接雨水问题详解

知乎 @labuladong 公众号 @labuladong B站 @labuladong

相关推荐：

- 手把手带你刷二叉树（第三期）
- 45张图解：IP基础知识全家桶

读完本文，你不仅学会了算法套路，还可以顺便去 LeetCode 上拿下如下题目：

42.接雨水

接雨水这道题目挺有意思，在面试题中出现频率还挺高的，本文就来步步优化，讲解一下这道题。

先看一下题目：

给定 *n* 个非负整数表示每个宽度为 1 的柱子的高度图，计算按此排列的柱子，下雨之后能接多少雨水。

上面是由数组 [0,1,0,2,1,0,1,3,2,1,2,1] 表示的高度图，在这种情况下，可以接 6 个单位的雨水（蓝色部分表示雨水）。 **感谢 Marcos** 贡献此图。

示例:

```
输入: [0,1,0,2,1,0,1,3,2,1,2,1]
输出: 6
```

就是用一个数组表示一个条形图，问你这个条形图最多能接多少水。

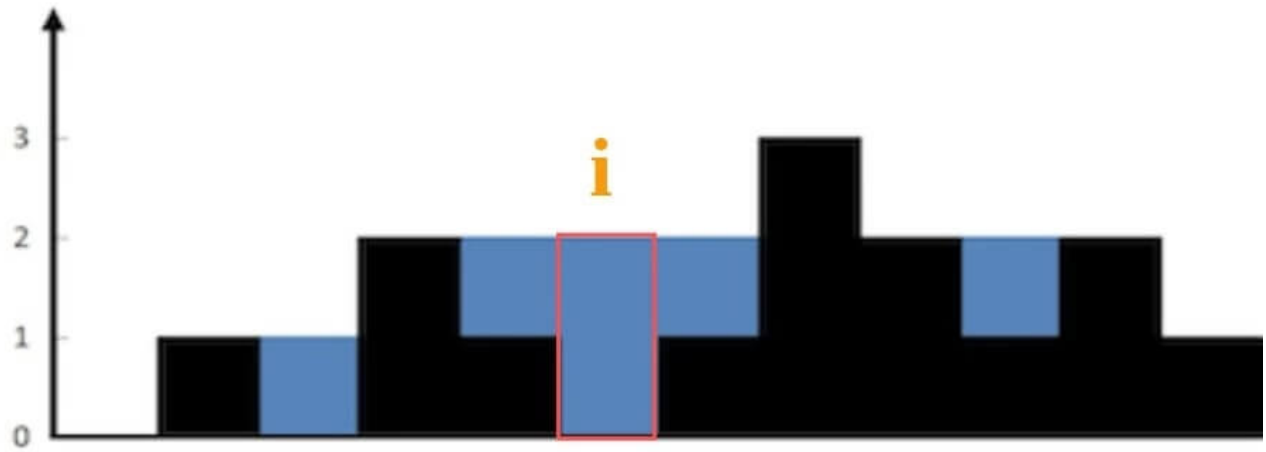
```
int trap(int[] height);
```

下面就来由浅入深介绍暴力解法 -> 备忘录解法 -> 双指针解法，在 O(N) 时间 O(1) 空间内解决这个问题。

一、核心思路

所以对于这种问题，我们不要想整体，而应该去想局部；就像之前的文章写的动态规划问题处理字符串问题，不要考虑如何处理整个字符串，而是去思考应该如何处理每一个字符。

这么一想，可以发现这道题的思路其实很简单。具体来说，仅仅对于位置 `i`，能装下多少水呢？

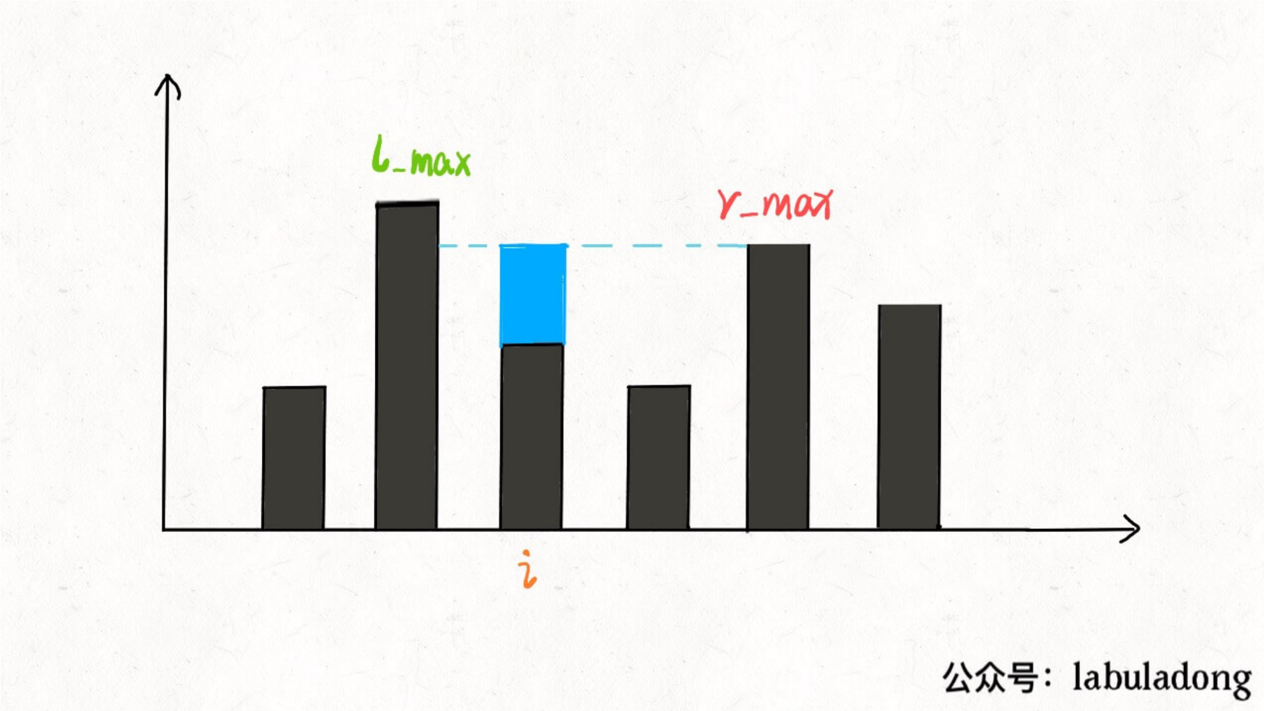


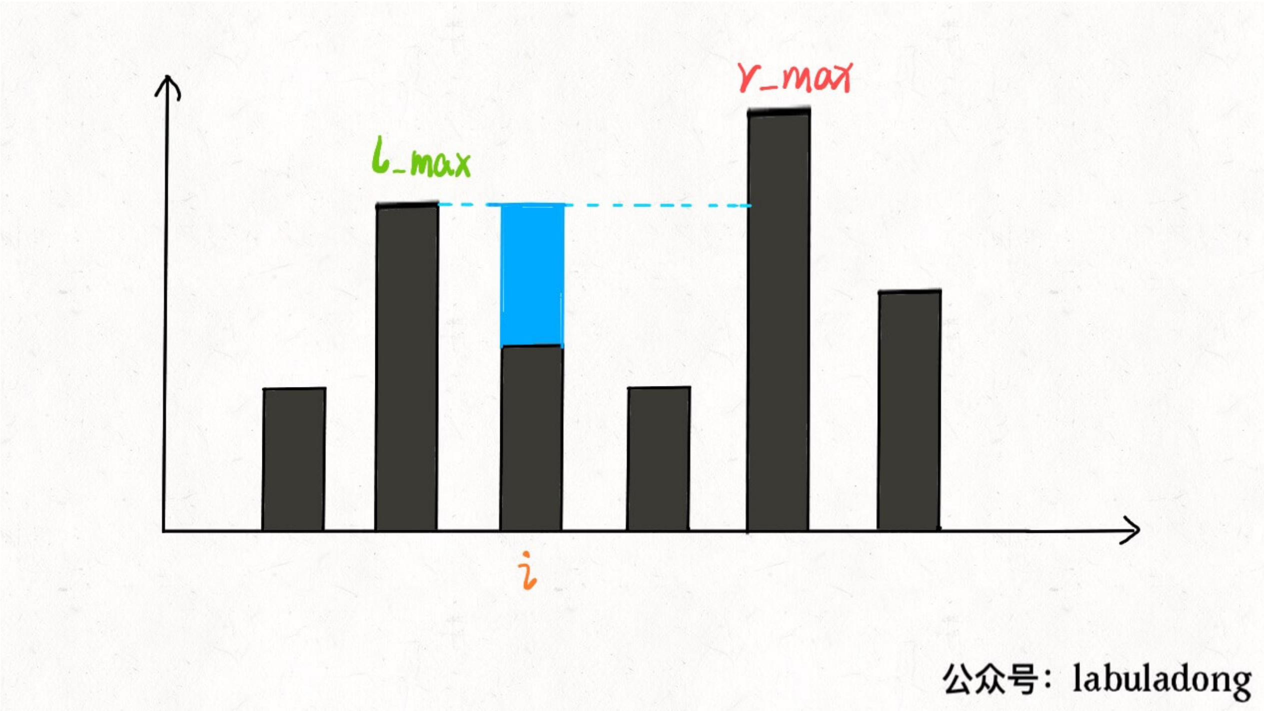
能装 2 格水，因为 `height[i]` 的高度为 0，而这里最多能盛 2 格水，2-0=2。

为什么位置 `i` 最多能盛 2 格水呢？因为，位置 `i` 能达到的水柱高度和其左边的最高柱子、右边的最高柱子有关，我们分别称这两个柱子高度为 `l_max` 和 `r_max`；**位置 i 最大的水柱高度就是 `min(l_max, r_max)`**。

更进一步，对于位置 `i`，能够装的水为：

```
water[i] = min(
               # 左边最高的柱子
               max(height[0..i]),
               # 右边最高的柱子
               max(height[i..end])
            ) - height[i]
```





这就是本问题的核心思路，我们可以简单写一个暴力算法：

```
int trap(vector<int>& height) {
    int n = height.size();
    int res = 0;
    for (int i = 1; i < n - 1; i++) {
        int l_max = 0, r_max = 0;
        // 找右边最高的柱子
        for (int j = i; j < n; j++)
            r_max = max(r_max, height[j]);
        // 找左边最高的柱子
        for (int j = i; j >= 0; j--)
```

```
            l_max = max(l_max, height[j]);
        // 如果自己就是最高的话,
        // l_max == r_max == height[i]
        res += min(l_max, r_max) - height[i];
    }
    return res;
}
```

有之前的思路，这个解法应该是很直接粗暴的，时间复杂度 O(N^2)，空间复杂度 O(1)。但是很明显这种计算 `r_max` 和 `l_max` 的方式非常笨拙，一般的优化方法就是备忘录。

二、备忘录优化

之前的暴力解法，不是在每个位置 `i` 都要计算 `r_max` 和 `l_max` 吗？我们直接把结果都提前计算出来，别傻不拉几的每次都遍历，这时间复杂度不就降下来了嘛。

我们开两个数组 `r_max` 和 `l_max` 充当备忘录，`l_max[i]` 表示位置 `i` 左边最高的柱子高度，`r_max[i]` 表示位置 `i` 右边最高的柱子高度。预先把这两个数组计算好，避免重复计算：

```
int trap(vector<int>& height) {
    if (height.empty()) return 0;
    int n = height.size();
    int res = 0;
    // 数组充当备忘录
    vector<int> l_max(n), r_max(n);
    // 初始化 base case
    l_max[0] = height[0];
    r_max[n - 1] = height[n - 1];
    // 从左向右计算 l_max
    for (int i = 1; i < n; i++)
        l_max[i] = max(height[i], l_max[i - 1]);
    // 从右向左计算 r_max
    for (int i = n - 2; i >= 0; i--)
        r_max[i] = max(height[i], r_max[i + 1]);
    // 计算答案
    for (int i = 1; i < n - 1; i++)
        res += min(l_max[i], r_max[i]) - height[i];
    return res;
}
```

这个优化其实和暴力解法思路差不多，就是避免了重复计算，把时间复杂度降低为 O(N)，已经是最优了，但是空间复杂度是 O(N)。下面来看一个精妙一些的解法，能够把空间复杂度降低到 O(1)。

三、双指针解法

这种解法的思路是完全相同的，但在实现手法上非常巧妙，我们这次也不要用备忘录提前计算了，而是用双指针**边走边算**，节省下空间复杂度。

首先，看一部分代码：

```
int trap(vector<int>& height) {
    int n = height.size();
    int left = 0, right = n - 1;

    int l_max = height[0];
    int r_max = height[n - 1];

    while (left <= right) {
        l_max = max(l_max, height[left]);
        r_max = max(r_max, height[right]);
        left++; right--;
    }
}
```

对于这部分代码，请问 `l_max` 和 `r_max` 分别表示什么意义呢？

很容易理解，**`l_max` 是 `height[0..left]` 中最高柱子的高度，`r_max` 是 `height[right..end]` 的最高柱子的高度**。

明白了这一点，直接看解法：

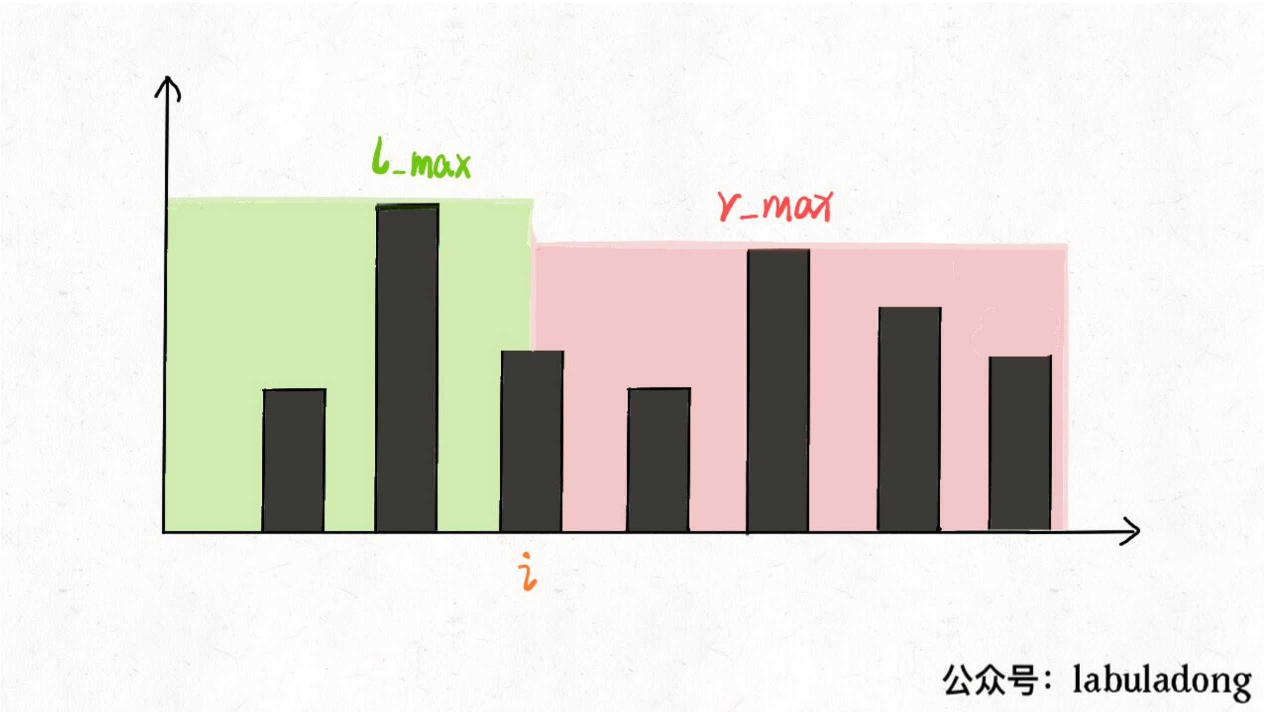
```
int trap(vector<int>& height) {
    if (height.empty()) return 0;
    int n = height.size();
    int left = 0, right = n - 1;
    int res = 0;

    int l_max = height[0];
    int r_max = height[n - 1];

    while (left <= right) {
        l_max = max(l_max, height[left]);
        r_max = max(r_max, height[right]);

        // res += min(l_max, r_max) - height[i]
        if (l_max < r_max) {
            res += l_max - height[left];
            left++;
        } else {
            res += r_max - height[right];
            right--;
        }
```

```
    }
    return res;
}
```

你看，其中的核心思想和之前一模一样，换汤不换药。但是细心的读者可能会发现次解法还是有点细节差异：

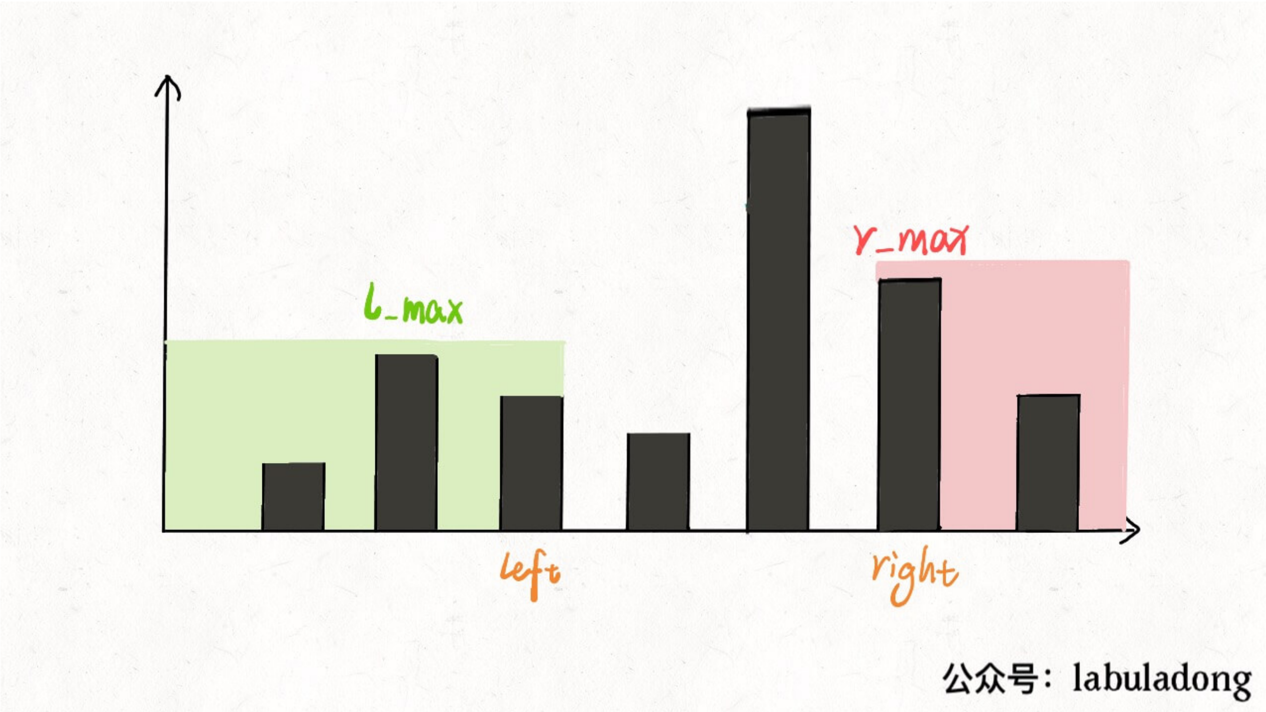
之前的备忘录解法，`l_max[i]` 和 `r_max[i]` 分别代表 `height[0..i]` 和 `height[i..end]` 的最高柱子高度。

```
res += min(l_max[i], r_max[i]) - height[i];
```



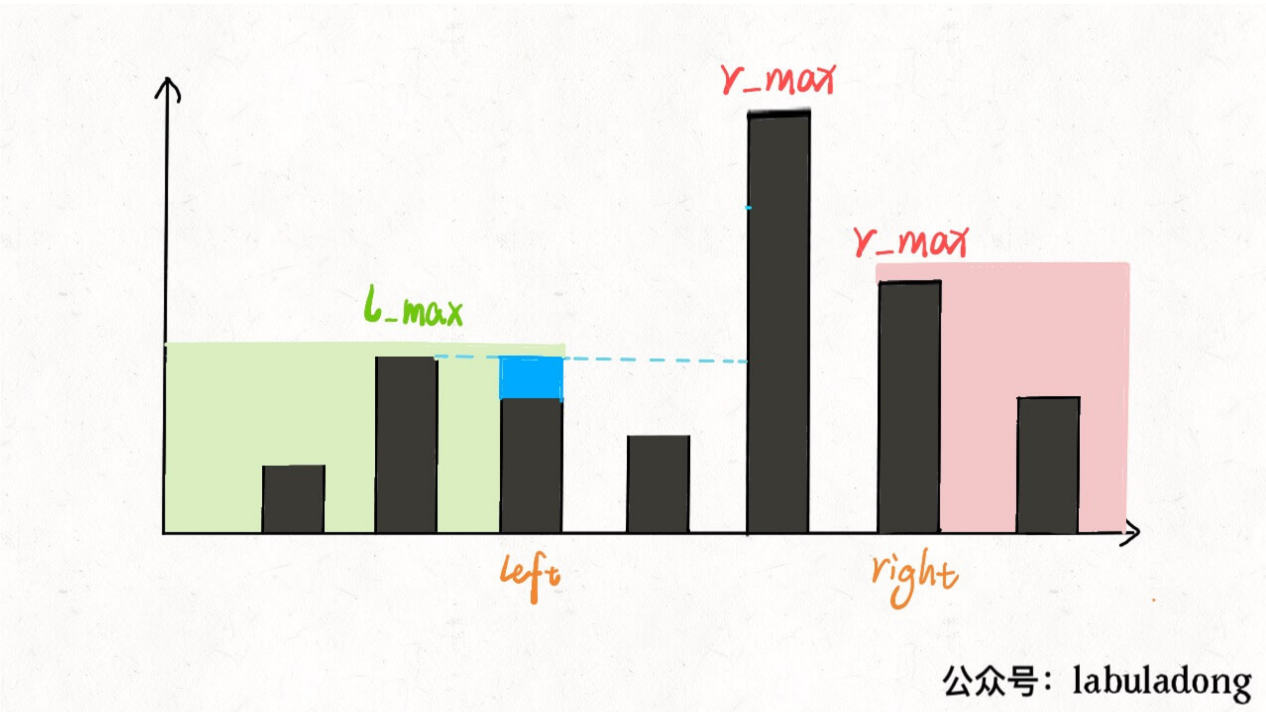
但是双指针解法中，`l_max` 和 `r_max` 代表的是 `height[0..left]` 和 `height[right..end]` 的最高柱子高度。比如这段代码：

```
if (l_max < r_max) {
    res += l_max - height[left];
    left++;
}
```



此时的 `l_max` 是 `left` 指针左边的最高柱子，但是 `r_max` 并不一定是 `left` 指针右边最高的柱子，这真的可以得到正确答案吗？

其实这个问题要这么思考，我们只在乎 `min(l_max, r_max)`。**对于上图的情况，我们已经知道 `l_max < r_max` 了，至于这个 `r_max` 是不是右边最大的，不重要。重要的是 `height[i]` 能够装的水只和较低的 `l_max` 之差有关**：



这样，接雨水问题就解决了。

刷算法，学套路，认准 labuladong，公众号和 [在线电子书](#) 持续更新最新文章。

本小抄即将出版，微信扫码关注公众号，后台回复「小抄」限时免费获取，回复「进群」可进刷题群一起刷题，带你搞定 LeetCode。

==其他语言代码==

[Yifan Zhang](#) 提供 java 代码

双指针解法：时间复杂度 O(N)，空间复杂度 O(1)

对cpp版本的解法有非常微小的优化。
因为我们每次循环只会选 left 或者 right 处的柱子来计算，因此我们并不需要在每次循环中同时更新 `maxLeft` 和 `maxRight`。
我们可以先比较 `maxLeft` 和 `maxRight`，决定这次选择计算的柱子是 `height[left]` 或者 `height[right]` 后再更新对应的 `maxLeft` 或 `maxRight`。
当然这并不会在时间上带来什么优化，只是提供一种思路。

```java
class Solution {
    public int trap(int[] height) {
        if (height == null || height.length == 0) return 0;
        int left = 0, right = height.length - 1;
        int maxLeft = height[left], maxRight = height[right];
        int res = 0;

        while (left < right) {
            // 比较 maxLeft 和 maxRight，决定这次计算 left 还是 right 处的柱子
            if (maxLeft < maxRight) {
                left++;
                maxLeft = Math.max(maxLeft, height[left]);  // update maxLeft
                res += maxLeft - height[left];
            } else {
                right--;
                maxRight = Math.max(maxRight, height[right]);   // update maxRight
                res += maxRight - height[right];
            }
        }

        return res;
    }
```

```
}
```

附上暴力解法以及备忘录解法的 java 代码

暴力解法：时间复杂度 O(N^2)，空间复杂度 O(1)

```java
class Solution {
    public int trap(int[] height) {
        if (height == null || height.length == 0) return 0;
        int n = height.length;
        int res = 0;
        // 跳过最左边和最右边的柱子，从第二个柱子开始
        for (int i = 1; i < n - 1; i++) {
            int maxLeft = 0, maxRight = 0;
            // 找右边最高的柱子
            for (int j = i; j < n; j++) {
                maxRight = Math.max(maxRight, height[j]);
            }
            // 找左边最高的柱子
            for (int j = i; j >= 0; j--) {
                maxLeft = Math.max(maxLeft, height[j]);
            }
            // 如果自己就是最高的话，
            // maxLeft == maxRight == height[i]
            res += Math.min(maxLeft, maxRight) - height[i];
        }
        return res;
    }
}
```

备忘录解法：时间复杂度 O(N)，空间复杂度 O(N)

```java
class Solution {
    public int trap(int[] height) {
        if (height == null || height.length == 0) return 0;
        int n = height.length;
        int res = 0;
        // 数组充当备忘录
        int[] maxLeft = new int[n];
        int[] maxRight = new int[n];
        // 初始化 base case
        maxLeft[0] = height[0];
        maxRight[n - 1] = height[n - 1];

        // 从左向右计算 maxLeft
        for (int i = 1; i < n; i++) {
            maxLeft[i] = Math.max(maxLeft[i - 1], height[i]);
        }
```

```
        // 从右向左计算 maxRight
        for (int i = n - 2; i >= 0; i--) {
            maxRight[i] = Math.max(maxRight[i + 1], height[i]);
        }
        // 计算答案
        for (int i = 1; i < n; i++) {
            res += Math.min(maxLeft[i], maxRight[i]) - height[i];
        }
        return res;
    }
}
```