1. Решить систему уравнений методом итераций с точностью *ε* = 10-3.

10*x*1**+**2*x*2**+** *x*3 *=* 10

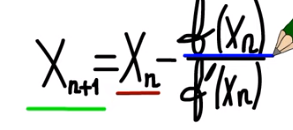
*x*1 *+* 10*x*2 *+* 2*x*3 = 12

*x*1**+** *x*2**+** 10*x*3 *=* 8

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | -0,2 | -0,1 |  |  |  |  | 0,001 |  |
| 1,2 | -0,1 | -0,2 |  |  |  |  |  |  |
| 0,8 | -0,1 | -0,2 |  |  |  |  |  |  |
| x1 | x2 | x3 | x1 | x2 | x3 | f1 | f2 | f3 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |  |  |
| 1 | 1,2 | 8 | -0,04 | -0,52 | -0,92 | 26 | 3,307692 | 9,695652 |
| -0,04 | -0,52 | -0,92 | 0,156 | 0,188 | 0,204 | 1,25641 | 3,765957 | 5,509804 |
| 0,156 | 0,188 | 0,204 | 0,098 | 0,1276 | 0,0652 | -0,59184 | -0,47335 | -2,12883 |
| 0,098 | 0,1276 | 0,0652 | 0,06596 | 0,0918 | 0,0526 | -0,48575 | -0,38998 | -0,23954 |
| 0,06596 | 0,0918 | 0,0526 | 0,04234 | 0,059452 | 0,033068 | -0,55786 | -0,5441 | -0,59066 |
| 0,04234 | 0,059452 | 0,033068 | 0,027143 | 0,038249 | 0,021313 | -0,5599 | -0,55433 | -0,55153 |
| 0,027143 | 0,038249 | 0,021313 | 0,017362 | 0,024484 | 0,013627 | -0,56338 | -0,56222 | -0,56408 |
| 0,017362 | 0,024484 | 0,013627 | 0,011102 | 0,01566 | 0,008716 | -0,5638 | -0,56344 | -0,56348 |
| 0,011102 | 0,01566 | 0,008716 | 0,007099 | 0,010014 | 0,005573 | -0,564 | -0,56391 | -0,564 |
| 0,007099 | 0,010014 | 0,005573 | 0,004539 | 0,006402 | 0,003563 | -0,56404 | -0,56401 | -0,56402 |

1. Решение нелинейного уравнения методом Ньютона.

Найти три корня уравнения x-cosx= 0 с точностью *ε* = 10-2.



|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | e | интервал |
| x-cosx=0 |  | 0,01 | 0-1 |
| 0 | -1 |  |  |
| 1 | 0,459698 | e |  |
| 0 | 1 |  |  |
| 1 | 0,750364 | -0,24964 |  |
| 2 | 0,739113 | -0,01125 |  |
| 3 | 0,739085 | -2,8E-05 |  |
| 4 | 0,739085 | -1,7E-10 |  |
| 5 | 0,739085 | 0 |  |

1. Решение нелинейного уравнения методом итераций.

Найти три корня уравнения *x*3+ 3*x*2 – 3 = 0 с точностью *ε* = 10-2.



1. Найти минимум функции

=(0,0) методом градиентного спуска.

**Итерация №1**.  
X0=(0;0).  
Вычислим значение функции в начальной точке f(X0) = -4.

 качестве направления поиска выберем вектор градиент в текущей точке:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ▽ f(X) = | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | |  | | --- | | 2x1-x2-2 | | -x1+2x2+3 | |  | |

Значение градиента в точке X0:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ▽ f(X0) = | |  |  |  | | --- | --- | --- | | |  | | --- | | -2 | | 3 | | |

Проверим критерий остановки:  
|▽f(X0)| < ε  
Имеем:  
https://latex.codecogs.com/gif.latex?|\nabla%20f(X_%7b0%7d)|%20=%20\sqrt%7b2%5e%7b2%7d%2B3%5e%7b2%7d%7d%20=%203.606%3E0

Сделаем шаг вдоль направления антиградиента.

X1=

*X0-λ1·▽f(X0)=*

Вычислим значение функции в новой точке.  
f(X1) = ((2.0\*λ1))2-(2.0\*λ1)\*(-3.0\*λ1)+((-3.0\*λ1))2-2\*(2.0\*λ1)+3\*(-3.0\*λ1)-4  
Найдем такой шаг, чтобы целевая функция достигала минимума вдоль этого направления. Из необходимого условия существования экстремума функции (f'(X)=0):  
38.0\*λ1-13.0 = 0  
Получим шаг: λ1 = 0.3421  
Выполнение этого шага приведет в точку:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X1 = | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | |  | | --- | | 0 | | 0 | |  | | - 0.3421 | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | |  | | --- | | -2 | | 3 | |  | | = | |  |  |  | | --- | --- | --- | | |  | | --- | | 0.6842 | | -1.0263 | | |

3. Вычисление следующей точки:

, *k*=*k*+1

4. Проверка условия окончания:

Если то поиск закончен: ;

иначе перейти к п.2.

1. Найти минимум функции

=(0,0) методом Ньютона.

В качестве направления поиска выберем ньютоновское направление, для этого вычислим градиент:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ▽ f(X) = | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | |  | | --- | | 2.0x1-x2-2.0 | | -x1+2.0x2+3.0 | |  | |

Значение градиента в точке X0(0;0):

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ▽ f(X0) = | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | |  | | --- | | -2 | | 3 | |  | |

Проверим критерий остановки:  
|▽f(X0)| < ε  
Имеем:  
https://latex.codecogs.com/gif.latex?|\nabla%20f(X_%7b0%7d)|%20=%20\sqrt%7b(-2)%5e%7b2%7d%2B3%5e%7b2%7d%7d%20=%203.606%3E0  
Сделаем шаг вдоль ньютоновского направления:  
X1 = X0 - G-1▽f(X0)  
Найдем матрицу Гессе и обратный гессиан.  
https://latex.codecogs.com/gif.latex?\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7df(x)%7d%7b%20\partial%20x_%7b1%7d%5e%7b2%7d%7d%20=%202  
https://latex.codecogs.com/gif.latex?\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7df(x)%7d%7b%20\partial%20x_%7b2%7d%5e%7b2%7d%7d%20=%202  
https://latex.codecogs.com/gif.latex?\frac%7b%20\partial%5e%7b2%7df(x)%7d%7b%20\partial%20x_%7b1%7dx_%7b2%7d%7d%20=%20-1  
Матрица Гессе:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| G = | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  | | --- | --- | | 2 | -1 | | -1 | 2 | |  | |

Обратный гессиан:  
detG = 2\*(-1) - 2\*2 = 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| https://latex.codecogs.com/gif.latex?G%5e%7b-1%7d%20=%20\frac%7b1%7d%7b3%7d | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  | | --- | --- | | 2 | 1 | | 1 | 2 | |  | |

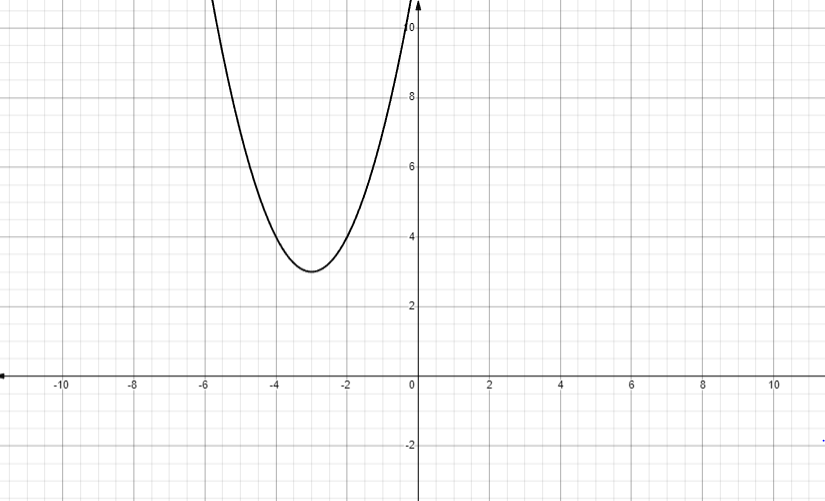
Получим:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X1 = | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | |  | | --- | | 0 | | 0 | |  | | https://latex.codecogs.com/gif.latex?%20-%20\frac%7b1%7d%7b3%7d | |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | |  |  | | --- | --- | | 2 | 1 | | 1 | 2 | |  | | \* | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | |  | | --- | | -2 | | 3 | |  | | = | |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | |  | | --- | | 0.333 | | -1.333 | |  | |

В этой точке |▽f(X1)| = 0 и матрица Гессе положительно определена, следовательно

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Xmin = | |  |  |  | | --- | --- | --- | | |  | | --- | | 0.333 | | -1.333 | | |

1. Найти минимум функции методом Фибоначчи.



Интервал -4 -2

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55

*N=9*

-2-(-4)

