命题

(7) 明年中秋节与国庆节连一起放假. 命题，但现在不知道真值

(8) 我正在说谎话 悖论，不是命题

命题分类：

简单命题（也称原子命题）与复合命题

简单命题（原子命题）：简单陈述句构成的命题（不能被分解）

简单命题符号化

用小写英文字母 $p, q, r, \ldots, p_i, q_i, r_i$ $(i\geq 1)$表示简单命题

用“1”表示真，用“0”表示假

例如，令

p：$\sqrt{2}$ 是有理数，则 p 的真值为0，

q：$2 + 5 = 7$，则 q 的真值为1

命题分类

命题分类：简单命题（原子命题）与 复合命题

复合命题:由简单命题通过联结词联结而成的陈述句。

联结词：自然语言中如“并且”、“或”、“如果……，则……”、“当且仅当”、“一面……，一面”等

例如：

1）如果明天天气好, 我们就出去郊游

2）小明一面喝茶一面看报

半符号化！

符号化：

1）设*p*:明天天气好, *q*:我们出去郊游　　如果*p*, 则*q*

2）设*p*:小明喝茶, *q*:小明看报　　*p*并且*q*

否定、合取、析取联结词

定义1.1 设 p为命题，复合命题“非p”（或“p的否定”）称为p的否定式，记作$\neg p$，符号$\neg$称作否定联结词. 规定$\neg p$ 为真当且仅当p为假.

定义1.2 设p, q为两个命题，复合命题“p并且q”（或“p与 q”）称为p与q的合取式，记作$p\wedge q$，$\wedge$称作合取联结词. 规定$p\wedge q$为真当且仅当p与q同时为真.

定义1.3 设p，q为两个命题，复合命题“p或q”称作p与q的析取式，记作$p\vee q$，$\vee$称作析取联结词. 规定$p\vee q$为假当且仅当p与q同时为假.

联结词 与 复合命题

定义1.1 设 p为命题，复合命题"非p"(或"p的否定")称为 p的否定式，记作 $\neg p$，符号 $\neg$ 称作否定联结词.
规定： $\neg p$ 为真当且仅当 p为假.

例如 p:2是奇数，$\neg p$: 2不是奇数. p为假，$\neg p$为真

定义1.2 设p, q为两个命题，复合命题"p并且q"(或"p与 q")称为 p与q的合取式，记作 $p\wedge q$，$\wedge$称作合取联结词.
规定：$p\wedge q$为真当且仅当 p与q 同时为真.

例如 p:2是偶数，q: 2是素数. $p\wedge q$: 2是偶素数
p为真，q为真， $p\wedge q$为真

合取联结词的实例

例2　将下列命题符号化.

(1) 吴颖既用功又聪明.

(2) 吴颖不仅用功而且聪明.

(3) 吴颖虽然聪明，但不用功.

(4) 张辉与王丽都是三好生.

(5) 张辉与王丽是同学.

合取联结词的实例

例2　将下列命题符号化.

解 令 p:吴颖用功，q:吴颖聪明

(1) 吴颖既用功又聪明.　$p \wedge q$

(2) 吴颖不仅用功而且聪明.　$p \wedge q$

(3) 吴颖虽然聪明，但不用功.　$\neg p \wedge q$　　$q \wedge \neg p$

(4) 张辉与王丽都是三好生.

(5) 张辉与王丽是同学.

合取联结词的实例

例2　将下列命题符号化.

(1) 吴颖既用功又聪明.

(2) 吴颖不仅用功而且聪明.

(3) 吴颖虽然聪明，但不用功.

(4) 张辉与王丽都是三好生.

(5) 张辉与王丽是同学.

解

设 p: 张辉是三好生，

q:王丽是三好生

$p \wedge q$

合取联结词的实例

例2　将下列命题符号化.

(1) 吴颖既用功又聪明.

(2) 吴颖不仅用功而且聪明.

(3) 吴颖虽然聪明，但不用功.

(4) 张辉与王丽都是三好生.

(5) 张辉与王丽是同学.

解

设 p: 张辉与王丽是同学

p

合取联结词的实例

例2　将下列命题符号化.

(1) 吴颖既用功又聪明.

(2) 吴颖不仅用功而且聪明.

(3) 吴颖虽然聪明，但不用功.

(4) 张辉与王丽都是三好生.

(5) 张辉与王丽是同学.

解 令p:吴颖用功, q:吴颖聪明

(1) $p \wedge q$ (2) $p \wedge q$ (3) $\neg p \wedge q$ (4) 设p:张辉是三好生, q:王丽是三好生 $p \wedge q$ (5) p:张辉与王丽是同学

(1)—(3) 说明描述合取式的灵活性与多样性

(4)—(5) 要求分清 “与” 所联结的成分

联结词 与 复合命题（续）

定义1.3 设p, q为两个命题，复合命题"p或q"称作 p与 q的**析取式**，记作$p \vee q$， $\vee$ 称作**析取联结词**.

规定： $p \vee q$为假当且仅当 p与 q 同时为假.

例如 "张三和李四至少有一人会英语"
设 p:张三会英语，q:李四会英语. 符号化为：$p \vee q$

相容或 与 **排斥或**

例如 "这件事由张三和李四中的一人去做"
设 p:张三做这件事，q:李四做这件事
应符号化为: $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$

析取联结词的实例

例3 将下列命题符号化

(1) 2 或 4 是素数.

(2) 2 或 3 是素数.

(3) 文昌鸡和东山羊，我们只能点一个.

(4) 王小红生于 1996 年或 1997 年.

析取联结词的实例

解

(1) 令p:2是素数, q:4是素数,　$p \vee q$

(2) 令p:2是素数, q:3是素数,　$p \vee q$

(3) 令p:我们点文昌鸡, q:我们点东山羊

$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$

(4) p:王小红生于 1996 年, q:王小红生于1997 年,

$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$ 或　$p \vee q$　推荐前者

(1)—(2) 为相容或

(3)—(4) 为排斥或, 符号化时(4)可有两种形式，而(3)则不能

蕴涵联结词

定义1.4 设p, q为两个命题，复合命题“如果p, 则q”称作p与q的**蕴涵式**，记作$p \to q$，并称p是蕴涵式的**前件**，q为蕴涵式的**后件**，$\to$称作**蕴涵联结词**. 规定：$p \to q$为假当且仅当p为真q为假.

例如 “如果明天天气好，我们就出去郊游。”

设 **p**:明天天气好, **q**:我们出去郊游. 则符号化为 $p \to q$

规定：$p \to q$ 为假当且仅当 p为真 q为假。

当 p 为假时，$p \to q$ 恒为真，称为空证明。

例如 “如果太阳从西边出来，我就姓张。” 为永真

蕴涵联结词

定义1.4 设p, q为两个命题，复合命题"如果p, 则q"称作p与q的蕴涵式，记作$p \to q$，并称p是蕴涵式的前件，q为蕴涵式的后件，$\to$称作蕴涵联结词. 规定：$p \to q$为假当且仅当p为真q为假.

注意：

常见混淆错误

(1) $p \to q$ 的逻辑关系：**p为q的充分条件， q为 p 的必要条件**

p为q的充分条件　　意思即：　　当**p**为真时，**q**必为真

q为p的必要条件　　意思即：　　当**q**为假时，**p**必为假

实例："只要明天游泳池开门， 我们就去游泳。"

设 **p**:明天游泳池开门, **q**:我们去游泳.　符号化为 $p \to q$

或：$\neg q \to \neg p$

蕴涵联结词

定义1.4 设p, q为两个命题，复合命题"如果p，则q"称作p与q的**蕴涵式**，记作$p\rightarrow q$，并称p是蕴涵式的**前件**，q为蕴涵式的**后件**，$\rightarrow$称作**蕴涵联结词**. 规定：$p\rightarrow q$为假当且仅当p为真q为假.

(1) $p\rightarrow q$的逻辑关系：**p为q的充分条件，q为p的必要条件**

(2) "如果p，则q" 有很多不同的表述方法：

若p，就q

只要p，就q

p 为 q的充分条件 $p\rightarrow q$

p仅当（必然）q

只有q才说明（可能）p

q 为 p 的必要条件 $p\rightarrow q$

除非q, 才p 或 除非q，否则非p，….

等价于"只有q，才P" $p\rightarrow q$

另："除非 q，否则 p"

等价于"如果 ¬ q, 则p" $\neg q\rightarrow p$

蕴涵联结词的实例

例4 设 p：下雪，q：王丽穿羽绒服，将下列命题符号化

(1) 只要下雪，王丽就穿羽绒服. $p\rightarrow q$

(2) 因为下雪，所以王丽穿羽绒服. $p\rightarrow q$

(3) 若王丽不穿羽绒服，则天不下雪. $\neg q\rightarrow\neg p$ 与 $p\rightarrow q$ 等值

(4) 除非王丽穿羽绒服，否则天不下雪. $p\rightarrow q$ $(\neg q\rightarrow\neg p)$

(5) 除非下雪，王丽才穿羽绒服. $q\rightarrow p$ $(\neg p\rightarrow\neg q)$

(6)只有下雪，王丽才穿羽绒服. $q\rightarrow p$

(7) 如果天不下雪，则王丽不穿羽绒服. $q\rightarrow p$ $(\neg p\rightarrow\neg q)$

(8) 王丽穿羽绒服仅当下雪的时候. $q\rightarrow p$

(仅当下雪的时候，王丽才穿羽绒服.)

注意： $p\rightarrow q$ 与 $\neg q\rightarrow\neg p$ 等值（真值相同）

等价联结词

定义1.5 设 p, q为两个命题，复合命题“p当且仅当q”称作p与q的等价式，记作$p\leftrightarrow q$，$\leftrightarrow$称作等价联结词.

规定:$p\leftrightarrow q$为真当且仅当p与q同时为真或同时为假.

$p\leftrightarrow q$ 的逻辑关系：p与q互为充分必要条件

等价联结词

例5 求下列复合命题的真值　　令 前者为 s， 后者为 t

(1) 2 + 2 = 4 当且仅当 3 + 3 = 6.　　$s \leftrightarrow t$　　1

(2) 2 + 2 = 4 当且仅当 3 是偶数.　　$s \leftrightarrow t$　　0

(3) 2 + 2 = 4 当且仅当 太阳从东方升起.　　$s \leftrightarrow t$　　1

(4) 2 + 2 = 4 当且仅当 美国位于非洲.　　$s \leftrightarrow t$　　0

(5) 若两圆O1和O2面积相等，则它们的半径相等；反之亦然. .　　$s \leftrightarrow t$　　1

联结词的真值计算

联结词的真值计算（P9）

p	q	$\neg p$	$p\wedge q$	$p\vee q$	$p\to q$	$p\leftrightarrow q$
0	0	1	0	$\boxed{0}$	1	$\boxed{1}$
0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	1	$\boxed{0}$	0
1	1	0	$\boxed{1}$	1	1	$\boxed{1}$

0：假， 1：真

否定式：p 为真则 $\neg p$为假，反之$\neg p$为真

合取式：p∧q为真当且仅当 p与q 同时为真，其它均为假

析取式：p∨q为假当且仅当 p与 q 同时为假，其它均为真

蕴含式：p→ q 为假当且仅当 p为真 q为假，其它均为真

等价式：p↔q 为真当且仅当 p与q真值相同，反之为假

联结词的真值计算

联结词的真值计算（ P9 ）

p q	$\neg p$	$p\wedge q$	$p\vee q$	$p\rightarrow q$	$p\leftrightarrow q$
0 0	1	0	0	1	1
0 1	1	0	1	1	0
1 0	0	0	1	0	0
1 1	0	1	1	1	1

例

设 p: $\sqrt{2}$ 是无理数，q: 3是奇数，

r: 苹果是方的， s: 太阳绕地球转

求复合命题 $(p\rightarrow q)\leftrightarrow((r\wedge\neg s)\vee\neg p)$ 的真值。 $\boxed{\text{假}}$

解： p: 1， q: 1， r: 0， s: 0

联结词的混合计算

联结词：$\neg$、$\wedge$、$\vee$、$\rightarrow$、$\leftrightarrow$ 及( ) 的优先顺序：

1）( )、$\neg$、$\wedge$、$\vee$、$\rightarrow$、$\leftrightarrow$

2）对同一优先级，从左到右顺序计算

例

复合命题 $(p\rightarrow q) \leftrightarrow ((r\wedge\neg s) \vee\neg p)$ 的简化形式

$$p\rightarrow q \leftrightarrow r\wedge\neg s \vee\neg p$$

为了便于直观理解，尽量加上括号！

小 结

本小节中$p, q, r, \ldots$ 均表示命题.

- 联结词集为$\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$，$\neg p$, $p\wedge q$, $p\vee q$, $p\rightarrow q$, $p\leftrightarrow q$ 为基本复合命题. 其中要特别注意理解$p\rightarrow q$的涵义. 反复使用$\{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$中的联结词组成更为复杂的复合命题.

  设 p: $\sqrt{2}$ 是无理数，q: 3是奇数，
  r: 苹果是方的， s: 太阳绕地球转
  则复合命题 $(p\rightarrow q) \leftrightarrow ((r\wedge\neg s) \vee\neg p)$ 是假命题.

- 联结词的运算顺序：$\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$, 同级按先出现者先运算.

1.2 命题公式及其赋值

命题变项与合式公式

- 命题变项
- 合式公式
- 合式公式的层次

公式的赋值

- 公式赋值
- 公式类型
- 真值表

命题变项与合式公式

- 命题常项：简单命题，且真值是确定的。是命题逻辑中最基本的单位。
- 命题变项（变元）： 取值0(真) 或 1(假)的变元。
- 命题常项与变项均用 p, q, r, …, p_i, q_i, r_i, …, 等表示。
- 命题变项表示真值可以变化的陈述句（在赋值之前不是命题）
- 命题变项可被指定为任意的某个命题常项。

例

1）命题变项：p, q , r , x, y, z ……

2）可以为命题变项赋值，如

令p: 2是素数

令p: 3+2=6

命题变项与合式公式

命题常项：简单命题，且真值是确定的。是命题逻辑中最基本的单位。

命题变项（命题变元）：取值0(真) 或 1(假)的变元。

常项与变项均用 $p, q, r, \ldots, p_i, q_i, r_i, \ldots,$ 等表示.

定义1.6 合式公式（简称公式）的递归定义：

(1) 单个命题变项和命题常项是合式公式, 称作原子命题公式

(2) 若A是合式公式，则 $(\neg A)$也是

(3) 若A, B是合式公式，则$(A\wedge B)$, $(A\vee B)$, $(A\rightarrow B)$, $(A\leftrightarrow B)$也是

(4) 只有有限次地应用(1)—(3) 形成的符号串才是合式公式

定义1.7

(1) 若公式A是单个命题变项，则称A为0层公式.

(2) 称 A 是 $n+1(n\geq 0)$ 层公式是指下面情况之一：

(a) $A=\neg B$, B 是 n 层公式；

(b) $A=B\wedge C$, 其中B,C分别为 i 层和 j 层公式，且 $n=\max(i,j)$；

(c) $A=B\vee C$, 其中 B,C的层次及 n 同(b)；

(d) $A=B\rightarrow C$, 其中B,C的层次及 n 同(b)；

(e) $A=B\leftrightarrow C$, 其中B,C的层次及 n 同(b).

(3) 若公式A的层次为k, 则称A为k层公式.

例如　公式 $A=p$, $B=\neg p$, $C=\neg p\rightarrow q$, $D=\neg(p\rightarrow q)\leftrightarrow r$,

$E=((\neg p\wedge q)\rightarrow r)\leftrightarrow(\neg r\vee s)$

分别为0层，1层，2层，3层，4层公式.

公式赋值

定义1.8 设$p_1, p_2, \ldots, p_n$是出现在公式A中的全部命题变项, 给$p_1, p_2, \ldots, p_n$各指定一个真值, 称为对A的一个赋值或解释. 若使A为1, 则称这组值为A的成真赋值; 若使A为0, 则称这组值为A的成假赋值.

说明:

A中仅出现$p_1, p_2, \ldots, p_n$（按编号顺序）, 给A赋值$\alpha=\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_n$是指

$p_1=\alpha_1, p_2=\alpha_2, \ldots, p_n=\alpha_n$, α_i=0或1, α_i之间不加标点符号

A中仅出现$p, q, r, \ldots$（按字母顺序）, 给A赋值$\alpha_1\alpha_2\alpha_3\ldots$是指

$p=\alpha_1, q=\alpha_2, r=\alpha_3 \ldots$

如 000, 010, 101, 110是$\neg(p\to q)\leftrightarrow r$成真赋值

001, 011, 100, 111是$\neg(p\to q)\leftrightarrow r$成假赋值.

公式赋值

定义1.9 将命题公式 A在所有赋值下取值的情况列成表, 称作A的真值表.

- 含n个命题变项的公式有2^n个赋值.

构造真值表的步骤:

(1) 找出公式中所含的全部命题变项 $p_1, p_2, \ldots, p_n$(若无下角标则按字母顺序排列), 列出2^n个全部赋值, 从00…0开始, 按二进制加法, 每次加 1, 直至11…1为止.

(2) 按从低到高的顺序写出公式的各个构成层次.

(3) 对每个赋值依次计算各层次的真值，直到最后计算出公式的真值为止.

例

$(p\vee q)\rightarrow \neg r$

2层: $(p\vee q) \rightarrow \neg r$

1层: $p\vee q$ $\quad \neg r$

0层: p q r

p q r	$p\vee q$	$\neg r$	$(p\vee q)\rightarrow\neg r$
0 0 0	0	1	1
0 0 1	0	0	1
……	…	…	……

真值表

例6 写出下列公式的真值表, 并求它们的成真赋值和成假赋值:

(1) $(p\vee q)\rightarrow\neg r$

(2) $(q\rightarrow p)\wedge q\rightarrow p$

(3) $\neg(\neg p\vee q)\wedge q$

真值表1

(1) $A = (p \vee q) \rightarrow \neg r$

p q r	$p \vee q$	$\neg r$	$(p \vee q) \rightarrow \neg r$
0 0 0	0	1	1
0 0 1	0	0	1
0 1 0	1	1	1
0 1 1	1	0	0
1 0 0	1	1	1
1 0 1	1	0	0
1 1 0	1	1	1
1 1 1	1	0	0

成真赋值:000,001,010,100,110; 成假赋值:011,101,111

真值表2

(2) $B = (q \to p) \wedge q \to p$

p q	$q \to p$	$(q \to p) \wedge q$	$(q \to p) \wedge q \to p$
0 0	1	0	1
0 1	0	0	1
1 0	1	0	1
1 1	1	1	1

成真赋值:00,01,10,11; 无成假赋值

真值表3

(3) $C = \neg(\neg p \lor q) \land q$的真值表

p q	$\neg p$	$\neg p \lor q$	$\neg(\neg p \lor q)$	$\neg(\neg p \lor q) \land q$
0 0	1	1	0	0
0 1	1	1	0	0
1 0	0	0	1	0
1 1	0	1	0	0

成假赋值:00,01,10,11; 无成真赋值

公式的类型

定义1.10

(1) 若A在它的任何赋值下均为真, 则称A为重言式或永真式;

(2) 若A在它的任何赋值下均为假, 则称A为矛盾式或永假式;

(3) 若A不是矛盾式, 则称A是可满足式.

- 注意：重言式是可满足式，但反之不真.
- 真值表的用途:求出公式的全部成真赋值与成假赋值, 判断公式的类型；真值表可用来判断公式的类型:

  (1) 若真值表最后一列全为 1， 则公式为重言式

  (2) 若真值表最后一列全为 0， 则公式为矛盾式

  (3) 若真值表最后一列中至少有一个为 1， 则公式为可满足式

例 用真值表判断下列公式的类型：

可满足式、非重言式

(1) $(p\vee q)\rightarrow\neg r$　(2) $(q\rightarrow p)\wedge q\rightarrow p$　(3) $\neg(\neg p\vee q)\wedge q$

p q r	$p\vee q$	$\neg r$	$(p\vee q)\rightarrow\neg r$
0 0 0	0	1	1
0 0 1	0	0	1
0 1 0	1	1	1
0 1 1	1	0	0
1 0 0	1	1	1
1 0 1	1	0	0
1 1 0	1	1	1
1 1 1	1	0	0

公式的类型

例 用真值表判断下列公式的类型：

(1) $(p\vee q)\rightarrow\neg r$　**(2) $(q\rightarrow p)\wedge q\rightarrow p$**　(3) $\neg(\neg p\vee q)\wedge q$

重言式、可满足式

p q	$q\rightarrow p$	$(q\rightarrow p)\wedge q$	$(q\rightarrow p)\wedge q\rightarrow p$
0 0	1	0	1
0 1	0	0	1
1 0	1	0	1
1 1	1	1	1

公式的类型

例 用真值表判断下列公式的类型:

(1) $(p \vee q) \rightarrow \neg r$ (2) $(q \rightarrow p) \wedge q \rightarrow p$ **(3) $\neg(\neg p \vee q) \wedge q$**

矛盾式

p	q	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$\neg(\neg p \vee q)$	$\neg(\neg p \vee q) \wedge q$
0	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	1	0	1	0	0

哑元

- 哑元对公式A的取值无关。
  - 例： 哑元r对公式 p ∨ q 的取值没有任何影响
- 在写出公式A的真值表时，哑元的真值也参与讨论。

p	q	r	$p\vee q$	
0	0	0	0	相同
0	0	1	0	
0	1	0	1	相同
0	1	1	1	
1	0	0	1	相同
1	0	1	1	
1	1	0	1	相同
1	1	1	1	

第一章 小结

主要内容

- 命题、真值、简单命题与复合命题、命题符号化
- 联结词$\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$及复合命题符号化
- 命题公式及层次
- 公式的类型
- 真值表及应用

基本要求

- 深刻理解各联结词的逻辑关系, 熟练地将命题符号化
- 会求复合命题的真值
- 深刻理解合式公式及重言式、矛盾式、可满足式等概念
- 熟练地求公式的真值表，并用它求公式的成真赋值与成假

第一章 小结

主要内容

- 命题、真值、简单命题与复合命题、命题符号化
- 联结词¬, ∧, ∨, →, ↔及复合命题符号化
- 命题公式及层次
- 公式的类型
- 真值表及应用

基本要求

- 深刻理解各联结词的逻辑关系, 熟练地将命题符号化
- 会求复合命题的真值
- 深刻理解合式公式及重言式、矛盾式、可满足式等概念
- 熟练地求公式的真值表，并用它求公式的成真赋值与成假

练习1

1. 将下列命题符号化

(1) 豆沙包是由面粉和红小豆做成的.

(2) 苹果树和梨树都是落叶乔木.

(3) 王小红或李大明是物理组成员.

(4) 王小红或李大明中的一人是物理组成员.

(5) 由于交通阻塞，他迟到了.

(6) 如果交通不阻塞，他就不会迟到.

(7) 他没迟到，所以交通没阻塞.

(8) 除非交通阻塞，否则他不会迟到.

(9) 他迟到当且仅当交通阻塞.

练习1解答

提示:

分清复合命题与简单命题

分清相容或与排斥或

分清必要与充分条件及充分必要条件

答案: (1) 是简单命题　　(2) 是合取式

(3) 是析取式（相容或）(4) 是析取式（排斥或）

设 p: 交通阻塞，q: 他迟到

(5) $p \to q$,　　(6) $\neg p \to \neg q$ 或 $q \to p$

(7) $\neg q \to \neg p$ 或 $p \to q$,　　(8) $q \to p$ 或 $\neg p \to \neg q$

(9) $p \leftrightarrow q$ 或 $\neg p \leftrightarrow \neg q$

可见(5)与(7)，(6)与(8) 相同（等值）

练习2

2. 设 p : 2是素数　　　　1

q : 北京比天津人口多　　　　1

r : 美国的首都是旧金山　　　　0

求下面命题的真值

(1) $(p \vee q) \to r$　　　　0

(2) $(q \vee r) \to (p \to \neg r)$　　　　1

(3) $(q \to r) \leftrightarrow (p \wedge \neg r)$　　　　0

(4) $(q \to p) \to ((p \to \neg r) \to (r \to \neg q))$　　　　1

练习3

3. 用真值表判断下面公式的类型

(1) $p \wedge r \wedge \neg(q \rightarrow p)$

(2) $((p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)) \vee r$

(3) $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \rightarrow r)$

练习3解答

(1) $p \wedge r \wedge \neg(q \rightarrow p)$

p q r	$q \rightarrow p$	$\neg(q \rightarrow p)$	$p \wedge r \wedge \neg(q \rightarrow p)$
0 0 0	1	0	0
0 0 1	1	0	0
0 1 0	0	1	0
0 1 1	0	1	0
1 0 0	1	0	0
1 0 1	1	0	0
1 1 0	1	0	0
1 1 1	1	0	0

矛盾式

练习3解答

(2) $((p\rightarrow q)\rightarrow(\neg q\rightarrow\neg p))\vee r$

p	q	r	$p\rightarrow q$	$\neg q\rightarrow\neg p$	$((p\rightarrow q)\rightarrow(\neg q\rightarrow\neg p))\vee r$
0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1

永真式（重言式）

练习3解答

(3) $(p\to q)\leftrightarrow(p\to r)$

p q r	$p\to q$	$p\to r$	$(p\to q)\leftrightarrow(p\to r)$
0 0 0	1	1	1
0 0 1	1	1	1
0 1 0	1	1	1
0 1 1	1	1	1
1 0 0	0	0	1
1 0 1	0	1	0
1 1 0	1	0	0
1 1 1	1	1	1

可满足式

第一章作业

习题1 (教材P14)

- T1、T4、T6、T8、T13
- T19（①②③④⑤）、T20

谢谢！