# 贪心算法之区间调度问题

🌎 Stars 79k 🗩 知乎 @labuladong 🧠 公众号 @labuladong 💆 B站 @labuladong



# 微信搜一搜 Q labuladong

#### 相关推荐:

- 如何判定括号合法性
- 一文解决三道区间问题

读完本文, 你不仅学会了算法套路, 还可以顺便去 LeetCode 上拿下如下题目:

435. 无重叠区间

452.用最少数量的箭引爆气球

什么是贪心算法呢? 贪心算法可以认为是动态规划算法的一个特例,相比动态规划,使用贪心算法需要 满足更多的条件(贪心选择性质),但是效率比动态规划要高。

比如说一个算法问题使用暴力解法需要指数级时间,如果能使用动态规划消除重叠子问题,就可以降到 多项式级别的时间,如果满足贪心选择性质,那么可以进一步降低时间复杂度,达到线性级别的。

什么是贪心选择性质呢,简单说就是:每一步都做出一个局部最优的选择,最终的结果就是全局最优。 注意哦,这是一种特殊性质,其实只有一部分问题拥有这个性质。

比如你面前放着 100 张人民币, 你只能拿十张, 怎么才能拿最多的面额? 显然每次选择剩下钞票中面值 最大的一张, 最后你的选择一定是最优的。

然而,大部分问题明显不具有贪心选择性质。比如打斗地主,对手出对儿三,按照贪心策略,你应该出 尽可能小的牌刚好压制住对方,但现实情况我们甚至可能会出王炸。这种情况就不能用贪心算法,而得 使用动态规划解决,参见前文「动态规划解决博弈问题」。

# 一、问题概述

言归正传,本文解决一个很经典的贪心算法问题 Interval Scheduling(区间调度问题)。给你很多形如 [start, end] 的闭区间,请你设计一个算法,**算出这些区间中最多有几个互不相交的区间**。

int intervalSchedule(int[][] intvs) {}

举个例子, intvs = [[1,3], [2,4], [3,6]], 这些区间最多有 2 个区间互不相交, 即 [[1,3], [3,6]], 你的算法应该返回 2。注意边界相同并不算相交。

这个问题在生活中的应用广泛,比如你今天有好几个活动,每个活动都可以用区间 [start, end] 表示 开始和结束的时间,请问你今天**最多能参加几个活动呢?** 显然你一个人不能同时参加两个活动,所以说 这个问题就是求这些时间区间的最大不相交子集。

# 二、贪心解法

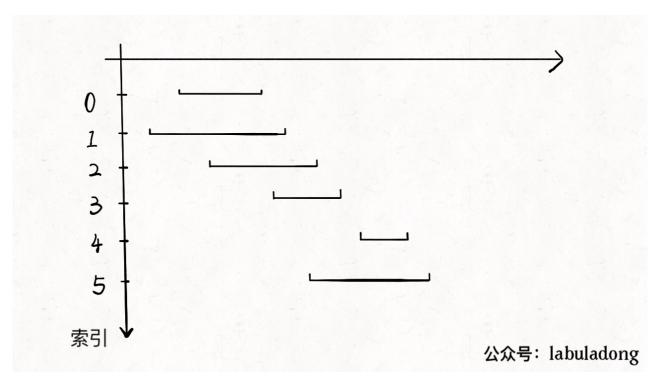
这个问题有许多看起来不错的贪心思路,却都不能得到正确答案。比如说:

也许我们可以每次选择可选区间中开始最早的那个?但是可能存在某些区间开始很早,但是很长,使得我们错误地错过了一些短的区间。或者我们每次选择可选区间中最短的那个?或者选择出现冲突最少的那个区间?这些方案都能很容易举出反例,不是正确的方案。

正确的思路其实很简单,可以分为以下三步:

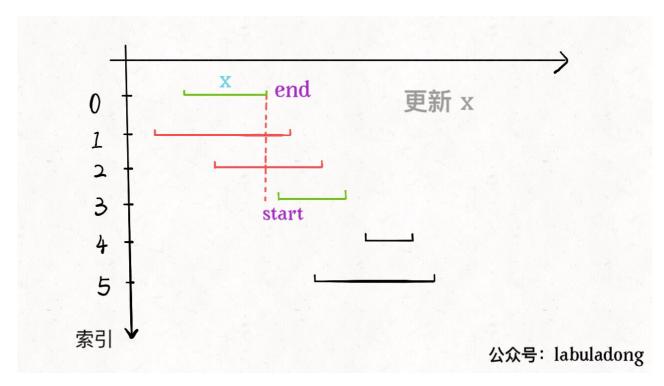
- 1. 从区间集合 intvs 中选择一个区间 x, 这个 x 是在当前所有区间中**结束最早的**(end 最小)。
- 2. 把所有与 x 区间相交的区间从区间集合 intvs 中删除。
- 3. 重复步骤 1 和 2, 直到 intvs 为空为止。之前选出的那些 x 就是最大不相交子集。

把这个思路实现成算法的话,可以按每个区间的 end 数值升序排序,因为这样处理之后实现步骤 1 和步骤 2 都方便很多:



现在来实现算法,对于步骤 1,由于我们预先按照 end 排了序,所以选择 x 是很容易的。关键在于,如何去除与 x 相交的区间,选择下一轮循环的 x 呢?

由于我们事先排了序,不难发现所有与 x 相交的区间必然会与 x 的 end 相交;如果一个区间不想与 x 的 end 相交,它的 start 必须要大于(或等于)x 的 end:



#### 看下代码:

```
public int intervalSchedule(int[][] intvs) {
    if (intvs.length == 0) return 0;
    // 按 end 升序排序
   Arrays.sort(intvs, new Comparator<int[]>() {
       @Override
       public int compare(int[] a, int[] b) {
           // 这里不能使用 a[1] - b[1], 要注意溢出问题
           if (a[1] < b[1])
               return -1;
           else if (a[1] > b[1])
               return 1;
           else return 0;
       }
    });
    // 至少有一个区间不相交
   int count = 1;
    // 排序后,第一个区间就是 x
   int x_end = intvs[0][1];
    for (int[] interval : intvs) {
       int start = interval[0];
       if (start \geq x_end) {
           // 找到下一个选择的区间了
           count++;
           x_end = interval[1];
       }
    }
   return count;
}
```

# 三、应用举例

下面举例几道 LeetCode 题目应用一下区间调度算法。

第 435 题, 无重叠区间:

给定一个区间的集合,找到需要移除区间的最小数量,使剩余区间互不重叠。

# 注意:

- 1. 可以认为区间的终点总是大于它的起点。
- 2. 区间 [1,2] 和 [2,3] 的边界相互"接触",但没有相互重叠。

## 示例 1:

```
输入: [[1,2], [2,3], [3,4], [1,3]]
```

输出: 1

解释: 移除 [1,3] 后,剩下的区间没有重叠。

我们已经会求最多有几个区间不会重叠了,那么剩下的不就是至少需要去除的区间吗?

```
int eraseOverlapIntervals(int[][] intervals) {
   int n = intervals.length;
   return n - intervalSchedule(intervals);
}
```

第 452 题,用最少的箭头射爆气球:

在二维空间中有许多球形的气球。对于每个气球,提供的输入是水平方向上,气球直径的开始和结束坐标。由于它是水平的,所以y坐标并不重要,因此只要知道开始和结束的x坐标就足够了。开始坐标总是小于结束坐标。平面内最多存在10<sup>4</sup>个气球。

一支弓箭可以沿着x轴从不同点完全垂直地射出。在坐标x处射出一支箭,若有一个气球的直径的开始和结束坐标为  $x_{start}$ ,  $x_{end}$ , 且满足  $x_{start} \le x \le x_{end}$ , 则该气球会被引爆。可以射出的弓箭的数量没有限制。 弓箭一旦被射出之后,可以无限地前进。我们想找到使得所有气球全部被引爆,所需的弓箭的最小数量。

### Example:

## 输入:

[[10,16], [2,8], [1,6], [7,12]]

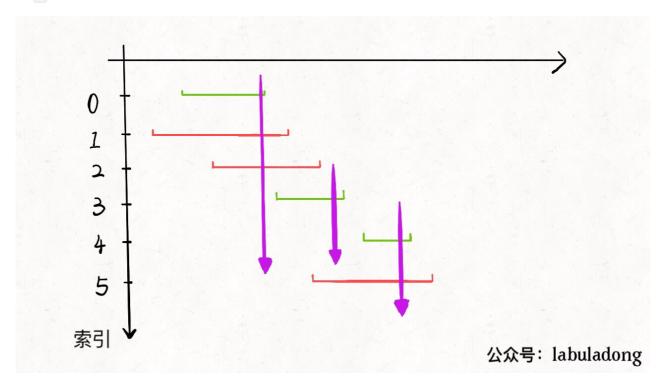
#### 输出:

2

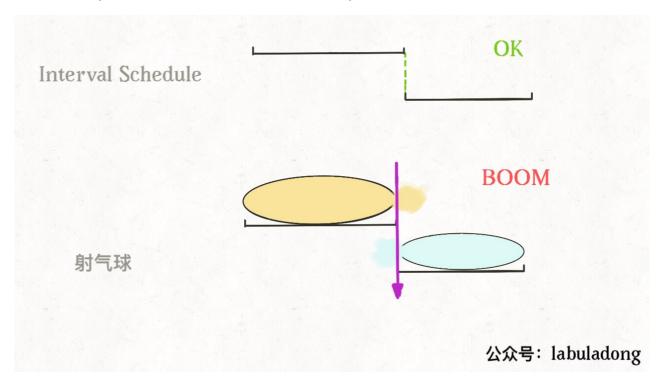
#### 解释:

对于该样例,我们可以在x = 6 (射爆[2,8],[1,6]两个气球)和 x = 11 (射爆另外两个气球)。

其实稍微思考一下,这个问题和区间调度算法一模一样!如果最多有 n 个不重叠的区间,那么就至少需要 n 个箭头穿透所有区间:



只是有一点不一样,在 intervalSchedule 算法中,如果两个区间的边界触碰,不算重叠;而按照这 道题目的描述,箭头如果碰到气球的边界气球也会爆炸,所以说相当于区间的边界触碰也算重叠:



所以只要将之前的算法稍作修改,就是这道题目的答案:

```
int findMinArrowShots(int[][] intvs) {
    // ...

for (int[] interval : intvs) {
    int start = interval[0];
    // 把 >= 改成 > 就行了
    if (start > x_end) {
        count++;
        x_end = interval[1];
    }
  }
  return count;
}
```

刷算法,学套路,认准 labuladong,公众号和 <u>在线电子书</u> 持续更新最新文章。

本小抄即将出版,微信扫码关注公众号,后台回复「小抄」限时免费获取,回复「进群」可进刷题群一起刷题,带你搞定 LeetCode。



<mark>=</mark>=其他语言代码<mark>=</mark>=