

$\phi : 4,325$
 $Z : 4,5$



INDUSTRIE
DIENSTLEISTUNG
MODEGESTALTUNG

Mathematik

Name: LF

Klasse: BMS22023.1i

Test 1.4: Punkte: 18P. / 30 Punkte; Note: 4,0

Test 1.5fak: Punkte: 10P. / 23 Punkte; Note: (3,2) Nicolas Berger

Berufsmaturität

Test 1.4/1.5fak: Gleichungen

- Lösen Sie die folgenden Aufgaben auf separate Blätter.
- Wenn nicht anders angegeben, gilt: Grundmenge $G = \mathbb{R}$.
- Hilfsmittel: Taschenrechner ohne CAS, Formelsammlung
- Zeit: 90 Minuten
- Die Maximalpunktzahl ist in Klammern angegeben. Sie setzt eine vollständige Lösung voraus (lückenlose Herleitung, numerische Richtigkeit).
- Die maximale Punktezahl beträgt: Test 1.4: 30 Punkte; Test 1.5fak: 23 Punkte

Thema: lineare Gleichungen ohne Parameter

Aufgabe 1

(je 2 Punkte)

Bestimmen Sie x und die Lösungsmenge L der folgenden Gleichungen.

a) $(3x - 1)^2 - 5x(x + 6) = (2x + 3)^2 \quad G = \mathbb{Z} \text{ (ganze Zahlen)}$

b) $2(x + 1)(x - 1) - (x - 11)^2 = x^2 \quad G = \mathbb{N} \text{ (natürliche Zahlen)}$

c) $3(x + 4)(x + 1) = (x + 3)(3x + 6) \quad G = \mathbb{Q} \text{ (rationale Zahlen)}$

Thema: lineare Gleichungen mit Parametern

Aufgabe 2

(je 2 Punkte)

Bestimmen Sie die Lösungsmenge L (ohne Fallunterscheidung), wenn x die Lösungsvariable ist.

a) $4(x + 2d) + 33d = x + d(1 + x)$

b) $-6x = 39kx - 26k - 4$

c) $2k + 2x(x - k) = (2k + x)(2x - 8)$

Thema: lineare Bruchgleichungen

Aufgabe 3

(a, b: je 2 Punkte; c, d: je 3 Punkte)

Bestimmen Sie die Definitionsmenge D (dort, wo notwendig), danach x und danach die Lösungsmenge L für die Grundmenge $G = \mathbb{R}$.

a) $\frac{3x-11}{15} - \frac{2x+3}{18} = \frac{2}{5}$

b) $1 - \frac{5x+2}{3} + \frac{5x}{4} + \frac{x-10}{2} = 5 - \frac{2x-1}{9}$

c) $\frac{2x+8}{x^2-16} = \frac{1}{x-4}$

d) $\frac{x+3}{x-2} = \frac{x+2}{x-3} + \frac{x-5}{x^2-5x+6}$

Thema: Textaufgaben

Aufgabe 4

(3 Punkte)

Eine Chemielaborantin mischt 10%ige Kochsalzlösung mit 4%iger. Wie viel von jeder Lösung muss sie nehmen, um 500ml einer 6%igen Kochsalzlösung herzustellen?

Aufgabe 5

(3 Punkte)

Eine Apotheke bietet ein Desinfektionsmittel in unterschiedlichen Wirkstoffkonzentrationen an:

- 10%ige, davon hat sie 4 Liter Vorrat.
- 90%ige, davon hat sie 6 Liter Vorrat.

Ein Kunde bestellt 10 Liter Desinfektionsmittel mit einer Konzentration von 60%.

Kann die Apothekerin diese Menge in der gewünschten Konzentration durch Mischen aus ihren Vorräten herstellen? Beantworten Sie die Frage mit einer mathematischen Begründung.

Aufgabe 6

(4 Punkte)

Die Orte A und B liegen 25 km voneinander entfernt. Tina startet mit ihrem Bike um 14:00 Uhr in A und fährt mit einer Geschwindigkeit von 15 km/h in Richtung B. Zur gleichen Zeit startet Karin in B und fährt mit 17 km/h in Richtung A.

Nach wieviel Kilometern und nach welcher Zeit treffen sich die beiden zwischen A und B?

Aufgabe 7

(4 Punkte)

Die zwei ehemaligen Schulkameraden Ben und Tobi wollen sich zu Weihnachten wieder einmal zu einem gemeinsamen Abendessen treffen. Beide wohnen 240 km voneinander entfernt. Damit sie beide nicht so weit fahren müssen, wollen sie sich irgendwo dazwischen treffen. Ben fährt mit dem Mofa und kommt auf eine Geschwindigkeit von 25 km/h. Tobi fährt mit dem Auto und kann auf der Landstraße, die ihre beiden Orte verbindet, 80 km/h fahren.

Wann treffen sich die beiden, wenn sie gleichzeitig losfahren?

Wie weit ist dann jeder bis zum Treffpunkt gefahren?

Thema: quadratische Gleichungen**Aufgabe 8**

(je 3 Punkte)

Bestimmen Sie x und danach die Lösungsmenge L der folgenden quadratischen Gleichungen.

a) $3(5x^2 + 3) + 6 = (x^2 + 1) \cdot 16$

b) $(2x - 3)^2 - (x - 6)^2 = 21$

c) $(8x - 20)^2 = -(21 - 3x)^2$

d) $(x - 9)(x + 8) = 2(x - 6)(x + 6) + 3x$

e) $15x + 18(2 + x^2) = -19x^2 - 15x$

Aufgabe 9

(je 1 Punkt)

Wie viele Elemente hat die Lösungsmenge L für die Grundmenge $G = \mathbb{R}$?

a) $0,6x^2 + 9,6 - 4,8x = 0$

b) $50x + 32x^2 = -20$

'a)

$$(3x-1)(3x-1) - 5x(x+6) = (2x+3)(2x+3)$$

~~$$9x^2 - 3x - 3x + 1 - 5x^2 - \cancel{10x} - 30x = 9x^2 + 6x + 6x + 9$$~~

$$9x^2 - 6x + 1 - 30x = 9x^2 + 6x + 6x + 9 \quad |V$$

~~$$-36x + 1 = 12x + 9 \quad | -12$$~~

~~$$-48x + 1 = 9$$~~

~~$$-48x = 8 \quad \checkmark$$~~

$$| :(-48)$$

~~$$(-2)^p \quad \cancel{x} = -9,156$$~~

$$x = -0,1\bar{5}$$

$$G = \mathbb{Z}$$

~~$$L = \{-3\} \quad \checkmark$$~~

(12/12)

$$b) 2(x+7)(x-7) - (x-77)(x-77) = x^2 \quad |$$

$$(2x+2)(x-7) - (x^2 - 77x - 77x + 721) = x^2 \quad |$$

~~$$2x^2 - 2x + 2x - 2 - x^2 + 77x + 77x - 721 = x^2 \quad |$$~~

~~$$-723 + 22x = x^2 \quad |$$~~

~~$$-723 + 22x = 0 \quad | +723$$~~

~~$$22x = 723 \quad | :22$$~~

$$x = 5,59 \quad \checkmark$$

→ keine natürl. Zahl!

~~$$L = \{5,59\}$$~~

(12/12)

~~$$2) a) 9(x+8d) + 33d = x + d(1+x)$$~~

~~$$9x + 8d + 33d = x + d + dx \quad |V$$~~

~~$$9x + 91d = x + d + dx \quad | -d$$~~

~~$$9x + 90d = x + d(1+x) \quad | :d$$~~

~~$$\frac{9x + 90d}{d} = x + x$$~~

~~$$(9x + 90d) = 2x \quad | :2$$~~

~~$$\frac{(9x + 90d)}{2+d} = x$$~~

$$\begin{aligned} & \frac{9x + 90d}{2+d} = x \\ & 9(x + 10d) = x \\ & 9x + 90d = x \\ & 89x + 90d = 0 \end{aligned}$$

3.

$$\text{a) } \frac{3x-11}{15} - \frac{2x+3}{18} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{6(3x-11)}{90} - \frac{5(2x+3)}{90} = \frac{18(2)}{90}$$

$$6(3x-11) - 5(2x+3) = 18(2) \Rightarrow 36$$

$$18x - 66 - 10x - 15 = 36 \quad | +21 \\ 8x - 81 = 24 \quad | +81$$

$$8x = 105 \quad | :8$$

$$x = 13,125 \quad (\checkmark)$$

$$L = \{ \cancel{13,125} \} (\checkmark)$$

(12/12)

$$\text{c) } \frac{(2x+8)}{(x^2-16)} = \frac{1}{(x-4)}$$

$$(x+4)(x-4)$$

$$(2x+8)(x-9) = 1(x^2-16)$$

$$2x^2 - 8x + 8x - 32 = x^2 - 16 \quad | -2x^2$$

$$-32 = -x^2 - 76 \quad | +76$$

$$-16 = -x^2 \quad | \sqrt{} \quad (15) \checkmark$$

$$-9 = x_1$$

$$4 = x_2$$

$$L = \{ \cancel{13} \} \quad \cancel{4} \quad (\text{Falsche Schreibweise})$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{ \}$$

$D \neq 4$ (n) $\neg 4$ führt (-28)
 Falsche Schreibweise (-28)

(2/3)

3 b) (Lösungswg ?)

$$36 - 60x - 24 + 9x - 90 = 780 - 8 \times 69 \quad (\text{Fehler})$$

$$-78 - 51x = 780 - 8 \times 69 \quad | + 78$$

$$-78 - 51x = 780 - 8 \times 69 \quad | + 78$$

$$-51x = 254 \quad | : 43$$

$$-x = 5,97 \quad x = ?$$

$$L = 85,97$$

~~Offenheit~~

~~Offenheit~~
Kreisen

d) ~~$x^3 - x^2 = x^2 - 5x + 6$~~ $D = x \neq 2$ falsche Schreibweise
fehlt $x \neq 3$ $D = R \setminus \{2, 3\}$ weiter lösbar!

5.

Des 1	90	470%
Des 2	70	99% ((2))
	70	60%

2/3

$$(4 \cdot 10) + (70 \cdot 90) = 70 \cdot 60 \quad ?$$

$$40 + 900 = 600 \quad ?$$

Ausgabe fehlt

8 d) $(x-2)(x+8) = 2(x-6)(x+6) + 3x$

$$x^2 + 8x - 2x - 72 = 2(x^2 + 6x - 6x - 36) + 3x$$

2/3

$$x^2 - 2x - 72 = 2x^2 + 3x$$

$$x^2 - 2x = 2x^2 + 3x$$

$$-3x^2 - 5x = 0$$

$$-4x \quad (\neq -x)$$

$$(-8)$$

$$L = 8,33 \quad (-1P)$$

$$x_1 = ?$$

$$x_2 = ?$$

fehlen!
(1P)

3.

$$\text{d)} \frac{x+3}{x-2} = \frac{x+2}{x-3} + \frac{x-5}{x^2-5x+6}$$

$$\left| - \frac{x+3}{x-2}$$

$$0 = \frac{-x+3}{x-2} + \frac{x+2}{x-3} + \frac{x-5}{x^2-5x+6}$$

$$(x-3)(x-2)$$

$$0 = \frac{-(x-3)(x+3) + (x+2)(x-2) + x-5}{(x-3)(x-2)}$$

(-4) fällt (-2P)

$$0 = -(x^2 + 3x - 3x - 9) + x^2 - 3x + 2x + x - 5$$

$$0 = -x^2 - 3x + 3x + 9 + x^2 + x - 5 - 4$$

$$0 = -x^2 + 9 + x^2 + x - 5$$

$$0 = 9 + x - 5 - 4$$

minus!

$| -x$

1 1/2 13

$$\text{G) } x = 4 + 1n$$

$$\text{(-2P)} \quad \text{L} = \cancel{4} + \cancel{1n}$$

Schlussweise:

$$D = \mathbb{R} \setminus \{ \}$$

$$(-2P)$$

$$\text{D: } x \neq 3 \quad x \neq 2$$

$$\text{7. } \xrightarrow{\quad 240 \text{ km} \quad} \xleftarrow{\quad}$$

$$25 \text{ km/h} \quad 80 \text{ km/h}$$

$$(25x) \cancel{+} (80y) = 240 \quad x \neq y$$

$$25x + 80y = 240 \quad \cancel{f}$$

?

l

0/4

8!

b) $(2x-3)(2x-3) - (x-6)(x-6) = 27$

$$4x^2 - 6x - 6x + 9 - (x^2 - 6x - 6x + 36) = 27 \quad \checkmark$$

$$4x^2 - 6x - 6x + 9 - x^2 + 6x + 6x - 36 = 27 \quad \checkmark$$

$$4x^2 - 12x + 9 - x^2 + 12x - 36 = 27$$

$$3x^2 - 27 = 27 \quad |+27$$

$$3x^2 = 48 \quad |:3$$

$$x^2 = 16 \quad |(\sqrt{})$$

$$\begin{array}{l} x_1 = 4 \\ x_2 = -4 \end{array}$$

~~jeut~~ $L = \{4\}$ ~~jeut~~

(-2P)

(2½/3)

c) $(8x-20)(8x-20) = -(27-3x)(27-3x)$

$$64x^2 - 160x - 160x + 400 = -(441 - 63x - 63x + 9x^2)$$

$$64x^2 - 160x - 160x + 400 = -441 + 63x + \cancel{63x} - \cancel{63x} + 9x^2$$

$$64x^2 - 320x + 400 = -441 + 726x - 9x^2 \quad |(-726x)$$

$$64x^2 - 996x + 400 = -441 - 9x^2 \quad |(+9x^2)$$

$$73x^2 - 996x + 400 = -441 \quad |(-400)$$

$$73x^2 - 996x + 847 = 0 \quad |(+441)$$

$$\begin{array}{l} a = 73 \\ b = -996 \\ c = +847 \end{array}$$

(drei x)

$$\begin{array}{l} x_1 = ? \\ x_2 = ? \end{array}$$

Angaben fehlen

$$L = \{3\}$$

(2/3)

9.

a) $0,6x^2 + 9,6 - 9,8x = 0$

$$0,6x^2 - 9,8x + 9,6 \quad L = \{4\}$$

$$a = 0,6$$

$$b = -9,8$$

$$c = 9,6$$

~~x=4~~

$$\underline{x=4}$$

(1)

(1)

Fakultativ

1.

$$c) \quad 3(x+4)(x+7) = (x+3)(3x+6)$$

$$(3x+12)(x+7) = 3x^2 + 6x + 9x + 78$$

$$\cancel{3x^2} + \cancel{3x} + \cancel{72x} + 12 = \cancel{3x^2} + \cancel{75x} + \cancel{72} - 78$$

$$12 \neq 78$$

$$L = \{3\}$$

2

2.

$$c) \quad 2k+2x(x-k) = (2k+x)(2x-8)$$

$$\cancel{2k} + \cancel{2x^2} - \cancel{2kx} = \cancel{9kx} - \cancel{16k} + \cancel{2x^2} - \cancel{8x}$$

$$\cancel{2k} - \cancel{2kx} = \cancel{9kx} - \cancel{16k} - \cancel{8x} \quad | - 9kx$$

$$\cancel{2k} - \cancel{6kx} = -\cancel{16k} - \cancel{8x} \quad | + 8x$$

$$8x + \cancel{2k} - \cancel{6kx} = -\cancel{16k} \quad | - 2k$$

$$8x - 6kx = -16k \quad | : 6k$$

$$8x - 6kx = -16k \quad | : 6k$$

~~x(6k)~~ x ausklammern

$\text{1:6k} \neq$

$\frac{8x - x}{6k} = -\frac{16k}{6k}$

$$7x = \frac{-16k}{6k} \quad | \cdot 6k$$

$$7x = \cancel{-3} \quad | : 7$$

$$x = -0,929$$

$$L = \{-0,929\}$$

1/2

3.

$$d) \quad \frac{1}{7} - \frac{5x+2}{3} + \frac{5x}{9} + \frac{x-70}{2} = \frac{5}{7} - \frac{2x-7}{9}$$

$$\frac{1(36)}{36} - \frac{12(5x+2)}{36} + \frac{9(x-70)}{36} = \frac{36(5)}{36} - \frac{9(2x-7)}{36}$$

1/2