

Mathematik

Name: *Nicolas Berger*
Punkte: *25,2 P.* / 42 Punkte

Klasse: BMS22023.1i
Note: *4,0*



Berufsmaturität

Test 1.3: Dividieren, Potenzieren, Logarithmieren

- Lösen Sie die folgenden Aufgaben auf separate Blätter.
- Wenn nicht anders angegeben, gilt: Grundmenge $G = \mathbb{R}$.
- Hilfsmittel: Taschenrechner ohne CAS, Formelsammlung
- Zeit: 90 Minuten
- Die Maximalpunktzahl ist in Klammern angegeben. Sie setzt eine vollständige Lösung voraus (lückenlose Herleitung, numerische Richtigkeit).
- Die maximale Punktzahl beträgt: 42 Punkte

Thema: Brüche kürzen

~~Aufgabe 1~~

(je 2 Punkte; Total: 4 Punkte)

Kürzen Sie die folgenden Terme so weit wie möglich.

a) $\frac{x-xy}{xy-3y-x+3}$

b) $\frac{(36x - 36y)^2}{36x^2 - 36y^2}$

Thema: Brüche addieren und subtrahieren

~~Aufgabe 2~~



(a: 2 Punkte; b: 3 Punkte; Total: 5 Punkte)

Vereinfachen Sie die folgenden Brüche durch Addieren und Subtrahieren.

Hinweis: Lösung kürzen

a) $\frac{10a + 14}{a^2 - 2a + 1} - \frac{6a + 18}{a^2 - 2a + 1} =$

b) $\frac{a^2 + 3}{2 - 2a^2} - \frac{-a - 1}{2a - 2} - \frac{3a - 2a^2}{a^2 + a} =$

Thema: Brüche multiplizieren und dividieren

Aufgabe 3

(je 2 Punkte; Total: 4 Punkte)

Vereinfachen Sie die Terme so weit wie möglich.

a) $\frac{10a^2 - 20a + 10}{9a^2 + 18a + 9} : \frac{15a^2 + 15a - 30}{2a^2 - 2a - 4} =$

b) $\frac{a^2 - 19a + 90}{a + 9} \cdot \frac{9 + a}{a - 9} =$

Aufgabe 4

(je 4 Punkte; Total: 8 Punkte)

Vereinfachen Sie die Doppelbrüche so weit wie möglich.

a) $\frac{\frac{9a-9b}{2c}}{\frac{6a^2-6b^2}{4c^2+2c}} =$

b) $\frac{\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b}}{\frac{1}{a+b} - \frac{1}{b-a}} =$

Thema: Potenzieren

Aufgabe 5

(je 1 Punkt; Total: 6 Punkte)

Vereinfachen Sie den Term.

a) $-x^2 \cdot (-3x)^3 \cdot (-3x^4) =$

b) $-2x^{n-2} \cdot x^{2-n} =$

c) $(x-y)^{n+5} : (x-y)^{n-5} =$

d) $\frac{x^2(y-4)^{-3}}{(-x)^9(4-y)^5} =$

e) $(4x)^{-3} \cdot (-0,5x^3y^{-4})^{-2} =$

f) $((x-y)^{n-3})^{n+3} =$

Aufgabe 6

(a, b: je 2 Punkte; Total: 4 Punkte)

Schreiben Sie als Summe und vereinfachen Sie.

a) $(3a^{-3} - 2a^2)^2 =$

b) $st^{-6}(8t^{-7} - 4s^5t^{-4}) - s^6t^{-3}(8t^{-7} + 8st^{-6}) =$

~~Aufgabe 7~~

(4 Punkte)

Vereinfachen Sie.

$$\left(\frac{3a^{-2n}b^4c^0}{4a^n b^{-2} c^{-2}}\right)^3 : \left(\frac{2b^{-4}c}{3a^{-2n}c^{-1}}\right)^{-4} =$$

Thema: Logarithmieren~~Aufgabe 8~~

(je 1 Punkt; Total: 4 Punkte)

Geben Sie den Wert des Logarithmus an.

a) $\log_{2\sqrt{2}}(1) = x$ ~~x=0~~ ✓

b) $\log_3\left(\frac{1}{81}\right) = x$ ~~x=-4~~ ✓

c) $\log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{1}{625}\right) = x$ ~~x=4~~ ✓

d) $\lg(10^5) = x$ ~~x=5~~ ✓

(4)

~~Aufgabe 9~~

(je 1 Punkt; Total: 3 Punkte)

Bestimmen Sie x.

a) $\log_{625}(x) = -\frac{1}{4}$ ~~x=0,125~~ ✓

b) $\log_{0,5}(8) = x$ ~~x=-3~~ ✓

c) $\log_x(4) = -1$ ~~x=0,25~~ ✓

(3)

9
b)

$$\frac{a(a+b) + b(a+b)}{(a+b)(a+b)} \cdot \frac{\cancel{(a+b)(b-a)}}{\cancel{(a+b)}} = \frac{2b}{(a+b)(b-a)}$$

andere Lös.

(bitte warte
Anwahl an Ls.
Lösung)

3.

a)

$$\frac{10a^2 - 20a + 10}{9a^2 + 18a + 9} \cdot \frac{2a^2 - 2a - 4}{15a^2 + 15a - 30}$$

$$\frac{10(a^2 - 2a + 1)}{9(a^2 + 2a + 1)} \cdot \frac{2(a^2 - a - 2)}{15(a^2 + a - 2)}$$

$$\frac{10 \cancel{(a^2 - 2a + 1)}}{9 \cancel{(a^2 + 2a + 1)}} \cdot \frac{2 \cancel{(a^2 - a - 2)}}{-15 \cancel{(a^2 + a - 2)}}$$

~~9(a^2 + a - 2)~~

¹⁵

$$\frac{10 \cdot 2(a^2 - a - 2)}{9 \cancel{15(a^2 + a - 2)}} = \frac{2 \cdot 2(a^2 - a - 2)}{3(a^2 + a - 2)}$$

$$= \frac{4(a^2 - a - 2)}{27(a^2 + a - 2)}$$

lösbar = ?

$$-2(-a^2 + a + 2)$$

$$-15(a^2 - a + 2)$$

b)

$$\frac{(a^2 - 19a + 90)}{(a+9)} \cdot \frac{(2+a)}{(a-9)}$$

$$\frac{(a^2 - 19a + 90)}{1} \cdot \frac{1}{(a-9)}$$

$$(a-9)(a-10) = \frac{(a-9)(a-10) \cdot 1}{1 \cdot (a-9)} = \underline{\underline{a-10}}$$

$$a^2 - 10a - 9a + 90$$

$$-19a$$

(2)

96*

Mult

$$a) \frac{10a+14}{a^2-2a+1} - \frac{6a+18}{a^2-2a+1} = \frac{(4a-9)}{(a^2-2a+1)} = \frac{4}{(a-1)(a-1)}$$

$$b) \frac{a^2+3}{2-2a^2} + \frac{-a-1}{2a-2} - \frac{3a-2a^2}{a^2+a}$$

fallsches Zeichen

$$\frac{(a^2+3)(2a-2) + (-\quad)}{?}$$

$$\frac{(a^2+3)(2a-2) + (-a-1)(2-2a^2)}{(2-2a^2)(2a-2)}$$

$$\begin{aligned} & -2a^3 - 2a^2 + 6a - 6 + (-2a + 2a^3 - 2 + 2a) \\ & \frac{(4a^3 + 4a - 8) + 0}{(2-2a^2)(2a-2)} - \frac{3a-2a^2}{a^2+a} \end{aligned}$$

$$\frac{(4a^3 + 4a - 8)(a^2 + a) - 3a - 2a^2(2-2a^2)(2a-2)}{(2-2a^2)(2a-2)(a^2+a)}$$

$$\begin{aligned} & 4a^5 + 4a^4 + 4a^3 + 4a^2 - 8a^4 - 8a^3 - 8a^2 - 8a \\ & 4a^5 + 4a^4 + 8a^2 - 7Sa - 2a^2 \end{aligned}$$

113

4.

$$\text{a) } \frac{9a - 9b}{2c} = \frac{6a^2 - 6b^2}{9c^2 + 2c}$$

$$\frac{(9a - 9b)}{2c} \cdot \frac{(9c^2 + 2c)}{(6a^2 - 6b^2)}$$

$$\frac{9(a-b)}{2c} \cdot \frac{2c(2c+1)}{6(a^2-b^2)}$$

$$= \frac{\cancel{9}(a-b)}{\cancel{2c}} \cdot \frac{2c(2c+1)}{\cancel{6}(a^2-b^2)} \quad \begin{matrix} (a+b)(a-b) \\ \text{faktorisieren f\"ur} \\ (-1) \end{matrix}$$

falsch gekreuzt

$$\frac{3}{2c} \cdot \frac{2c(2c+1)}{2(a-b)} = \frac{3(2c+1)}{2(a-b)} = \frac{3(2c+1)}{\cancel{2}\cancel{2c}(a-b)} = \frac{3(2c+1)}{\cancel{2}\cancel{2c}(a-b)} = \frac{3(2c+1)}{+(-)}$$

(3/4)

$$\text{4 b) } \left(\frac{a}{(a+b)} + \frac{b}{(a-b)} \right) \stackrel{?}{=} \left(\frac{1}{a+b} - \frac{1}{b-a} \right)$$

$$\frac{a}{(a+b)} + \frac{b}{(a-b)} ?$$

$$\frac{a(a-b)}{(a+b)(a-b)} + \frac{b(a+b)}{(a-b)(a+b)} ?$$

$$= \frac{(a^2-ab) + (ab+b^2)}{(a+b)(a-b)} ?$$

$$a^2-ab+ab+b^2$$

$$(a-b)(a+b)$$

$$\frac{(a^2+b^2)}{(a+b)(a-b)} \quad \checkmark (1P)$$

$$a^2 = ab + ab + b^2$$

$$\frac{a(a-b) + b(a+b)}{(a+b)(a-b)}$$

$$\frac{a(-b) + b(a+b)}{(a+b)(a-b)}$$

$$\cancel{a(-b)} + b(a+b) = 2b$$

$$b \cancel{(a+b)}$$

$$\frac{1}{(a+b)} - \frac{1}{(b-a)} = \frac{(b-a) \cancel{+} (a+b)}{(a+b)(b-a)} = ?$$

$$a=2 \\ b=1$$

$$\cancel{ab} \neq 0$$

$$(1/4)$$

$$2) \frac{(a^2+3)}{(2-2a^2)} - \frac{(-a-1)}{(2a-2)} - \frac{(3a-2a^2)}{(a^2+a)}$$

$$a^2 + 3 - a - 1$$

$$a^2 + 2 - a$$

$$\frac{(a^2+3)(2a-2) - (-a-1)(2-2a^2)}{(2-2a^2)(2a-2)}$$

$$= 2a^3 - 2a^2 + 6a - 6 - (-2a + 2a^3 + 2a^3 - 2 + 2a^2)$$

$$2a^3 - 2a^2 + 6a - 6 + (2a - 2a^3 + 2 - 2a^2)$$

$$\frac{-4a^2 + 8a - 4}{(2-2a^2)(2a-2)}$$

$$(2-2a^2)(2a-2)$$

$$9a - 9 - 9a^3 + 9a^2$$

$$\frac{a^2 + 2 - a}{a^2 + a} - \frac{3a - 2a^2}{a^2 + a}$$

$$\frac{a^2 + 2 - a(a^2 + a) - 3a - 2a^2}{(a^2 + a)}$$

$$\cancel{\frac{a^3 + 2 - a^3 - a^2 + 3a + 2a^2}{a^2 + a}}$$

keine Ausw.
auflös.

~~f~~

$$7. \left(\frac{3a^{-2n} b^4 c^0}{4a^n b^{-2} c^{-2}} \right)^3 \cdot \left(\frac{3a^{-2n} c^{-1}}{2b^{-4} c} \right)^{-4}$$

$$\frac{3^3 a^{-6n} b^{12} c^0}{4^3 a^{3n} b^{-6} c^{-6}} \cdot \frac{3^4 \cancel{a^{-8n}} b^{8n} c^4}{2^4 b^{-16} c^{-4}}$$

$$\frac{3^3 b^{12} c^0}{4^3 \cancel{a^{3n}}} \cdot \frac{\cancel{a^{-8n}} c^6}{\cancel{b^{-16}}} = \frac{3^3 b^{12} c^6}{4^3 a^n}$$

• 3 8² 8

$$\frac{c^6 b^2 \cdot c^8 \cancel{b^{-16}}}{4^3 a^n \cdot 3}$$

69

$$\frac{c^6 b^2 \cdot c^8 \cancel{b^{-16}}}{4^3 a^n \cdot 3}$$

: 16

$$\frac{c^6 b^2 \cdot c^8 \cancel{b^{-16}}}{4^3 a^n \cdot 3} = \frac{b^2 c^{14}}{72 a^n}$$

(4)

5. f) $\frac{((x-y)^{n-3})^{n+3}}{(x-y)^{n-3}} =$

$$(x-y)^{n-3} = \cancel{x} \cancel{y} \cancel{(x-y)^{n-3}}$$

$$(n-3)(n+3)$$

$$x = n^2 + 3n - 3n - 3$$

$$y = (n-3)(n+3)$$

$$(x-y)^{n-3} \neq$$

$$n^2 + 3n - 3n - 3$$

Falsche Lös. (-1)

$$\frac{(x-y)^{n-3}}{n^2 - 9}$$

≠

(21)

$$6. \text{ a) } (3a^{-3} - 2a^2)^2 = \frac{9a^{-6} \cdot 4}{3a^1 - 2a^4} \quad \text{2. Bin. F.}$$

$$\text{b) } st^{-6}(8t^{-7} - 4s^5 t^{-4}) - s^6 t^{-3}(8t^{-7} + 8st^{-6}) = ? \quad \text{zu 17} \quad (0/2)$$

$$7. \text{ a) } \frac{(x-x^y)}{(xy-3y-x+3)} = \frac{x(1-y)}{(1-y)(x+3)} = ? \quad \text{zu 17} \quad (2/2)$$

$$\text{b) } \frac{(36x-36y)^2}{36x^2-36y^2} = \frac{36^2(-2)}{36(x^2-y^2)} = 1 \quad (-11) \quad \cancel{\frac{36^2(-2)}{36(x^2-y^2)}} = 1 \quad \cancel{\frac{1}{1}} = 1 \quad \text{zu 17} \quad (2/2)$$

$$5. \text{ a) } -x^2 \cdot (-3x)^3 \cdot (-3x^4) = \\ -27x^3 \cdot -3x^9 \\ -x^2 \cdot 81x^7 = \underline{-81x^{11}} \quad \checkmark \quad (1)$$

$$\text{b) } -2x^{n+2} \cdot x^{k-n} = \cancel{-2x^{n+2}} \quad -2 \quad (\neq -2x) \quad (2/1)$$

$$\text{c) } (x-y)^{n+5} : (x-y)^{n-5} = \underline{(x-y)^{10}} \quad \checkmark \quad (1)$$

$$\text{d) } \frac{x^2(y-9)^{-3}}{(-x)^9(9-y)^5} = \frac{x^2 \cancel{y^{-3}-9^{-3}}}{\cancel{-x^9} \cancel{9^5-9^5}} = \frac{(x^2 \cancel{y^{-3}-9^{-3}})}{\cancel{-x^9} \cancel{9^5(y^3-9^3)}} \frac{(x^2-y^5)}{\cancel{-x^9} \cancel{9^5} \cdot 1024(y^3-9^3)} \quad \cancel{\frac{(x^2-y^5)}{-x^9 1024(y^3-9^3)}} \quad \cancel{\frac{1}{1}} \quad (0/1)$$

$$\text{e) } \frac{(9x)^{-3} \cdot (-0,5x^3y^{-4})^{-2}}{7} = \frac{9^3 x^3 \cdot \cancel{(-0,5)^2 x^{-6} y^8}}{7} \quad \text{zu 11} \quad (3/1)$$

$$\cancel{\frac{y^8}{76x^{-11}-0,5(-11)}} \quad \cancel{\frac{1}{1}}$$

$$= \frac{\cancel{9^3 x^3} \cdot \cancel{(-0,5)^2} x^6}{\cancel{64x^3} \cdot \cancel{(-0,5)^2} \cancel{?}} = \frac{64x^9 \cdot (-0,5)^2}{\cancel{-64x^9} \cancel{(-0,5)^2}} \quad \cancel{\frac{1}{1}}$$