



Travaux Dirigés 3 (Correction)

Exercice 1 : Passage d'une GR vers une ER

Soit les grammaires suivantes. Quels sont leur types (0, 1, 2 ou 3) ? Quelle est l'expression régulière des langages engendrés ?

- $G1 = \langle \{1, c\}, \{S, A\}, S, R \rangle$ avec R:

$S \rightarrow 1 A$

$A \rightarrow 1 A \mid c A \mid \epsilon$

- $G2 = \langle \{0, 1\}, \{S\}, S, R \rangle$ avec R:

$S \rightarrow 1 S \mid 01 S \mid 0011 S \mid 0 \mid \epsilon$

Correction 1:

- $G1$ est régulière, c'est-à-dire de type 3. En effet toutes les règles sont linéaires à droite. Pour trouver l'expression régulière du langage engendré, il faut résoudre le système suivant :

$S = 1 A$

$A = 1 A \mid c A \mid \epsilon$

$= (1 \mid c) A \mid \epsilon$

Le théorème de Arden nous permet de résoudre l'équation de A et de trouver :

$A = (1 \mid c)^* \cdot \epsilon$

$= (1 \mid c)^*$

Par conséquent :

$S = 1 \cdot (1 \mid c)^*$

- $G2$ est régulière, c'est-à-dire de type 3. En effet toutes les règles sont linéaires à droite. Pour trouver l'expression régulière du langage engendré, il faut résoudre le système suivant :

$S = 1 S \mid 01 S \mid 0011 S \mid 0 \mid \epsilon$

$= (1 \mid 01 \mid 0011) S \mid (0 \mid \epsilon)$

Le théorème de Arden nous permet de résoudre cette équation et de trouver :

$S = (1 \mid 01 \mid 0011)^* \cdot (0 \mid \epsilon)$



Exercice 2 : Passage d'une ER à une GR

Donnez une grammaire qui génère le langage $(a|c)^*b$

Correction 2 :

- Etape 1: $S \rightarrow (a|c)^*b$
- Etape 2: Elimination de « $*$ » dans $(a|c)^*b$ où $r_1=(a|c)$ et $r_2=b$

Rappel : $A \rightarrow r_1 * r_2$ est remplacé par : $A \rightarrow r_2$

$A \rightarrow r_1 B$

$B \rightarrow r_2$

$B \rightarrow r_1 B$

$S \rightarrow b$

$S \rightarrow (a|c)B$

$B \rightarrow b$

$B \rightarrow (a|c)B$

Distribution

$S \rightarrow b$

$S \rightarrow aB|cB$

$B \rightarrow b$

$B \rightarrow aB|cB$

- Etape 3: Elimination du "|"

$S \rightarrow b$

$S \rightarrow aB$

$S \rightarrow cB$

$B \rightarrow b$

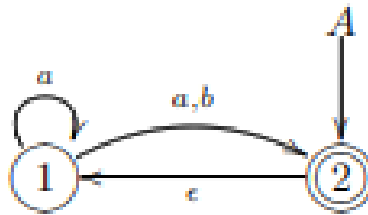
$B \rightarrow aB$

$B \rightarrow cB$



Exercice 3 : Passage d'un AEF à une GR

On considère l'AEF suivant :



1) Cochez les langages équivalents à $L(A)$.

- ☐ $(a^* \cdot b)^*$ ☐ $(a + b)^*$
☐ $\{a, b\}^*$ ☐ $(a^* \cdot (a + b))^* \cdot (a + b)$
☐ $\epsilon + (a^* \cdot (a + b))$ ☐ $a^* \cdot b$
☐ aucune des réponses proposées n'est correcte

2) Parmi les règles suivantes, cochez celles qui donnent une grammaire G équivalente à l'automate A c'est-à-dire telles que $L(G) = L(A)$.

- ☐ $\text{Germe} = L_1$ ☐ $L_2 \rightarrow a \cdot L_1$
☐ $L_1 \rightarrow \epsilon$ ☐ $L_2 \rightarrow a \cdot L_1$
☐ $L_1 \rightarrow b \cdot L_2$ ☐ $L_2 \rightarrow \epsilon$
☐ $L_1 \rightarrow a \cdot L_2$ ☐ $L_2 \rightarrow \epsilon$
☐ $L_1 \rightarrow a \cdot L_1$ ☐ $\text{Germe} = L_2$
☐ $L_2 \rightarrow b \cdot L_1$ ☐ $L_2 \rightarrow L_1$
☐ $L_2 \rightarrow b \cdot L_1$
☐ aucune des réponses proposées n'est correcte

Correction 3 :

1) Langages équivalents à $L(A)$

- ☐ $(a^* \cdot b)^*$ ☒ $(a + b)^*$
☒ $\{a, b\}^*$ ☐ $(a^* \cdot (a + b))^* \cdot (a + b)$
☐ $\epsilon + (a^* \cdot (a + b))$ ☐ $a^* \cdot b$
☐ aucune des réponses proposées n'est correcte

2) $L(G) = L(A)$.

- ☐ $\text{Germe} = L_1$ ☐ $L_2 \rightarrow a \cdot L_1$
☐ $L_1 \rightarrow \epsilon$ ☐ $L_2 \rightarrow a \cdot L_1$
☒ $L_1 \rightarrow b \cdot L_2$ ☒ $L_2 \rightarrow \epsilon$
☒ $L_1 \rightarrow a \cdot L_2$ ☐ $L_2 \rightarrow \epsilon$
☒ $L_1 \rightarrow a \cdot L_1$ ☒ $\text{Germe} = L_2$
☐ $L_2 \rightarrow b \cdot L_1$ ☒ $L_2 \rightarrow L_1$
☐ $L_2 \rightarrow b \cdot L_1$
☐ aucune des réponses proposées n'est correcte