区间交集问题

相关推荐：

- 经典动态规划：编辑距离
- 经典动态规划：高楼扔鸡蛋（进阶）

读完本文，你不仅学会了算法套路，还可以顺便去 LeetCode 上拿下如下题目：

986.区间列表的交集

本文是区间系列问题的第三篇，前两篇分别讲了区间的最大不相交子集和重叠区间的合并，今天再写一个算法，可以快速找出两组区间的交集。

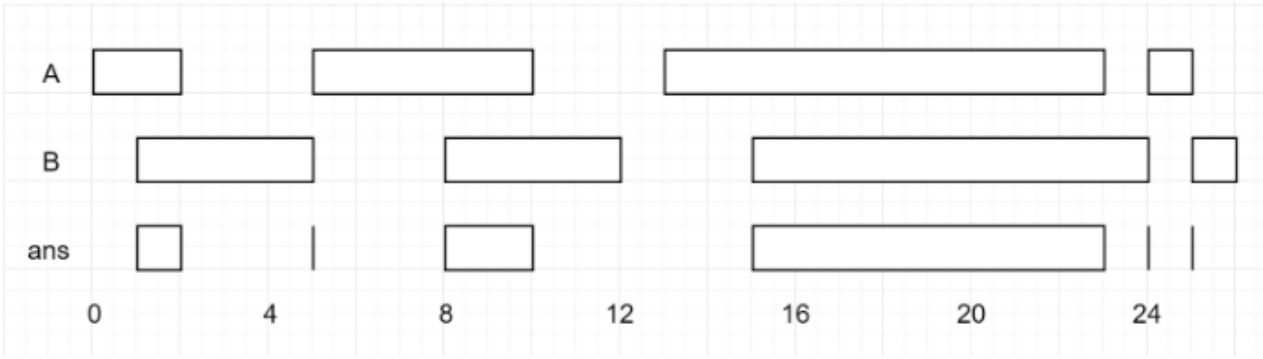
先看下题目，LeetCode 第 986 题就是这个问题：

给定两个由一些**闭区间**组成的列表，每个区间列表都是成对不相交的，并且已经排序。

返回这两个区间列表的交集。

（形式上，闭区间 `[a, b]`（其中 `a <= b`）表示实数 `x` 的集合，而 `a <= x <= b`。两个闭区间的交集是一组实数，要么为空集，要么为闭区间。例如，[1, 3] 和 [2, 4] 的交集为 [2, 3]。）

示例：



输入：A = [[0,2],[5,10],[13,23],[24,25]], B = [[1,5],[8,12],[15,24],[25,26]]
输出：[[1,2],[5,5],[8,10],[15,23],[24,24],[25,25]]
注意：输入和所需的输出都是区间对象组成的列表，而不是数组或列表。

题目很好理解，就是让你找交集，注意区间都是闭区间。

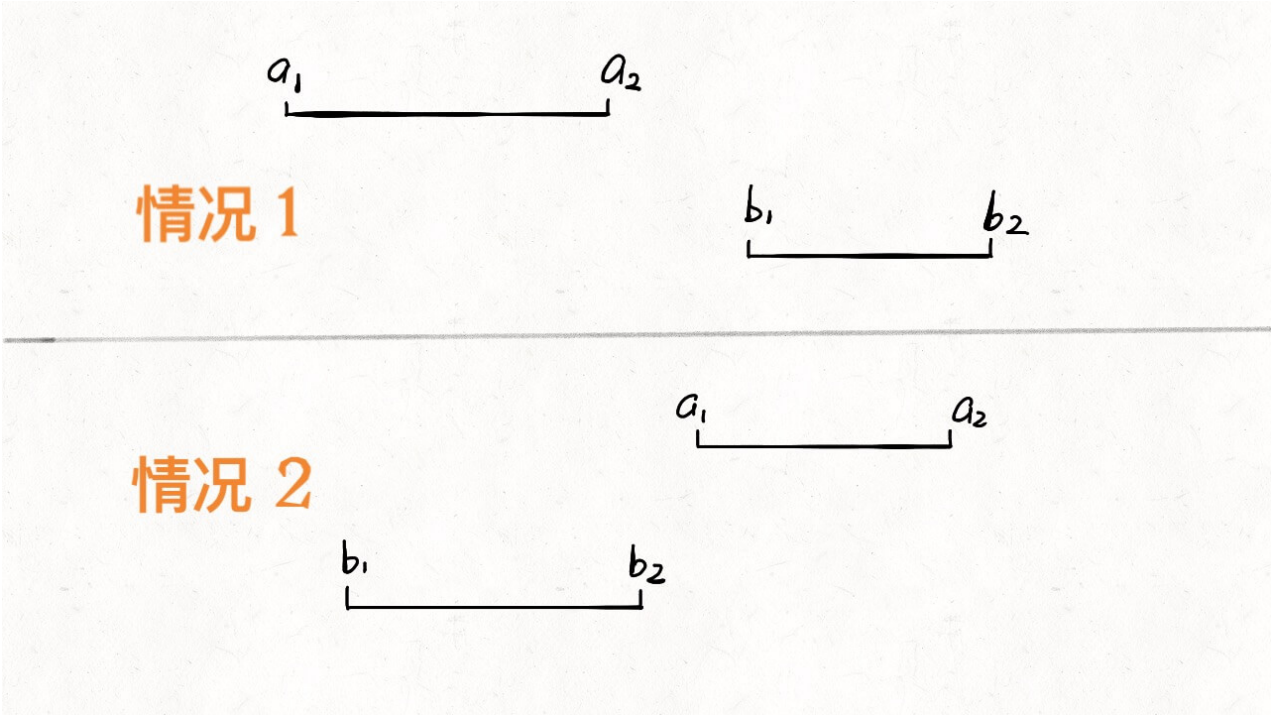
思路

解决区间问题的思路一般是先排序，以便操作，不过题目说已经排好序了，那么可以用两个索引指针在 `A` 和 `B` 中游走，把交集找出来，代码大概是这样的：

```
# A, B 形如 [[0,2],[5,10]...]
def intervalIntersection(A, B):
    i, j = 0, 0
    res = []
    while i < len(A) and j < len(B):
        # ...
        j += 1
        i += 1
    return res
```

不难，我们先老老实实分析一下各种情况。

首先，**对于两个区间**，我们用 `[a1,a2]` 和 `[b1,b2]` 表示在 `A` 和 `B` 中的两个区间，那么什么情况下这两个区间**没有交集**呢：



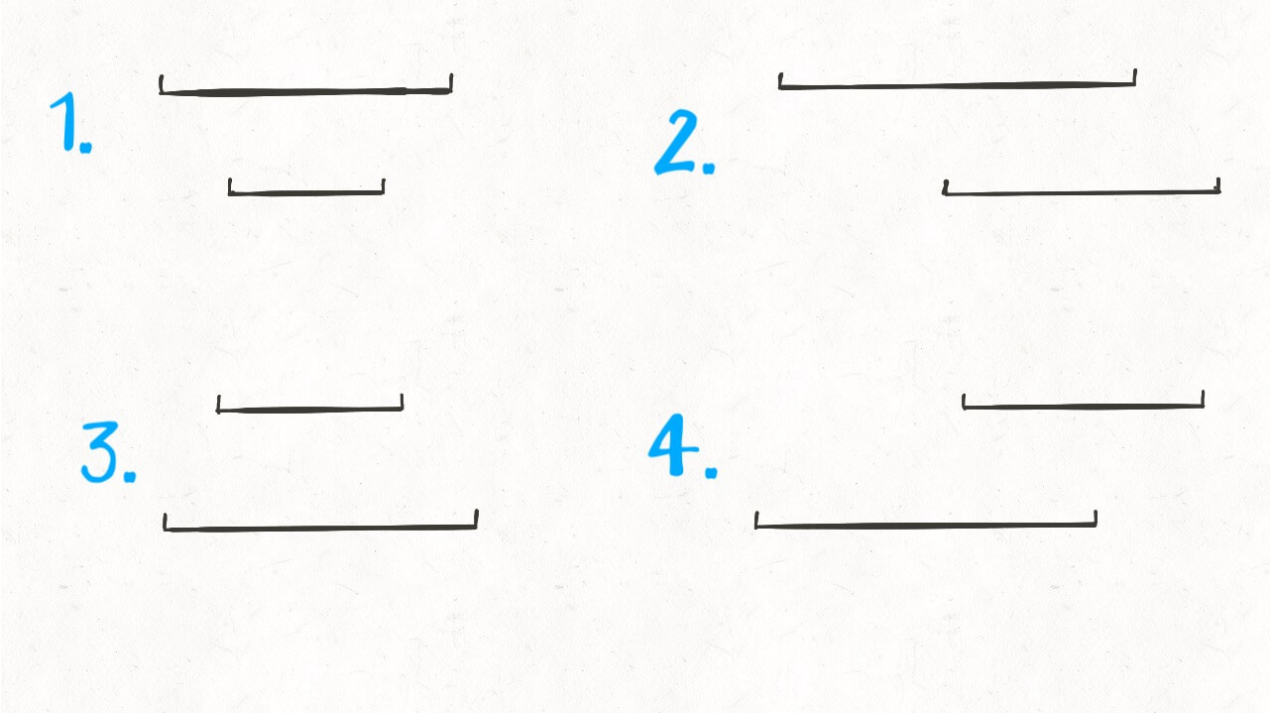
只有这两种情况，写成代码的条件判断就是这样：

```
if b2 < a1 or a2 < b1:
    [a1,a2] 和 [b1,b2] 无交集
```

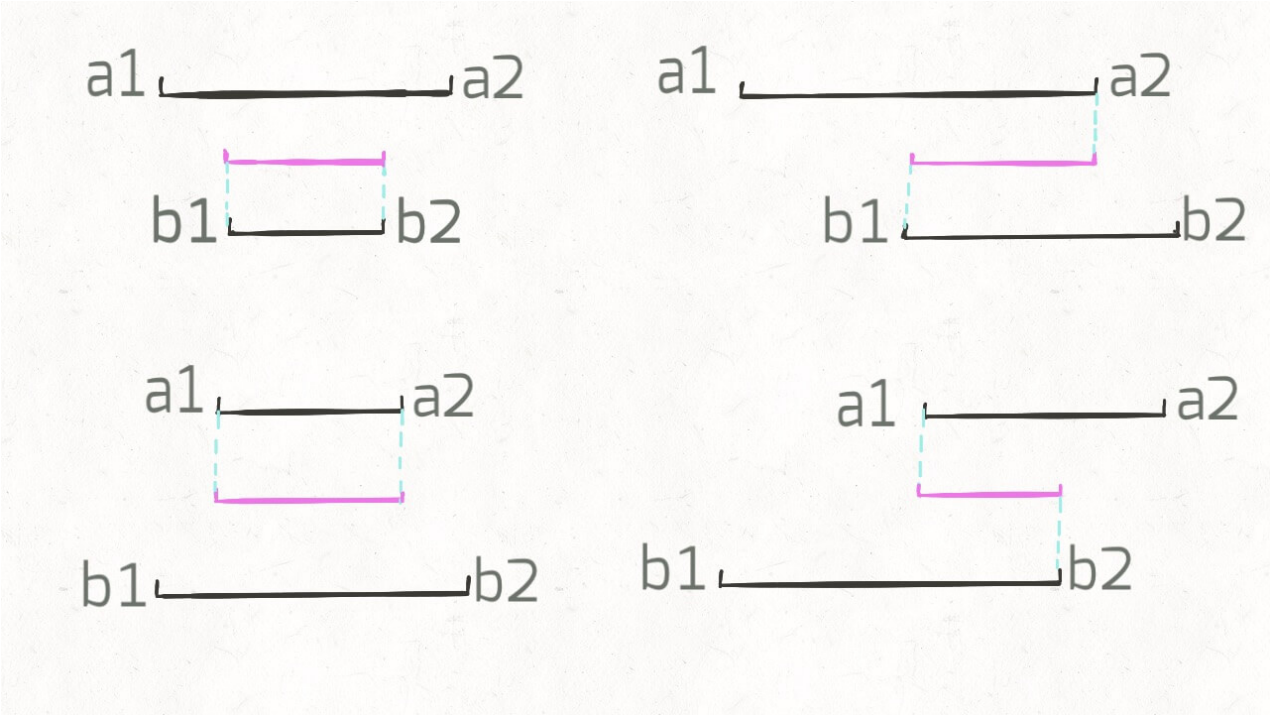
那么，什么情况下，两个区间存在交集呢？根据命题的否定，上面逻辑的否命题就是存在交集的条件：

```
# 不等号取反，or 也要变成 and
if b2 >= a1 and a2 >= b1:
    [a1,a2] 和 [b1,b2] 存在交集
```

接下来，两个区间存在交集的情况有哪些呢？穷举出来：



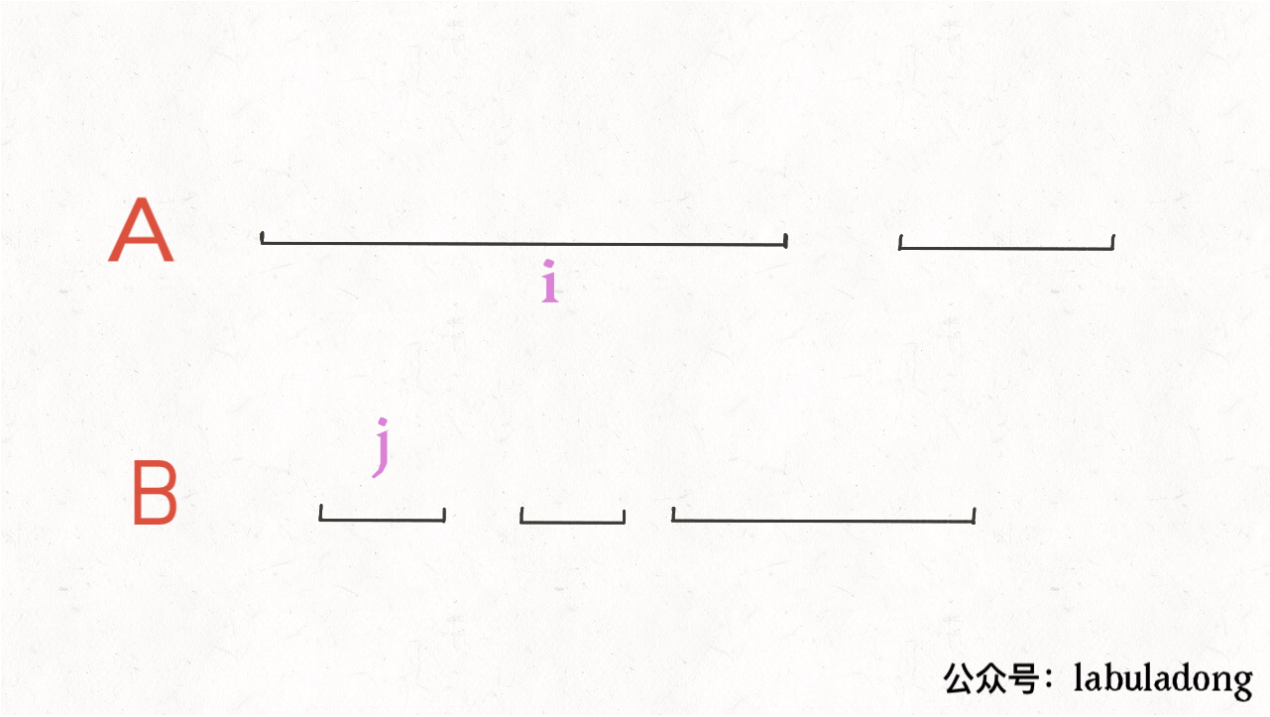
这很简单吧，就这四种情况而已。那么接下来思考，这几种情况下，交集是否有什么共同点呢?



我们惊奇地发现，交集区间是有规律的！如果交集区间是 `[c1,c2]`，那么 `c1=max(a1,b1)`，`c2=min(a2,b2)`！这一点就是寻找交集的核心，我们把代码更进一步：

```
while i < len(A) and j < len(B):
    a1, a2 = A[i][0], A[i][1]
    b1, b2 = B[j][0], B[j][1]
    if b2 >= a1 and a2 >= b1:
        res.append([max(a1, b1), min(a2, b2)])
    # ...
```

最后一步，我们的指针 `i` 和 `j` 肯定要前进（递增）的，什么时候应该前进呢？



结合动画示例就很好理解了，是否前进，只取决于 `a2` 和 `b2` 的大小关系：

```
while i < len(A) and j < len(B):
    # ...
    if b2 < a2:
        j += 1
    else:
        i += 1
```

代码

```
# A, B 形如 [[0,2],[5,10]...]
def intervalIntersection(A, B):
    i, j = 0, 0 # 双指针
    res = []
    while i < len(A) and j < len(B):
        a1, a2 = A[i][0], A[i][1]
        b1, b2 = B[j][0], B[j][1]
        # 两个区间存在交集
        if b2 >= a1 and a2 >= b1:
            # 计算出交集，加入 res
            res.append([max(a1, b1), min(a2, b2)])
        # 指针前进
        if b2 < a2: j += 1
        else:       i += 1
    return res
```

总结一下，区间类问题看起来都比较复杂，情况很多难以处理，但实际上通过观察各种不同情况之间的共性可以发现规律，用简洁的代码就能处理。

另外，区间问题没啥特别厉害的奇技淫巧，其操作也朴实无华，但其应用却十分广泛。

==其他语言代码==