**Численные методы и методы оптимизации**

1. Вычислить приближенное значение определенного интеграла с помощью разложения подынтегральной функции в степенной ряд. Вычислить аналитически значение данного интеграла. Дать анализ полученных результатов.
2. ∫xsin(2x)dx
3. Интегрирование по частям: ∫fg′=fg−∫f′g

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| f | =x, | g′ | =sin(2x) |
|  | ↓ [показать шаги](https://www.derivative-calculator.net/#expr=x&showsteps=1) |  | ↓ [показать шаги](https://www.integral-calculator.ru/#expr=sin(2*x)) |
| f′ | =1, | g | =−cos(2x)2: |

1. =−xcos(2x)2−∫−cos(2x)2dx
2. Теперь вычисляем:
3. ∫−cos(2x)2dx
4. Подстановка u=2x ⟶ du=2dx ([показать шаги](https://www.derivative-calculator.net/#expr=2*x&showsteps=1)):
5. =−14∫cos(u)du
6. Теперь вычисляем:
7. ∫cos(u)du
8. Это известный табличный интеграл:
9. =sin(u)
10. Подставим уже вычисленные интегралы:
11. −14∫cos(u)du
12. =−sin(u)4
13. Обратная замена u=2x:
14. =−sin(2x)4
15. Подставим уже вычисленные интегралы:
16. −xcos(2x)2−∫−cos(2x)2dx
17. =sin(2x)4−xcos(2x)2
18. Задача решена:
19. ∫xsin(2x)dx
20. =sin(2x)4−xcos(2x)2+C
21. Перепишем/упростим:
22. =sin(2x)−2xcos(2x)4+C
23. −π/2
24. **В приближении:**
25. −1.570796326794897

Если функция f(x) имеет на некотором интервале, содержащем точку а, производные всех порядков, то к ней может быть применена формула Тейлора:  
*f(x)*

=https://latex.codecogs.com/gif.latex?f(a)%2B\frac%7b%7bf%7d%5e%7b\prime%20%7d(a)%7d%7b1!%7d\cdot%20(x-a)%2B\frac%7b%7bf%7d%5e%7b\prime%20\prime%20%7d(a)%7d%7b2!%7d\cdot%20\left(x-a%20\right)%5e%7b2%7d+...+https://latex.codecogs.com/gif.latex?\frac%7b%7bf%7d%5e%7b(n)%7d(a)%7d%7bn!%7d\cdot%20\left(x-a%20\right)%5e%7bn%7d  
Разложить в степенной ряд функцию  
*f(x)=x·sin(2·x)*

Найдем значения функции и ее производных при х= *0*

*f(x)=x·sin(2·x)*

*f(0)=0*

*f′(x)=2·x·cos(2·x)+sin(2·x)*

*f′(0)=0*

*f″(x)=-4·x·sin(2·x)+4·cos(2·x)*

*f″(0)=4*

*f′′′(x)=-8·x·cos(2·x)-12·sin(2·x)*

*f′′′(0)=0*

*f(4)(x)=16·x·sin(2·x)-32·cos(2·x)*

,

*f(4)(0)=-32*

*f(5)(x)=32·x·cos(2·x)+80·sin(2·x)*

,*f(5)(0)=0*

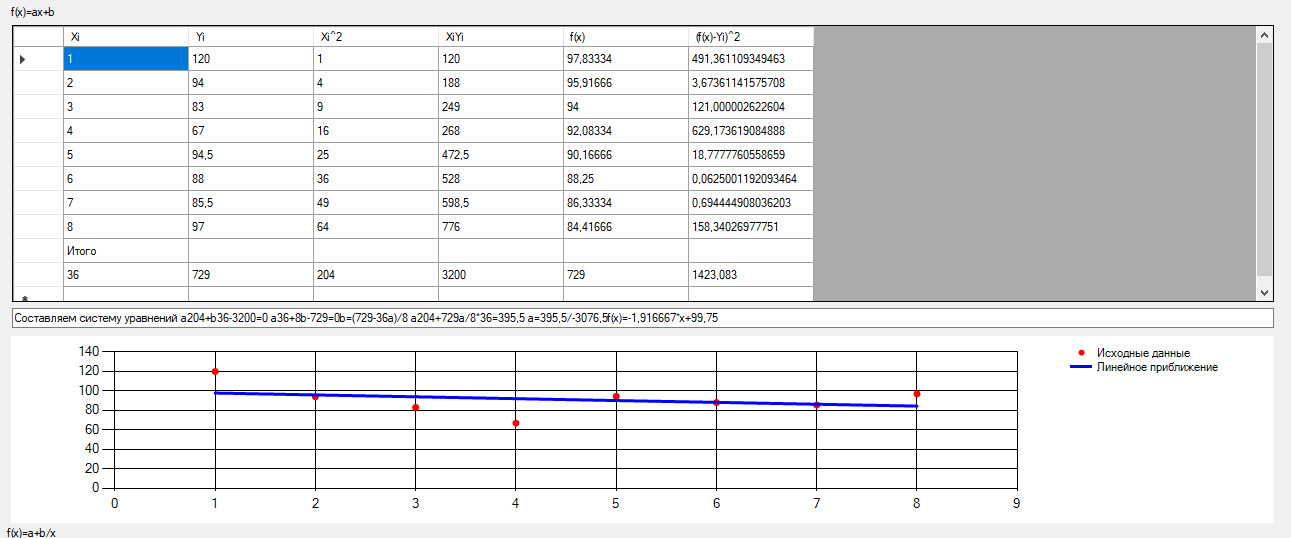
*f(6)(x)=-64·x·sin(2·x)+192·cos(2·x)*

*f(6)(0)=192*Подставляя полученные значения производных в формулу ряда Тейлора, получим:+...  
https://latex.codecogs.com/gif.latex?x\cdot%20sin(2\cdot%20x)=\frac%7b4%7d%7b2!%7d\cdot%20%7bx%7d%5e%7b2%7d%2B\frac%7b-32%7d%7b4!%7d\cdot%20%7bx%7d%5e%7b4%7d%2B\frac%7b192%7d%7b6!%7d\cdot%20%7bx%7d%5e%7b6%7d+...

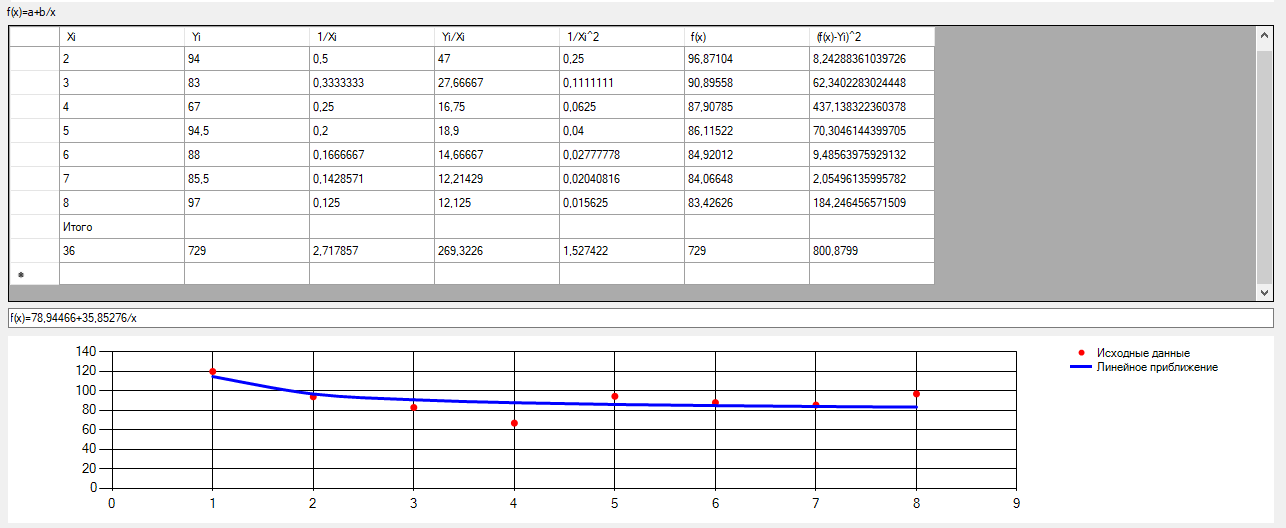
В результате исследования зависимости между временем и скоростью автомобиля получены следующие данные:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| t, час | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| v, км/час | 120 | 94 | 83 | 67 | 94,5 | 88 | 85,5 | 97 |

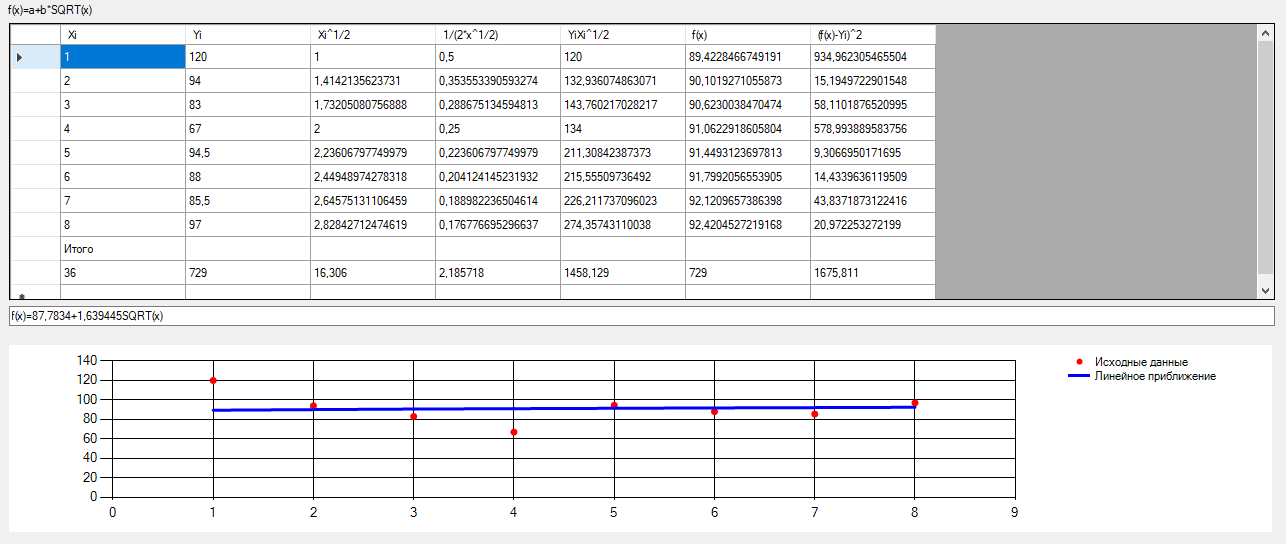
Используя метод наименьших квадратов, найти зависимость для функции, заданной таблицей ().



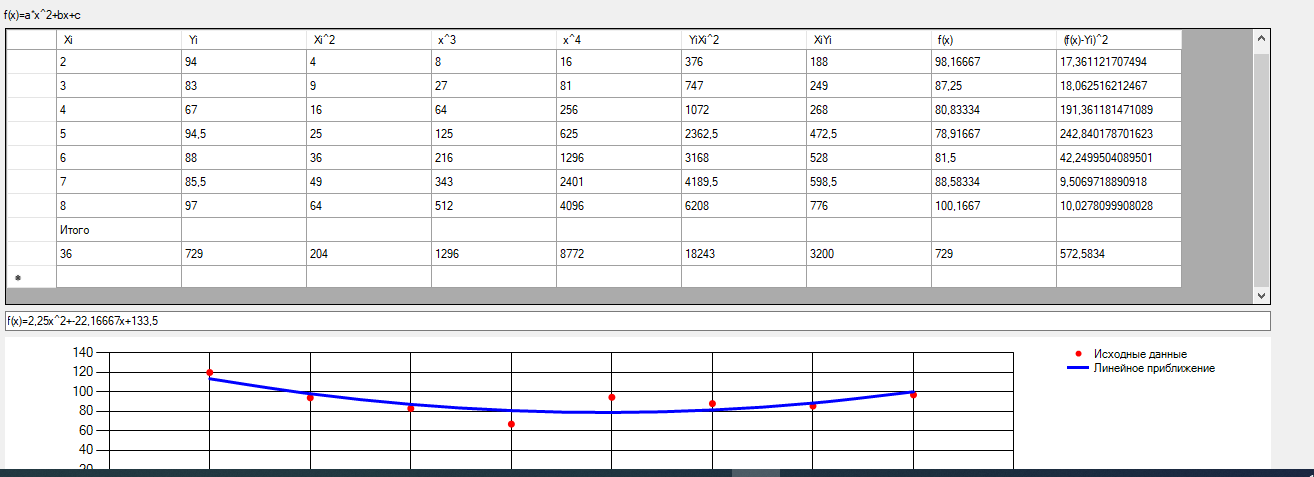
Составляем систему уравнений a204+b36-3200=0 a36+8b-729=0b=(729-36a)/8 a204+729a/8\*36=395,5 a=395,5/-3076,5f(x)=-1,916667\*x+99,75



f(x)=78,94466+35,85276/x



f(x)=87,7834+1,639445SQRT(x)



f(x)=2,25x^2+-22,16667x+133,5

1. При каких размерах коробка (без крышки), изготовленная из квадратного листа картона со стороной 5 м, имеет наибольшую вместимость? (решить задачу методом золотого сечения и дихотомии с погрешностью 0.1)
2. Фирма производит две модели A и B сборных книжных полок. Для каждого изделия модели A требуется 3 м2 досок, а для изделия модели B – 4 м2. Фирма может получить от своих поставщиков до 1700 м2 досок в неделю. Для каждого изделия модели A требуется 12 мин. машинного времени, а для изделия B - 30 мин. В неделю можно использовать 160 час. машинного времени. Сколько изделий каждой модели следует фирме выпускать в неделю для получения максимальной прибыли, если каждое изделие модели A приносит 2 ден. ед. прибыли, а каждое изделие B - 4 денежных единиц прибыли? (решить задачу с использованием **графического метода**).
3. Найти кратчайшее расстояние точки *М(р,р)* от параболы .
4. В шар радиуса R вписать цилиндр наибольшего объема. Найти размеры и объем такого цилиндра
5. Через точку *М(х,у)* эллипса  провести касательную, образующую с осями координат треугольник, площадь которого наименьшая. Найти эту точку и уравнение касательной.
6. Для обогрева помещений используют четыре агрегата, каждый из которых может работать на любом из пяти сортов топлива, имеющемся в количествах 90, 110, 70, 80 и 150 т. Потребность в топливе каждого из агрегатов соответственно равна 80, 120, 140 и 160 т. Теплотворная способность *i-*го сорта топлива при использовании его на *j-*м агрегате задаётся матрицей

*.*

Найти такое распределение топлива между агрегатами, при котором получается максимальное количество теплоты от использования всего топлива.

**Дискретная математика**

1. По заданной матрице весов графанайти величину максимального пути сам путь от вершины до вершины 



, ,,

,

Длина максимального пути от вершины до вершины  равна 44.

Методом последовательного возвращения найдем сам путь

Максимальный путь

1. По заданной матрице весов графанайти величину минимального пути сам путь от вершины до вершины по алгоритму Дейкстры.



1. , 

21. 

31. ,

41 , поэтому возвращаемся к пункту 2.

22.

42. , поэтому возвращаемся к пункту 2.

23. 

33. , 

43. , длина кратчайшего пути от вершины до вершины равна

51.

Проверяем условие  всех вершин множества с постоянными метками

Включаем дугу в путь и полагаем .

61. , поэтому возвращаемся к пункту 5.

52. 

Проверяем условие  всех вершин множества с постоянными метками

Включаем дугу в путь и полагаем .

62. , поэтому возвращаемся к пункту 5.

52.

Проверяем условие всех вершин множества с постоянными метками

Включаем дугу в путь и полагаем .

62. , кратчайший путь от вершины до вершинынайден.

Кратчайший путь: . Длина .

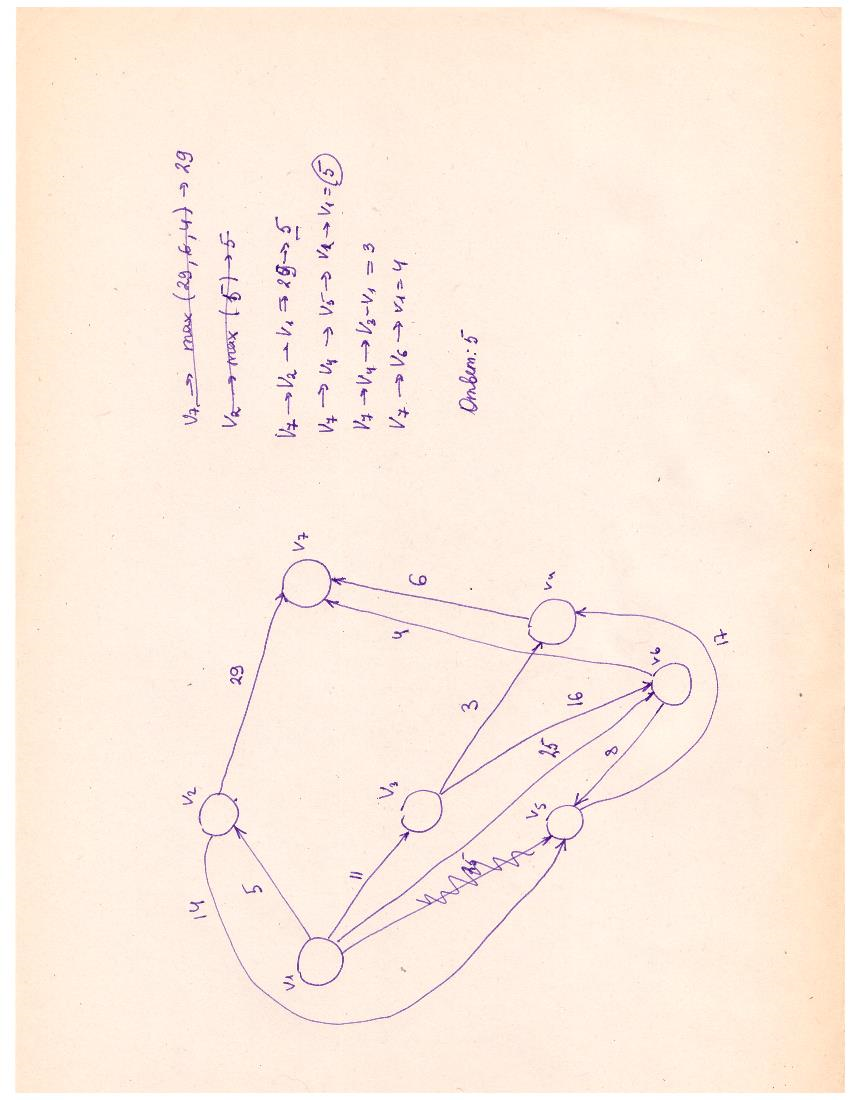
1. Найти общее решение рекуррентного соотношения 4-ого порядка 8.1 

Составим характеристическое уравнение

Находим его корни

1. По матрице пропускных способностей дуг графа найти максимальный поток от вершины до вершины и указать минимальный разрез.





**Исследование операций и теория игр**

1. Найти оптимальные стратегии и цену игры. Игра задана платёжной матрицей А. Задачу решить любым способом.

*Решение.*

Находим нижнюю цену игры

;

верхнюю цену игры

Имеем , игра имеет седловую точку и решение в чистых стратегиях.

Стратегии являются оптимальными и образуют решение игры, т.е. первый игрок А должен всегда придерживаться второй стратегии, а второй игрок В – первой стратегии. Читая цена игры .

**Математическая логика и теория алгоритмов**

1. Придумать две интерпретации формулы
   * x1 ∃ x2 ((x1, x2) ⊃(x2)) ⊃ ∀ x2(x2)

*У любого ребенка есть родитель, который привел дитя на этот свет, из-за чего ребенок живет в мире, и поэтому каждый родитель является творцом.*

*Перед любой грозой собираются тучи, из-за которых становится пасмурно, поэтому любые тучи навивают грусть.*

1. Записать в символах теории первого порядка: «*Не каждый умный человек умеет программировать, но среди программистов нет дураков».*

(∃ x1 )^(∀ x2 ¬≡¬ x1)

1. На вопрос, кто из трех студентов изучал логику, был поучен ответ: если изучал первый, то изучал и третий, но неверно, что если изучал второй, то изучал и третий. Кто изучал логику?

Обозначим через А, В, С простые высказывания:

А — «Первый ученик изучал логику»;

В — «Второй ученик изучал логику»;

С — «Третий ученик изучал логику».

Из условия задачи следует истинность высказывания: https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/4713/20190801114634/OEBPS/objects/c_info_10_13_1/b66a6b1e-6ec5-4d28-bdc1-03337b1d54e5.png.

Упростим получившееся высказывание:

https://resh.edu.ru/uploads/lesson_extract/4713/20190801114634/OEBPS/objects/c_info_10_13_1/f57df901-a478-4ae4-be9b-7453e6048781.png

Получившееся высказывание будет истинным только в случае, если С — истина, а А и В — ложь.

Ответ: логику изучал только третий ученик.

1. Однажды следователю пришлось одновременно допрашивать трех свидетелей: Клода, Жака и Дика. Их показания противоречили друг другу, и каждый из них обвинял кого-нибудь во лжи.

Клод утверждал, что Жак лжет. Жак обвинял Дика. Дик уговаривал следователя не верить ни Клоду, ни Жаку.

Кто из свидетелей говорил правду?

**Задача №1**

Следователь допрашивает Клода, Жака и Дика. Клод утверждает, что Жак лжет, Жак обвинял во лжи Дика, а Дик призывает не слушать ни того, ни другого. Кто из допрашиваемых говорил правду?

Решение:

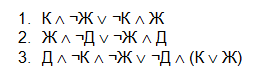
Пусть показания свидетелей будут назваться буквами К, Ж и Д. Тогда известно, что:

1. Если Клод сказал правду **(К),** то Жак лжет **(¬Ж)**, иначе (если Клод солгал, **¬К)**, то Жак сказал правду **(Ж)**

2. Если Жак сказал правду **(Ж)**, тогда Дик не прав, **(¬Д**), иначе лжет Жак **(¬Ж)**, а Дик – прав **(Д)**

3. Если лжет Дик **(Д)**, то Клод и Жак правы **(Ж и К)**, иначе последние лгут **(¬(Ж и К))**, а Дик – прав **(Д)**

Выразим эти высказывания на формальном языке логики:



Задача будет решена, если все три высказывания будут истинны, т.е. истинна их конъюнкция:

