Predicate logic

First-order logic

Recap

Аксиомы логики высказываний

КНФ и метод приведения к КНФ

Правило и метод резолюции

Аксиомы

A1 $A \to (B \to A)$

A2 $[A \to (B \to C)] \to [(A \to B) \to (A \to C)]$

A3 $(\neg A \to \neg B) \to [(\neg A \to B) \to A]$

Приведение к КНФ

$$\neg A \to \overline{B \to C}$$
$$A \vee \overline{\neg B \vee C}$$
$$A \vee (B \wedge \neg C)$$
$$(A \vee B) \wedge (A \vee \neg C)$$

Правило резолюций

$$\frac{A \vee B,\ \neg A \vee C}{B \vee C}$$

Метод резолюций

Доказать: $A \oplus B,\ A \to B \vdash \neg A$

- $A \oplus B,\ A \to B,\ A$
- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B),\ \neg A \vee B,\ A$
- $A \vee B,\ \neg A \vee \neg B,\ \neg A \vee B,\ A$

Метод резолюций

Доказать: $A \oplus B,\ A \to B \vdash \neg A$

- $A \oplus B,\ A \to B,\ A$
- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B),\ \neg A \vee B,\ A$
- $A \vee B,\ \neg A \vee \neg B,\ \neg A \vee B,\ A$

$A \vee B \qquad \neg A \vee \neg B \qquad \neg A \vee B \qquad A$

Метод резолюций

Доказать: $A \oplus B,\ A \to B \vdash \neg A$

- $A \oplus B,\ A \to B,\ A$
- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B),\ \neg A \vee B,\ A$
- $A \vee B,\ \neg A \vee \neg B,\ \neg A \vee B,\ A$

$$\begin{tikzcd}
A \vee B \arrow[d] & \neg A \vee \neg B \arrow[dl] & \neg A \vee B & A \\
1 & & &
\end{tikzcd}$$

Метод резолюций

Доказать: $A \oplus B,\ A \to B \vdash \neg A$

- $A \oplus B,\ A \to B,\ A$
- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B),\ \neg A \vee B,\ A$
- $A \vee B,\ \neg A \vee \neg B,\ \neg A \vee B,\ A$

$$\begin{tikzcd}
A \vee B \arrow[d] & \neg A \vee \neg B & \neg A \vee B \arrow[dll] & A \\
B & & &
\end{tikzcd}$$

Метод резолюций

Доказать: $A \oplus B,\ A \to B \vdash \neg A$

- $A \oplus B,\ A \to B,\ A$
- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B),\ \neg A \vee B,\ A$
- $A \vee B,\ \neg A \vee \neg B,\ \neg A \vee B,\ A$

$$\begin{tikzcd}
A \vee B \arrow[d] & \neg A \vee \neg B \arrow[d] & \neg A \vee B \arrow[dl] \arrow[dll] & A \\
B & \neg A & &
\end{tikzcd}$$

Метод резолюций

Доказать: $A \oplus B,\ A \to B \vdash \neg A$

- $A \oplus B,\ A \to B,\ A$
- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B),\ \neg A \vee B,\ A$
- $A \vee B,\ \neg A \vee \neg B,\ \neg A \vee B,\ A$

$$\begin{tikzcd}
A \vee B \arrow[d] & \neg A \vee \neg B \arrow[d] & \neg A \vee B \arrow[dl] \arrow[dr] & A \arrow[dl] \\
B & \neg A & \neg B &
\end{tikzcd}$$

Метод резолюций

Доказать: $A \oplus B,\ A \to B \vdash \neg A$

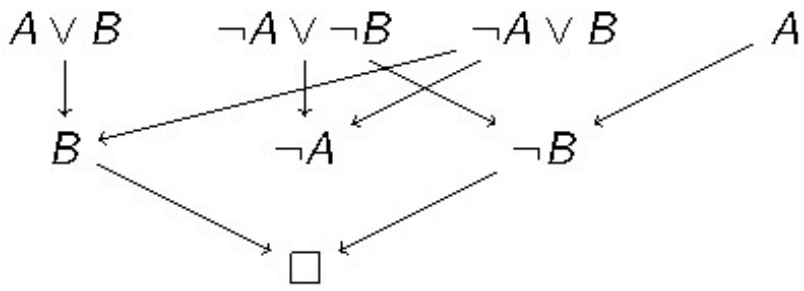
- $A \oplus B,\ A \to B,\ A$
- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B),\ \neg A \vee B,\ A$
- $A \vee B,\ \neg A \vee \neg B,\ \neg A \vee B,\ A$

$$\begin{tikzcd}
A \vee B \arrow[d] & \neg A \vee \neg B \arrow[d] \arrow[ddrr] & \neg A \vee B \arrow[ddl] \arrow[ddr] & A \arrow[d] \\
B & \neg A & \neg B & B
\end{tikzcd}$$

Метод резолюций

Доказать: $A \oplus B,\ A \to B \vdash \neg A$

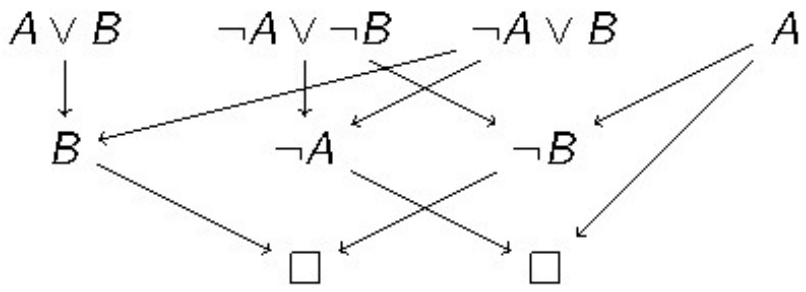
- $A \oplus B,\ A \to B,\ A$
- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B),\ \neg A \vee B,\ A$
- $A \vee B,\ \neg A \vee \neg B,\ \neg A \vee B,\ A$



Метод резолюций

Доказать: $A \oplus B,\ A \to B \vdash \neg A$

- $A \oplus B,\ A \to B,\ A$
- $(A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B),\ \neg A \vee B,\ A$
- $A \vee B,\ \neg A \vee \neg B,\ \neg A \vee B,\ A$



Дедуктивные рассуждения

	Все страны Южной Америки – республики
	Бразилия – страна Южной Америки
$\therefore$	Бразилия – республика

Дедуктивные рассуждения

	Все страны Южной Америки – республики
	Бразилия – страна Южной Америки
$\therefore$	Бразилия – республика

$$\frac{A, B}{?}$$

Дедуктивные рассуждения

	Если страна находится в Южной Америке, то она республика
	Бразилия находится в Южной Америке
$\therefore$	Бразилия – республика

Дедуктивные рассуждения

	Если страна находится в Южной Америке, то она республика
	Бразилия находится в Южной Америке
$\therefore$	Бразилия – республика

$$\frac{A \to B, C}{?}$$

Модель

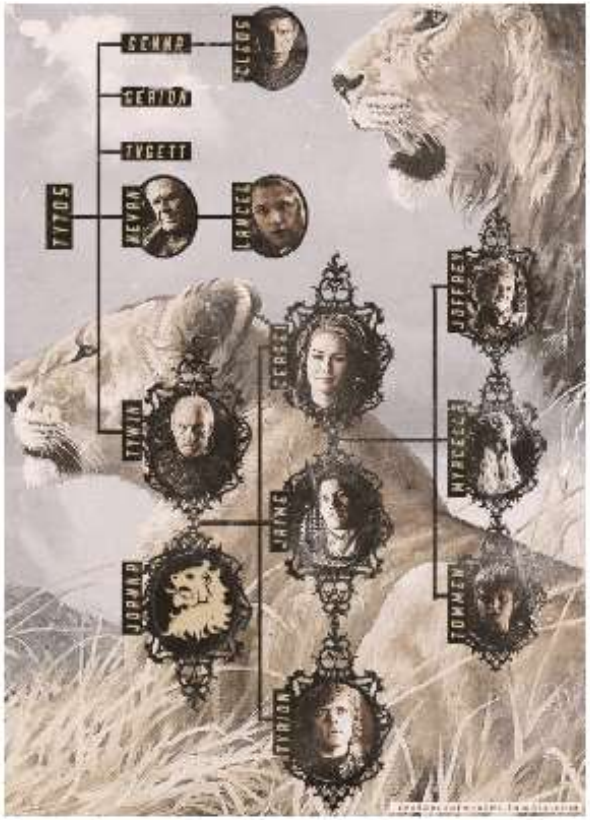
$$\mathfrak{M} = (M, P_1, \ldots, P_n)$$

Модель

$$\mathfrak{M} = (M, P_1, \ldots, P_n)$$

$$P_i : M^{k_i} \to \{0, 1\}$$

Модель

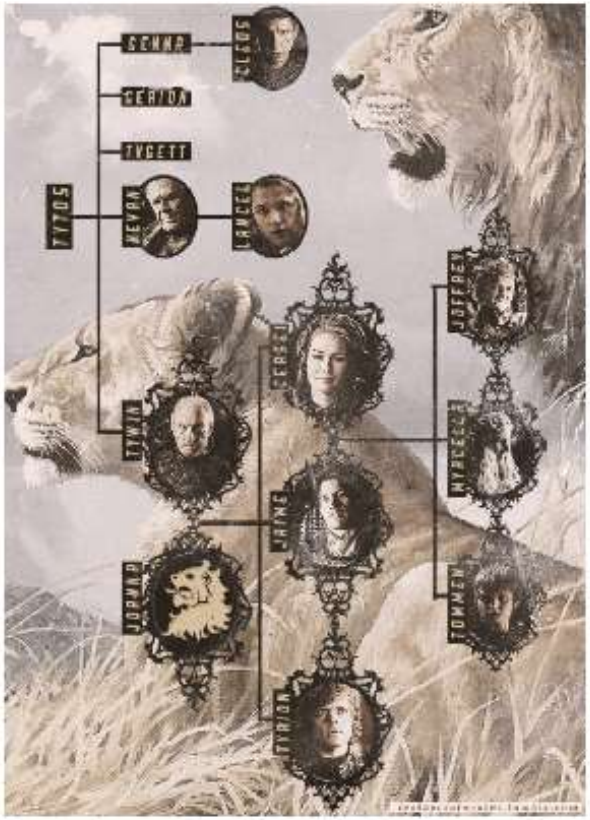


$$\mathfrak{M} = (M, P_1, \ldots, P_n)$$

$$P_i : M^{k_i} \to \{0, 1\}$$

$$P(x, y),\ C(x, y)$$

Модель



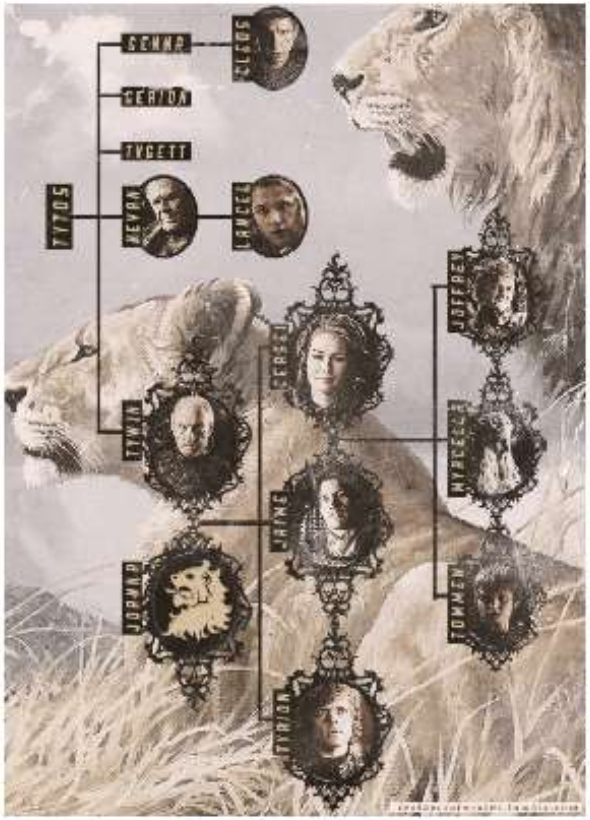
$$\mathfrak{M} = (M, P_1, \ldots, P_n)$$

$$P_i : M^{k_i} \to \{0, 1\}$$

$P(x, y)$, $C(x, y)$

- $P(Tywin, Cercei)$

Модель



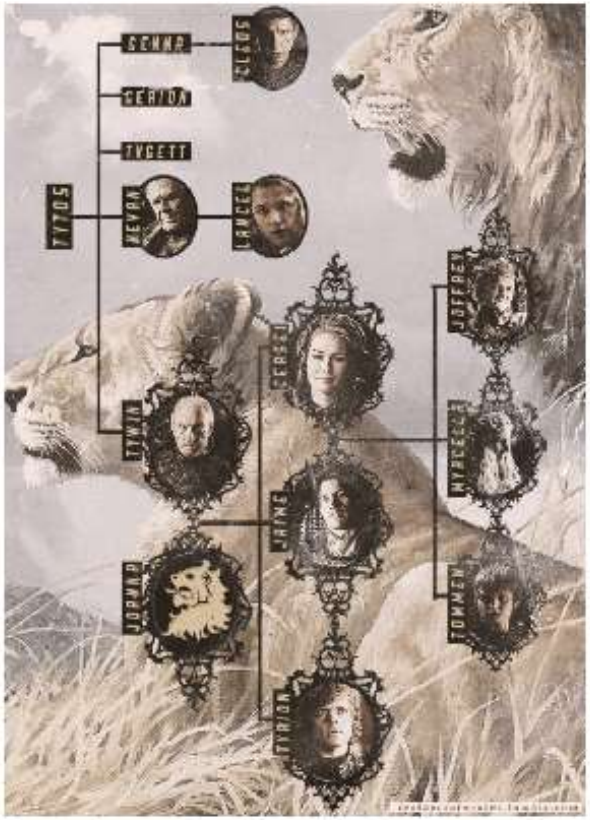
$$\mathfrak{M} = (M, P_1, \ldots, P_n)$$

$$P_i : M^{k_i} \to \{0, 1\}$$

$P(x, y)$, $C(x, y)$

- $P(Tywin, Cercei)$
- $C(Tommen, Cercei)$

Модель



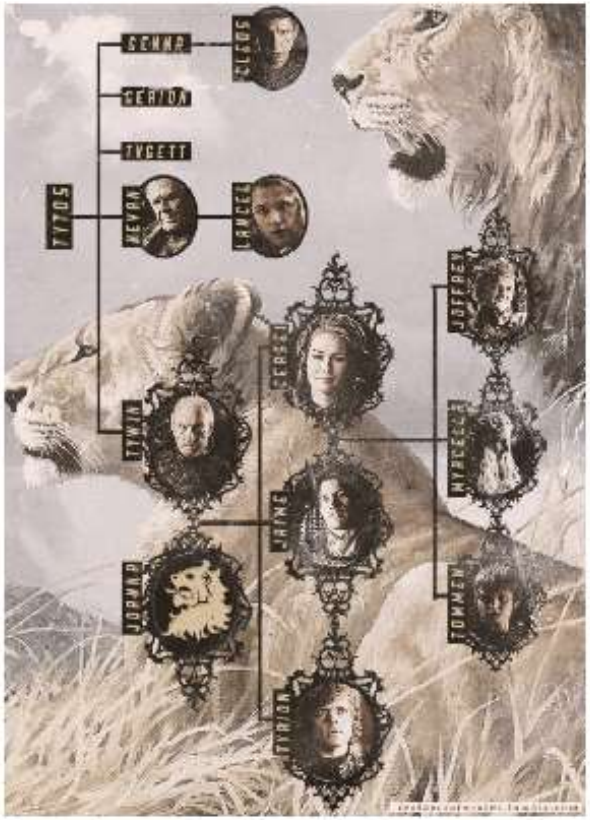
$$\mathfrak{M} = (M, P_1, \ldots, P_n)$$

$$P_i : M^{k_i} \to \{0, 1\}$$

$P(x, y)$, $C(x, y)$

- $P(\mathit{Tywin}, \mathit{Cercei})$
- $C(\mathit{Tommen}, \mathit{Cercei})$
- $C(\mathit{Tyrion}, \mathit{Cercei})$

Модель



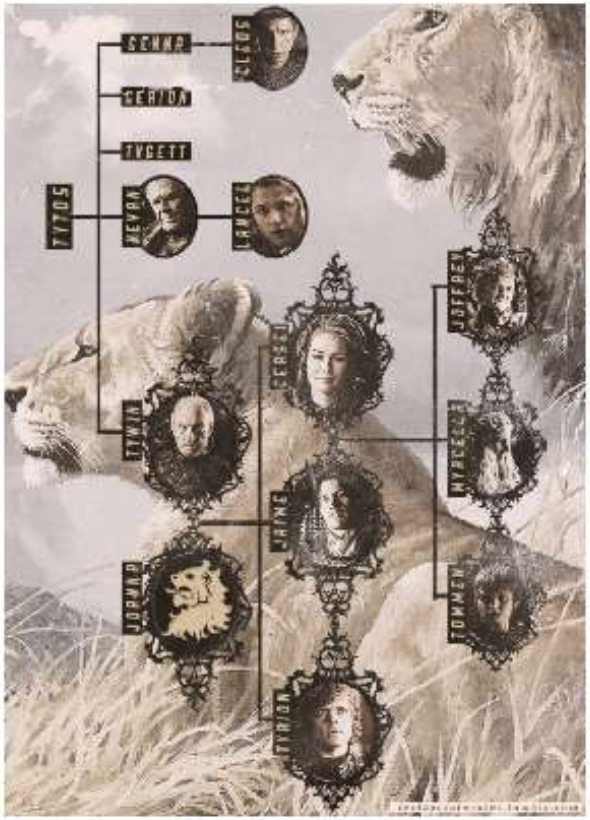
$$\mathfrak{M} = (M, P_1, \ldots, P_n)$$

$$P_i : M^{k_i} \to \{0, 1\}$$

$P(x, y)$, $C(x, y)$

- $P(\mathit{Tywin}, \mathit{Cercei})$
- $C(\mathit{Tommen}, \mathit{Cercei})$
- $C(\mathit{Tyrion}, \mathit{Cercei})$
- $\forall x, y\ P(x, y) \to C(y, x)$

Модель



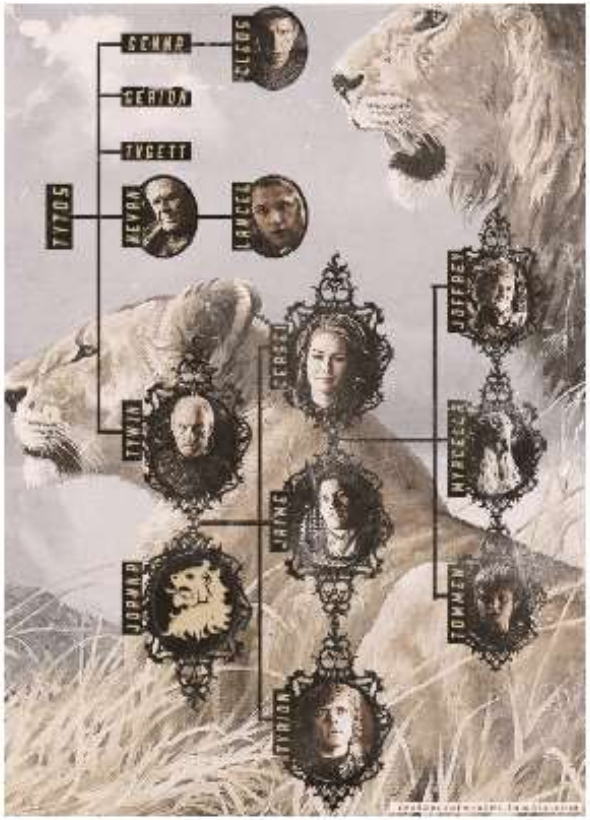
$$\mathfrak{M} = (M, P_1, \ldots, P_n)$$

$$P_i : M^{k_i} \to \{0, 1\}$$

$P(x, y)$, $C(x, y)$

- $P(\mathit{Tywin}, \mathit{Cercei})$
- $C(\mathit{Tommen}, \mathit{Cercei})$
- $C(\mathit{Tyrion}, \mathit{Cercei})$
- $\forall x, y\ P(x, y) \to C(y, x)$
- $\exists u, x, y, z\ C(u, x) \wedge C(u, y) \wedge C(x, z) \wedge C(y, z)$

Модель



$$\mathfrak{M} = (M, P_1, \ldots, P_n)$$

$$P_i : M^{k_i} \to \{0, 1\}$$

$P(x, y)$, $C(x, y)$

- $P(Tywin, Cercei)$
- $C(Tommen, Cercei)$
- $C(Tyrion, Cercei)$
- $\forall x, y \; P(x, y) \to C(y, x)$
- $\exists u, x, y, z \; C(u, x) \wedge C(u, y) \wedge C(x, z) \wedge C(y, z)$
- $\forall x \exists y \; P(y, x)$

Модель

$$\mathfrak{N} = (\mathbb{N}, Eq, P, S)$$
$$Eq(x, y) \Leftrightarrow x = y$$
$$S(x, y, z) \Leftrightarrow x + y = z$$
$$P(x, y, z) \Leftrightarrow xy = z$$

Модель

$$\mathfrak{N} = (\mathbb{N}, Eq, P, S)$$
$$Eq(x, y) \Leftrightarrow x = y$$
$$S(x, y, z) \Leftrightarrow x + y = z$$
$$P(x, y, z) \Leftrightarrow xy = z$$

Свойство единицы	$\forall x\ P(x, 1, x) \wedge P(1, x, x)$
Коммутативность сложения	$\forall x, y, z\ S(x, y, z) \rightarrow S(y, x, z)$
Отображение	$\forall x, y, z, u\ \ (P(x, y, u) \wedge P(x, y, v)) \rightarrow Eq(u, v)$
Тотальное отображение	$\forall x, y\ \exists z\ S(x, y, z)$
Вычитание	$\forall x, y\ \exists z\ S(x, z, y)$

Предваренная нормальная форма

1. Оставить только $\wedge$, $\vee$, $\neg$

Предваренная нормальная форма

1. Оставить только $\wedge$, $\vee$, $\neg$
2. Протаскивание отрицаний: законы де Моргана и

$$\neg(\forall x\ P(x)) \Leftrightarrow \exists x\ \neg P(x)$$

$$\neg(\exists x\ P(x)) \Leftrightarrow \forall x\ \neg P(x)$$

Предваренная нормальная форма

1. Оставить только $\wedge$, $\vee$, $\neg$
2. Протаскивание отрицаний: законы де Моргана и

$$\neg(\forall x\ P(x)) \Leftrightarrow \exists x\ \neg P(x)$$
$$\neg(\exists x\ P(x)) \Leftrightarrow \forall x\ \neg P(x)$$

3. Вытаскивание кванторов

Предваренная нормальная форма

1. Оставить только $\wedge$, $\vee$, $\neg$
2. Протаскивание отрицаний: законы де Моргана и

$$\neg(\forall x\ P(x)) \Leftrightarrow \exists x\ \neg P(x)$$
$$\neg(\exists x\ P(x)) \Leftrightarrow \forall x\ \neg P(x)$$

3. Вытаскивание кванторов

$$(\forall x\ P(x)) \wedge (\forall x\ Q(x)) \Leftrightarrow \forall x\ (P(x) \wedge Q(x))$$

Предваренная нормальная форма

1. Оставить только $\wedge$, $\vee$, $\neg$
2. Протаскивание отрицаний: законы де Моргана и

$$\neg(\forall x\ P(x)) \Leftrightarrow \exists x\ \neg P(x)$$
$$\neg(\exists x\ P(x)) \Leftrightarrow \forall x\ \neg P(x)$$

3. Вытаскивание кванторов

$$(\forall x\ P(x)) \wedge (\forall x\ Q(x)) \Leftrightarrow \forall x\ (P(x) \wedge Q(x))$$
$$(\exists x\ P(x)) \wedge (\exists x\ Q(x)) \Leftrightarrow \exists x\ (P(x) \wedge Q(x))$$

Предваренная нормальная форма

1. Оставить только $\wedge$, $\vee$, $\neg$
2. Протаскивание отрицаний: законы де Моргана и

$$\neg(\forall x\ P(x)) \Leftrightarrow \exists x\ \neg P(x)$$
$$\neg(\exists x\ P(x)) \Leftrightarrow \forall x\ \neg P(x)$$

3. Вытаскивание кванторов

$$(\forall x\ P(x)) \wedge (\forall x\ Q(x)) \Leftrightarrow \forall x\ (P(x) \wedge Q(x))$$
$$(\exists x\ P(x)) \wedge (\exists x\ Q(x)) \Leftrightarrow \exists x \exists y\ (P(x) \wedge Q(y))$$

Предваренная нормальная форма

1. Оставить только $\wedge$, $\vee$, $\neg$
2. Протаскивание отрицаний: законы де Моргана и

$$\neg(\forall x\ P(x)) \Leftrightarrow \exists x\ \neg P(x)$$

$$\neg(\exists x\ P(x)) \Leftrightarrow \forall x\ \neg P(x)$$

3. Вытаскивание кванторов

$$(\forall x\ P(x)) \wedge (\forall x\ Q(x)) \Leftrightarrow \forall x\ (P(x) \wedge Q(x))$$
$$(\exists x\ P(x)) \wedge (\exists x\ Q(x)) \Leftrightarrow \exists x \exists y\ (P(x) \wedge Q(y))$$
$$(\exists x\ P(x)) \vee (\exists x\ Q(x)) \Leftrightarrow \exists x\ (P(x) \vee Q(x))$$

Предваренная нормальная форма

1. Оставить только $\wedge$, $\vee$, $\neg$
2. Протаскивание отрицаний: законы де Моргана и

$$\neg(\forall x\ P(x)) \Leftrightarrow \exists x\ \neg P(x)$$

$$\neg(\exists x\ P(x)) \Leftrightarrow \forall x\ \neg P(x)$$

3. Вытаскивание кванторов

$$(\forall x\ P(x)) \wedge (\forall x\ Q(x)) \Leftrightarrow \forall x\ (P(x) \wedge Q(x))$$
$$(\exists x\ P(x)) \wedge (\exists x\ Q(x)) \Leftrightarrow \exists x \exists y\ (P(x) \wedge Q(y))$$
$$(\exists x\ P(x)) \vee (\exists x\ Q(x)) \Leftrightarrow \exists x\ (P(x) \vee Q(x))$$
$$(\forall x\ P(x)) \vee (\forall x\ Q(x)) \Leftrightarrow \forall x \forall y\ (P(x) \vee Q(x))$$

Предваренная нормальная форма

1. Оставить только $\wedge$, $\vee$, $\neg$
2. Протаскивание отрицаний: законы де Моргана и

$$\neg(\forall x\ P(x)) \Leftrightarrow \exists x\ \neg P(x)$$
$$\neg(\exists x\ P(x)) \Leftrightarrow \forall x\ \neg P(x)$$

3. Вытаскивание кванторов

$$(\forall x\ P(x)) \wedge (\forall x\ Q(x)) \Leftrightarrow \forall x\ (P(x) \wedge Q(x))$$
$$(\exists x\ P(x)) \wedge (\exists x\ Q(x)) \Leftrightarrow \exists x \exists y\ (P(x) \wedge Q(y))$$
$$(\exists x\ P(x)) \vee (\exists x\ Q(x)) \Leftrightarrow \exists x\ (P(x) \vee Q(x))$$
$$(\forall x\ P(x)) \vee (\forall x\ Q(x)) \Leftrightarrow \forall x \forall y\ (P(x) \vee Q(x))$$

4. Результат: **предваренная нормальная форма**

$$\forall x_1 \forall x_2 \exists x_3 \forall x_4\ F$$

Предваренная нормальная форма

- $(\forall x\ P(x)) \oplus (\exists x\ Q(x))$

Предваренная нормальная форма

- $(\forall x\ P(x)) \oplus (\exists x\ Q(x))$
- $\left[\overline{(\forall x\ P(x))} \wedge (\exists x\ Q(x))\right] \bigvee \left[(\forall x\ P(x)) \wedge \overline{(\exists x\ Q(x))}\right]$

Предваренная нормальная форма

- $(\forall x\ P(x)) \oplus (\exists x\ Q(x))$
- $\left[\overline{(\forall x\ P(x))} \wedge (\exists x\ Q(x))\right] \bigvee \left[(\forall x\ P(x)) \wedge \overline{(\exists x\ Q(x))}\right]$
- $\left[(\exists x\ \overline{P(x)}) \wedge (\exists x\ Q(x))\right] \bigvee \left[(\forall x\ P(x)) \wedge \overline{(\exists x\ Q(x))}\right]$

Предваренная нормальная форма

- $(\forall x\ P(x)) \oplus (\exists x\ Q(x))$
- $\left[\overline{(\forall x\ P(x))} \wedge (\exists x\ Q(x))\right] \bigvee \left[(\forall x\ P(x)) \wedge \overline{(\exists x\ Q(x))}\right]$
- $\left[(\exists x\ \overline{P(x)}) \wedge (\exists x\ Q(x))\right] \bigvee \left[(\forall x\ P(x)) \wedge \overline{(\exists x\ Q(x))}\right]$
- $\left[(\exists x\ \overline{P(x)}) \wedge (\exists x\ Q(x))\right] \bigvee \left[(\forall x\ P(x)) \wedge (\forall x\ \overline{Q(x)})\right]$

Предваренная нормальная форма

- $(\forall x\ P(x)) \oplus (\exists x\ Q(x))$
- $\left[\overline{(\forall x\ P(x))} \wedge (\exists x\ Q(x))\right] \bigvee \left[(\forall x\ P(x)) \wedge \overline{(\exists x\ Q(x))}\right]$
- $\left[(\exists x\ \overline{P(x)}) \wedge (\exists x\ Q(x))\right] \bigvee \left[(\forall x\ P(x)) \wedge \overline{(\exists x\ Q(x))}\right]$
- $\left[(\exists x\ \overline{P(x)}) \wedge (\exists x\ Q(x))\right] \bigvee \left[(\forall x\ P(x)) \wedge (\forall x\ \overline{Q(x)})\right]$
- $\left[\exists x \exists y\ \overline{P(x)} \wedge Q(y)\right] \bigvee \left[(\forall x\ P(x)) \wedge (\forall x\ \overline{Q(x)})\right]$

Предваренная нормальная форма

- $(\forall x\ P(x)) \oplus (\exists x\ Q(x))$
- $\left[\overline{(\forall x\ P(x))} \wedge (\exists x\ Q(x))\right] \bigvee \left[(\forall x\ P(x)) \wedge \overline{(\exists x\ Q(x))}\right]$
- $\left[(\exists x\ \overline{P(x)}) \wedge (\exists x\ Q(x))\right] \bigvee \left[(\forall x\ P(x)) \wedge \overline{(\exists x\ Q(x))}\right]$
- $\left[(\exists x\ \overline{P(x)}) \wedge (\exists x\ Q(x))\right] \bigvee \left[(\forall x\ P(x)) \wedge (\forall x\ \overline{Q(x)})\right]$
- $\left[\exists x \exists y\ \overline{P(x)} \wedge Q(y)\right] \bigvee \left[(\forall x\ P(x)) \wedge (\forall x\ \overline{Q(x)})\right]$
- $\left[\exists x \exists y\ \overline{P(x)} \wedge Q(y)\right] \bigvee \left[\forall x\ P(x) \wedge \overline{Q(x)}\right]$

Предваренная нормальная форма

- $(\forall x\ P(x)) \oplus (\exists x\ Q(x))$
- $\left[\overline{(\forall x\ P(x))} \wedge (\exists x\ Q(x))\right] \bigvee \left[(\forall x\ P(x)) \wedge \overline{(\exists x\ Q(x))}\right]$
- $\left[(\exists x\ \overline{P(x)}) \wedge (\exists x\ Q(x))\right] \bigvee \left[(\forall x\ P(x)) \wedge \overline{(\exists x\ Q(x))}\right]$
- $\left[(\exists x\ \overline{P(x)}) \wedge (\exists x\ Q(x))\right] \bigvee \left[(\forall x\ P(x)) \wedge (\forall x\ \overline{Q(x)})\right]$
- $\left[\exists x \exists y\ \overline{P(x)} \wedge Q(y)\right] \bigvee \left[(\forall x\ P(x)) \wedge (\forall x\ \overline{Q(x)})\right]$
- $\left[\exists x \exists y\ \overline{P(x)} \wedge Q(y)\right] \bigvee \left[\forall x\ P(x) \wedge \overline{Q(x)}\right]$
- $\left[\exists x \exists y\ \overline{P(x)} \wedge Q(y)\right] \bigvee \left[\forall z\ P(z) \wedge \overline{Q(z)}\right]$

Предваренная нормальная форма

- $(\forall x\ P(x)) \oplus (\exists x\ Q(x))$
- $\left[\overline{(\forall x\ P(x))} \wedge (\exists x\ Q(x))\right] \bigvee \left[(\forall x\ P(x)) \wedge \overline{(\exists x\ Q(x))}\right]$
- $\left[(\exists x\ \overline{P(x)}) \wedge (\exists x\ Q(x))\right] \bigvee \left[(\forall x\ P(x)) \wedge \overline{(\exists x\ Q(x))}\right]$
- $\left[(\exists x\ \overline{P(x)}) \wedge (\exists x\ Q(x))\right] \bigvee \left[(\forall x\ P(x)) \wedge (\forall x\ \overline{Q(x)})\right]$
- $\left[\exists x \exists y\ \overline{P(x)} \wedge Q(y)\right] \bigvee \left[(\forall x\ P(x)) \wedge (\forall x\ \overline{Q(x)})\right]$
- $\left[\exists x \exists y\ \overline{P(x)} \wedge Q(y)\right] \bigvee \left[\forall x\ P(x) \wedge \overline{Q(x)}\right]$
- $\left[\exists x \exists y\ \overline{P(x)} \wedge Q(y)\right] \bigvee \left[\forall z\ P(z) \wedge \overline{Q(z)}\right]$
- $\exists x \exists y \forall z \left[(\overline{P(x)} \wedge Q(y)) \vee (P(z) \wedge \overline{Q(z)})\right]$

Предваренная нормальная форма

- $\exists x \exists y \forall z \left[(\overline{P(x)} \wedge Q(y)) \vee (P(z) \wedge \overline{Q(z)}) \right]$

Предваренная нормальная форма

- $\exists x \exists y \forall z \left[(\overline{P(x)} \wedge Q(y)) \vee (P(z) \wedge \overline{Q(z)}) \right]$
- $\exists x \exists y \forall z \left[(\overline{P(x)} \vee P(z)) \wedge (\overline{P(x)} \vee \overline{Q(z)}) \wedge \right.$
  $\left. \wedge (Q(y) \vee P(z)) \wedge (Q(y) \vee \overline{Q(z)}) \right]$

Предваренная нормальная форма

- $\exists x \exists y \forall z \left[(\overline{P(x)} \wedge Q(y)) \vee (P(z) \wedge \overline{Q(z)}) \right]$
- $\exists x \exists y \forall z \left[(\overline{P(x)} \vee P(z)) \wedge (\overline{P(x)} \vee \overline{Q(z)}) \wedge \right.$
  $\left. \wedge (Q(y) \vee P(z)) \wedge (Q(y) \vee \overline{Q(z)}) \right]$
- $\exists x \exists y \forall z \left[(\overline{P(x)} \vee \overline{Q(z)}) \wedge (Q(y) \vee P(z)) \right]$

Сколемовская нормальная форма

- $\exists t \forall u \exists v \forall x \forall y \exists z \; P(t, u, v) \vee P(x, y, z)$

Сколемовская нормальная форма

- $\exists t \forall u \exists v \forall x \forall y \exists z \; P(t, u, v) \vee P(x, y, z)$
- $\forall u \exists v \forall x \forall y \exists z \; P(a, u, v) \vee P(x, y, z)$

Сколемовская нормальная форма

- $\exists t \forall u \exists v \forall x \forall y \exists z \; P(t, u, v) \vee P(x, y, z)$
- $\forall u \exists v \forall x \forall y \exists z \; P(a, u, v) \vee P(x, y, z)$
- $\forall u \forall x \forall y \exists z \; P(a, u, f(u)) \vee P(x, y, z)$

Сколемовская нормальная форма

- $\exists t \forall u \exists v \forall x \forall y \exists z \; P(t, u, v) \vee P(x, y, z)$
- $\forall u \exists v \forall x \forall y \exists z \; P(a, u, v) \vee P(x, y, z)$
- $\forall u \forall x \forall y \exists z \; P(a, u, f(u)) \vee P(x, y, z)$
- $\forall u \forall x \forall y \; P(a, u, f(u)) \vee P(x, y, g(u, x, y))$

Сколемовская нормальная форма

- $\exists t \forall u \exists v \forall x \forall y \exists z \; P(t, u, v) \vee P(x, y, z)$
- $\forall u \exists v \forall x \forall y \exists z \; P(a, u, v) \vee P(x, y, z)$
- $\forall u \forall x \forall y \exists z \; P(a, u, f(u)) \vee P(x, y, z)$
- $\forall u \forall x \forall y \; P(a, u, f(u)) \vee P(x, y, g(u, x, y))$
- $P(a, u, f(u)) \vee P(x, y, g(u, x, y))$

Сколемовская нормальная форма

- $\exists t \forall u \exists v \forall x \forall y \exists z \; P(t, u, v) \vee P(x, y, z)$
- $\forall u \exists v \forall x \forall y \exists z \; P(a, u, v) \vee P(x, y, z)$
- $\forall u \forall x \forall y \exists z \; P(a, u, f(u)) \vee P(x, y, z)$
- $\forall u \forall x \forall y \; P(a, u, f(u)) \vee P(x, y, g(u, x, y))$
- $P(a, u, f(u)) \vee P(x, y, g(u, x, y))$
- $P(a, u, f(u)), \; P(x, y, g(u, x, y))$

Вывод в логике предикатов

$$
\begin{array}{ll}
 & (\forall x\ P(x)) \to (\forall x\ Q(x)) \\
 & (\forall x\ P(x)) \\
\hline
 & A = (\forall x\ P(x)),\ B = (\forall x\ Q(x)) \\
\therefore & \forall x\ Q(x)
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ll}
 & \forall x\ P(x) \to Q(x) \\
 & P(a) \\
\hline
\therefore & Q(a)
\end{array}
$$

Правило резолюций в логике предикатов

$$\frac{\begin{array}{l}\neg P(x) \vee Q(x)\\ P(a)\end{array}}{}$$

Правило резолюций в логике предикатов

$$\begin{array}{l} \neg P(x) \vee Q(x) \\ P(a) \\ \hline x := a \\ \neg P(a) \vee Q(a) \\ P(a) \\ \hline \end{array}$$

Правило резолюций в логике предикатов

$$
\begin{array}{ll}
 & \neg P(x) \vee Q(x) \\
 & P(a) \\
\hline
 & x := a \\
 & \neg P(a) \vee Q(a) \\
 & P(a) \\
\hline
\therefore & Q(a)
\end{array}
$$

Удачные и неудачные унификации

$$P(f(x)) \vee Q(x)$$
$$\neg P(f(a))$$

Удачные и неудачные унификации

$$\begin{array}{l} P(f(x)) \vee Q(x) \\ \neg P(f(a)) \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} x := a \\ Q(a) \end{array}$$

Удачные и неудачные унификации

$$\begin{array}{l} P(f(x)) \vee Q(x) \\ \neg P(f(a)) \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} x := a \\ Q(a) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} P(x, a)) \vee Q(x) \\ \neg P(b, c) \end{array}$$

Удачные и неудачные унификации

$$\begin{array}{l} P(f(x)) \vee Q(x) \\ \neg P(f(a)) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x := a \\ Q(a) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} P(x, a)) \vee Q(x) \\ \neg P(b, c) \end{array} \Rightarrow \times$$

Удачные и неудачные унификации

$$\begin{array}{l} P(f(x)) \vee Q(x) \\ \neg P(f(a)) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x := a \\ Q(a) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} P(x, a)) \vee Q(x) \\ \neg P(b, c) \end{array} \Rightarrow \times$$

$$\begin{array}{l} P(x, a) \vee Q(x) \\ \neg P(b, x) \end{array}$$

Удачные и неудачные унификации

$$\begin{array}{l} P(f(x)) \vee Q(x) \\ \neg P(f(a)) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x := a \\ Q(a) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} P(x, a)) \vee Q(x) \\ \neg P(b, c) \end{array} \Rightarrow \times$$

$$\begin{array}{l} P(x, a) \vee Q(x) \\ \neg P(b, x) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} P(x, a) \vee Q(x) \\ \neg P(b, y) \end{array}$$

Удачные и неудачные унификации

$$\begin{array}{l} P(f(x)) \vee Q(x) \\ \neg P(f(a)) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x := a \\ Q(a) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} P(x, a)) \vee Q(x) \\ \neg P(b, c) \end{array} \Rightarrow \times$$

$$\begin{array}{l} P(x, a) \vee Q(x) \\ \neg P(b, x) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} P(x, a) \vee Q(x) \\ \neg P(b, y) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x := b \\ y := a \\ Q(b) \end{array}$$

Удачные и неудачные унификации

$$\begin{array}{l} P(f(x)) \vee Q(x) \\ \neg P(f(a)) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x := a \\ Q(a) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} P(x, a)) \vee Q(x) \\ \neg P(b, c) \end{array} \Rightarrow \times$$

$$\begin{array}{l} P(x, a) \vee Q(x) \\ \neg P(b, x) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} P(x, a) \vee Q(x) \\ \neg P(b, y) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x := b \\ y := a \\ Q(b) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} P(a, y) \vee Q(g(y)) \\ \neg P(x, f(x)) \end{array}$$

Удачные и неудачные унификации

$$\begin{array}{l} P(f(x)) \vee Q(x) \\ \neg P(f(a)) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x := a \\ Q(a) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} P(x, a)) \vee Q(x) \\ \neg P(b, c) \end{array} \Rightarrow \times$$

$$\begin{array}{l} P(x, a) \vee Q(x) \\ \neg P(b, x) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} P(x, a) \vee Q(x) \\ \neg P(b, y) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x := b \\ y := a \\ Q(b) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} P(a, y) \vee Q(g(y)) \\ \neg P(x, f(x)) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x := a \\ y := f(a) \\ Q(g(f(b))) \end{array}$$

Recap

Предварительная нормальная форма
Сколемовская Нормальная форма
Правила и метод резолюции

Сейчас:
Все вместе к доказательству теорем

Аксиомы теории групп

$\mathcal{G} = (\mathbb{G}, \cdot)$

- $\forall x, y, z, u \; (x \cdot y = z) \wedge (x \cdot y = u) \rightarrow (z = u)$

Аксиомы теории групп

$\mathcal{G} = (\mathbb{G}, \cdot)$

- $\forall x, y, z, u\ (x \cdot y = z) \wedge (x \cdot y = u) \rightarrow (z = u)$
- $\forall x, y, z\ (x \cdot (y \cdot z)) = ((x \cdot y) \cdot z)$

Аксиомы теории групп

$\mathcal{G} = (\mathbb{G}, \cdot)$

- $\forall x, y, z, u\ (x \cdot y = z) \wedge (x \cdot y = u) \rightarrow (z = u)$
- $\forall x, y, z\ (x \cdot (y \cdot z)) = ((x \cdot y) \cdot z)$
- $\exists e \forall x\ (x \cdot e) = (e \cdot x) = x$

Аксиомы теории групп

$\mathcal{G} = (\mathbb{G}, \cdot)$

- $\forall x, y, z, u\ (x \cdot y = z) \wedge (x \cdot y = u) \rightarrow (z = u)$
- $\forall x, y, z\ (x \cdot (y \cdot z)) = ((x \cdot y) \cdot z)$
- $\exists e \forall x\ (x \cdot e) = (e \cdot x) = x$
- $\forall x \exists y\ (x \cdot y) = (y \cdot x) = e$

Аксиомы теории групп

$\mathcal{G} = (\mathbb{G}, \cdot)$

- $\forall x, y, z, u\ (x \cdot y = z) \wedge (x \cdot y = u) \to (z = u)$
- $\forall x, y, z\ (x \cdot (y \cdot z)) = ((x \cdot y) \cdot z)$
- $\exists e \forall x\ (x \cdot e) = (e \cdot x) = x$
- $\forall x \exists y\ (x \cdot y) = (y \cdot x) = e$

Доказать единственность единицы:

Аксиомы теории групп

$\mathcal{G} = (\mathbb{G}, \cdot)$

- $\forall x, y, z, u\ (x \cdot y = z) \wedge (x \cdot y = u) \rightarrow (z = u)$
- $\forall x, y, z\ (x \cdot (y \cdot z)) = ((x \cdot y) \cdot z)$
- $\exists e \forall x\ (x \cdot e) = (e \cdot x) = x$
- $\forall x \exists y\ (x \cdot y) = (y \cdot x) = e$

Доказать единственность единицы:

- $\forall i\ [\forall x\ (x \cdot i) = (i \cdot x) = x] \rightarrow (e = i)$

Аксиомы теории групп

$\mathcal{G} = (\mathbb{G}, \cdot)$

- $\forall x, y, z, u\ (x \cdot y = z) \wedge (x \cdot y = u) \rightarrow (z = u)$
- $\forall x, y, z\ (x \cdot (y \cdot z)) = ((x \cdot y) \cdot z)$
- $\exists e \forall x\ (x \cdot e) = (e \cdot x) = x$
- $\forall x \exists y\ (x \cdot y) = (y \cdot x) = e$

Доказать единственность единицы:

- $\forall i\ [\forall x\ (x \cdot i) = (i \cdot x) = x] \rightarrow (e = i)$

Доказательство

Аксиомы теории групп

$\mathcal{G} = (\mathbb{G}, \cdot)$

- $\forall x, y, z, u\ (x \cdot y = z) \wedge (x \cdot y = u) \rightarrow (z = u)$
- $\forall x, y, z\ (x \cdot (y \cdot z)) = ((x \cdot y) \cdot z)$
- $\exists e \forall x\ (x \cdot e) = (e \cdot x) = x$
- $\forall x \exists y\ (x \cdot y) = (y \cdot x) = e$

Доказать единственность единицы:

- $\forall i\ [\forall x\ (x \cdot i) = (i \cdot x) = x] \rightarrow (e = i)$

Доказательство

- $(i \cdot e) = i$

Аксиомы теории групп

$\mathcal{G} = (\mathbb{G}, \cdot)$

- $\forall x, y, z, u\ (x \cdot y = z) \wedge (x \cdot y = u) \rightarrow (z = u)$
- $\forall x, y, z\ (x \cdot (y \cdot z)) = ((x \cdot y) \cdot z)$
- $\exists e \forall x\ (x \cdot e) = (e \cdot x) = x$
- $\forall x \exists y\ (x \cdot y) = (y \cdot x) = e$

Доказать единственность единицы:

- $\forall i\ [\forall x\ (x \cdot i) = (i \cdot x) = x] \rightarrow (e = i)$

Доказательство

- $(i \cdot e) = i$
- $(i \cdot e) = e$

Аксиомы теории групп

$\mathcal{G} = (\mathbb{G}, \cdot)$

- $\forall x, y, z, u\ (x \cdot y = z) \wedge (x \cdot y = u) \rightarrow (z = u)$
- $\forall x, y, z\ (x \cdot (y \cdot z)) = ((x \cdot y) \cdot z)$
- $\exists e \forall x\ (x \cdot e) = (e \cdot x) = x$
- $\forall x \exists y\ (x \cdot y) = (y \cdot x) = e$

Доказать единственность единицы:

- $\forall i\ [\forall x\ (x \cdot i) = (i \cdot x) = x] \rightarrow (e = i)$

Доказательство

- $(i \cdot e) = i$
- $(i \cdot e) = e$
- $\therefore e = i$

Формализация аксиом

$$\mathfrak{G} = (\mathbb{G}, Eq, G)$$

$$Eq(x, y) \Leftrightarrow x = y$$

$$G(x, y, z) \Leftrightarrow x \cdot y = z$$

$$\forall x, y, z, u \ (x \cdot y = z) \wedge (x \cdot y = u) \rightarrow (z = u)$$

- $\forall x \forall y \forall z \forall u \ G(x, y, z) \wedge G(x, y, u) \rightarrow Eq(z, u)$

Формализация аксиом

$$\mathfrak{G} = (\mathbb{G}, Eq, G)$$

$$Eq(x, y) \Leftrightarrow x = y$$

$$G(x, y, z) \Leftrightarrow x \cdot y = z$$

$$\forall x, y, z, u \ (x \cdot y = z) \wedge (x \cdot y = u) \rightarrow (z = u)$$

- $\forall x \forall y \forall z \forall u \ G(x, y, z) \wedge G(x, y, u) \rightarrow Eq(z, u)$
- $\forall x \forall y \forall z \forall u \ \overline{G(x, y, z) \wedge G(x, y, u)} \vee Eq(z, u)$

Формализация аксиом

$$\mathfrak{G} = (\mathbb{G}, Eq, G)$$

$$Eq(x, y) \Leftrightarrow x = y$$

$$G(x, y, z) \Leftrightarrow x \cdot y = z$$

$$\forall x, y, z, u \ (x \cdot y = z) \wedge (x \cdot y = u) \rightarrow (z = u)$$

- $\forall x \forall y \forall z \forall u \ G(x, y, z) \wedge G(x, y, u) \rightarrow Eq(z, u)$
- $\forall x \forall y \forall z \forall u \ \overline{G(x, y, z) \wedge G(x, y, u)} \vee Eq(z, u)$
- $\forall x \forall y \forall z \forall u \ \neg G(x, y, z) \vee \neg G(x, y, u) \vee Eq(z, u)$

Формализация аксиом

$$\mathfrak{G} = (\mathbb{G}, Eq, G)$$

$$Eq(x, y) \Leftrightarrow x = y$$

$$G(x, y, z) \Leftrightarrow x \cdot y = z$$

$$\forall x, y, z, u \ (x \cdot y = z) \wedge (x \cdot y = u) \rightarrow (z = u)$$

- $\forall x \forall y \forall z \forall u \ G(x, y, z) \wedge G(x, y, u) \rightarrow Eq(z, u)$
- $\forall x \forall y \forall z \forall u \ \overline{G(x, y, z) \wedge G(x, y, u)} \vee Eq(z, u)$
- $\forall x \forall y \forall z \forall u \ \neg G(x, y, z) \vee \neg G(x, y, u) \vee Eq(z, u)$
- $\neg G(x, y, z) \vee \neg G(x, y, u) \vee Eq(z, u)$

Формализация аксиом

$$\exists e \forall x \ (x \cdot e) = (e \cdot x) = x$$

- $\exists e \forall x \ G(x, e, x) \wedge G(e, x, x)$

Формализация аксиом

$$\exists e \forall x \ (x \cdot e) = (e \cdot x) = x$$

- $\exists e \forall x \ G(x, e, x) \wedge G(e, x, x)$
- $G(x, e, x) \wedge G(e, x, x)$

Формализация аксиом

$$\exists e \forall x \ (x \cdot e) = (e \cdot x) = x$$

- $\exists e \forall x \ G(x, e, x) \wedge G(e, x, x)$
- $G(x, e, x) \wedge G(e, x, x)$
- $G(t, e, t), \ G(e, t, t)$

Формализация теоремы

$$\forall i \ [\forall x \ (x \cdot i) = (i \cdot x) = x] \to (e = i)$$

- $\forall i \ [\forall x \ G(x, i, x) \wedge G(i, x, x)] \to Eq(e, i)$

Формализация теоремы

$$\forall i \ [\forall x \ (x \cdot i) = (i \cdot x) = x] \to (e = i)$$

- $\forall i \ [\forall x \ G(x, i, x) \wedge G(i, x, x)] \to Eq(e, i)$
- $\overline{\forall i \ [\forall x \ G(x, i, x) \wedge G(i, x, x)] \to Eq(e, i)}$

Формализация теоремы

$$\forall i \ [\forall x \ (x \cdot i) = (i \cdot x) = x] \to (e = i)$$

- $\forall i \ [\forall x \ G(x, i, x) \wedge G(i, x, x)] \to Eq(e, i)$
- $\overline{\forall i \ [\forall x \ G(x, i, x) \wedge G(i, x, x)] \to Eq(e, i)}$
- $\overline{\overline{\forall i \ \overline{[\forall x \ G(x, i, x) \wedge G(i, x, x)]} \vee Eq(e, i)}}$

Формализация теоремы

$$\forall i\ [\forall x\ (x \cdot i) = (i \cdot x) = x] \to (e = i)$$

- $\forall i\ [\forall x\ G(x, i, x) \wedge G(i, x, x)] \to Eq(e, i)$
- $\overline{\forall i\ [\forall x\ G(x, i, x) \wedge G(i, x, x)] \to Eq(e, i)}$
- $\overline{\forall i\ \overline{[\forall x\ G(x, i, x) \wedge G(i, x, x)]} \vee Eq(e, i)}$
- $\exists i\ \overline{\overline{[\forall x\ G(x, i, x) \wedge G(i, x, x)]} \vee Eq(e, i)}$

Формализация теоремы

$$\forall i\ [\forall x\ (x \cdot i) = (i \cdot x) = x] \to (e = i)$$

- $\forall i\ [\forall x\ G(x, i, x) \wedge G(i, x, x)] \to Eq(e, i)$
- $\overline{\forall i\ [\forall x\ G(x, i, x) \wedge G(i, x, x)] \to Eq(e, i)}$
- $\overline{\forall i\ \overline{[\forall x\ G(x, i, x) \wedge G(i, x, x)]} \vee Eq(e, i)}$
- $\exists i\ \overline{\overline{[\forall x\ G(x, i, x) \wedge G(i, x, x)]} \vee Eq(e, i)}$
- $\exists i\ \overline{\overline{[\forall x\ G(x, i, x) \wedge G(i, x, x)]}} \wedge \neg Eq(e, i)$

Формализация теоремы

$$\forall i\ [\forall x\ (x \cdot i) = (i \cdot x) = x] \to (e = i)$$

- $\forall i\ [\forall x\ G(x,i,x) \wedge G(i,x,x)] \to Eq(e,i)$
- $\overline{\forall i\ [\forall x\ G(x,i,x) \wedge G(i,x,x)] \to Eq(e,i)}$
- $\overline{\forall i\ \overline{[\forall x\ G(x,i,x) \wedge G(i,x,x)]} \vee Eq(e,i)}$
- $\exists i\ \overline{\overline{[\forall x\ G(x,i,x) \wedge G(i,x,x)]} \vee Eq(e,i)}$
- $\exists i\ \overline{\overline{[\forall x\ G(x,i,x) \wedge G(i,x,x)]}} \wedge \neg Eq(e,i)$
- $\exists i\ [\forall x\ G(x,i,x) \wedge G(i,x,x)] \wedge \neg Eq(e,i)$

Формализация теоремы

$$\forall i\ [\forall x\ (x \cdot i) = (i \cdot x) = x] \to (e = i)$$

- $\forall i\ [\forall x\ G(x,i,x) \wedge G(i,x,x)] \to Eq(e,i)$
- $\overline{\forall i\ [\forall x\ G(x,i,x) \wedge G(i,x,x)] \to Eq(e,i)}$
- $\overline{\forall i\ \overline{[\forall x\ G(x,i,x) \wedge G(i,x,x)]} \vee Eq(e,i)}$
- $\exists i\ \overline{\overline{[\forall x\ G(x,i,x) \wedge G(i,x,x)]} \vee Eq(e,i)}$
- $\exists i\ \overline{\overline{[\forall x\ G(x,i,x) \wedge G(i,x,x)]}} \wedge \neg Eq(e,i)$
- $\exists i\ [\forall x\ G(x,i,x) \wedge G(i,x,x)] \wedge \neg Eq(e,i)$
- $\exists i \forall x\ G(x,i,x) \wedge G(i,x,x) \neg Eq(e,i)$

Формализация теоремы

$$\forall i\ [\forall x\ (x \cdot i) = (i \cdot x) = x] \to (e = i)$$

- $\forall i\ [\forall x\ G(x,i,x) \wedge G(i,x,x)] \to Eq(e,i)$
- $\overline{\forall i\ [\forall x\ G(x,i,x) \wedge G(i,x,x)] \to Eq(e,i)}$
- $\overline{\forall i\ \overline{[\forall x\ G(x,i,x) \wedge G(i,x,x)]} \vee Eq(e,i)}$
- $\exists i\ \overline{\overline{[\forall x\ G(x,i,x) \wedge G(i,x,x)]} \vee Eq(e,i)}$
- $\exists i\ \overline{\overline{[\forall x\ G(x,i,x) \wedge G(i,x,x)]}} \wedge \neg Eq(e,i)$
- $\exists i\ [\forall x\ G(x,i,x) \wedge G(i,x,x)] \wedge \neg Eq(e,i)$
- $\exists i \forall x\ G(x,i,x) \wedge G(i,x,x) \neg Eq(e,i)$
- $G(x,i,x) \wedge G(i,x,x) \wedge \neg Eq(e,i)$

Формализация теоремы

$$\forall i\ [\forall x\ (x \cdot i) = (i \cdot x) = x] \to (e = i)$$

- $\forall i\ [\forall x\ G(x,i,x) \wedge G(i,x,x)] \to Eq(e,i)$
- $\overline{\forall i\ [\forall x\ G(x,i,x) \wedge G(i,x,x)] \to Eq(e,i)}$
- $\overline{\forall i\ \overline{\overline{[\forall x\ G(x,i,x) \wedge G(i,x,x)]} \vee Eq(e,i)}}$
- $\exists i\ \overline{\overline{\overline{[\forall x\ G(x,i,x) \wedge G(i,x,x)]} \vee Eq(e,i)}}$
- $\exists i\ \overline{\overline{\overline{[\forall x\ G(x,i,x) \wedge G(i,x,x)]}} \wedge \neg Eq(e,i)}$
- $\exists i\ [\forall x\ G(x,i,x) \wedge G(i,x,x)] \wedge \neg Eq(e,i)$
- $\exists i \forall x\ G(x,i,x) \wedge G(i,x,x) \neg Eq(e,i)$
- $G(x,i,x) \wedge G(i,x,x) \wedge \neg Eq(e,i)$
- $G(s,i,s),\ G(i,s,s),\ \neg Eq(e,i)$

Доказательство теоремы

$$\neg G(x, y, z) \vee \neg G(x, y, u) \vee Eq(z, u)$$

$$G(s, i, s)$$

$$G(i, s, s)$$

$$G(e, t, t)$$

$$G(t, e, t)$$

$$\neg Eq(e, i)$$

Доказательство теоремы

$$\neg G(x,y,z) \vee \neg G(x,y,u) \vee Eq(z,u)$$

$$\downarrow$$

$$G(s,i,s)$$

$$\begin{array}{c} x := i,\ y := s,\ z := s \\ \neg G(i,s,u) \vee Eq(s,u) \end{array} \longleftarrow G(i,s,s)$$

$$G(e,t,t)$$

$$G(t,e,t)$$

$$\neg Eq(e,i)$$

Доказательство теоремы

$$\neg G(x,y,z) \vee \neg G(x,y,u) \vee Eq(z,u)$$

$$\downarrow \qquad G(s,i,s)$$

$$\begin{array}{c} x := i,\ y := s,\ z := s \\ \neg G(i,s,u) \vee Eq(s,u) \end{array} \longleftarrow G(i,s,s)$$

$$\downarrow \qquad G(e,t,t)$$

$$\begin{array}{c} t := i,\ s := e,\ u := t = i \\ Eq(e,i) \end{array} \longleftarrow G(t,e,t)$$

$$\neg Eq(e,i)$$

Доказательство теоремы

$$\neg G(x,y,z) \vee \neg G(x,y,u) \vee Eq(z,u)$$

$$\downarrow \qquad G(s,i,s)$$

$$\begin{array}{c} x := i,\ y := s,\ z := s \\ \neg G(i,s,u) \vee Eq(s,u) \end{array} \longleftarrow G(i,s,s)$$

$$\downarrow \qquad G(e,t,t)$$

$$\begin{array}{c} t := i,\ s := e,\ u := t = i \\ Eq(e,i) \end{array} \longleftarrow G(t,e,t)$$

$$\downarrow$$

$$\square \longleftarrow \neg Eq(e,i)$$

Поиск теоремы

$$\neg G(x, y, z) \vee \neg G(x, y, u) \vee Eq(z, u)$$

$$G(e, t, t)$$

$$G(t, e, t)$$

Поиск теоремы

$$\neg G(x,y,z) \vee \neg G(x,y,u) \vee Eq(z,u)$$

$$\downarrow \qquad\qquad G(e,t,t)$$

$$\begin{array}{c} x := t,\ y := e,\ z := t \\ \neg G(t,e,u) \vee Eq(t,u) \end{array} \longleftarrow G(t,e,t)$$

Поиск теоремы

$$\neg G(x,y,z) \vee \neg G(x,y,u) \vee Eq(z,u)$$

$$\downarrow \qquad\qquad G(e,t,t)$$

$$\begin{array}{c} x := t,\ y := e,\ z := t \\ \neg G(t,e,u) \vee Eq(t,u) \end{array} \longleftarrow G(t,e,t)$$

$$\downarrow$$

$$\begin{array}{c} u := e \\ \neg G(t,e,e) \vee Eq(t,e) \end{array}$$

Поиск теоремы

$$\neg G(x,y,z) \vee \neg G(x,y,u) \vee Eq(z,u)$$

$$\downarrow$$

$$G(e,t,t)$$

$$x := t,\ y := e,\ z := t$$

$$\neg G(t,e,u) \vee Eq(t,u) \longleftarrow G(t,e,t)$$

$$\downarrow \qquad\qquad \searrow$$

$$u := e \qquad\qquad t := e$$

$$\neg G(t,e,e) \vee Eq(t,e) \qquad\qquad \neg G(e,e,u) \vee Eq(e,u)$$

Поиск теоремы

$$\neg G(x,y,z) \vee \neg G(x,y,u) \vee Eq(z,u)$$

$$\Big\downarrow \qquad\qquad G(e,t,t)$$

$$\begin{array}{c} x := t,\ y := e,\ z := t \\ \neg G(t,e,u) \vee Eq(t,u) \end{array} \longleftarrow G(t,e,t)$$

$$\Big\downarrow$$

$$\begin{array}{c} u := e \\ \neg G(t,e,e) \vee Eq(t,e) \end{array}$$

$$\Big\downarrow \; G(t,w,w) \to G(t,e,e) \Leftrightarrow \neg G(t,w,w) \vee G(t,e,e)$$

$$\neg G(t,w,w) \vee Eq(t,e)$$

Поиск теоремы

$$\neg G(x,y,z) \vee \neg G(x,y,u) \vee Eq(z,u)$$

$$\Big\downarrow \qquad\qquad G(e,t,t)$$

$$x := t,\ y := e,\ z := t \qquad \longleftarrow \quad G(t,e,t)$$

$$\neg G(t,e,u) \vee Eq(t,u)$$

$$\Big\downarrow$$

$$u := e$$

$$\neg G(t,e,e) \vee Eq(t,e)$$

$$\Big\downarrow \ G(t,w,w) \to G(t,e,e) \Leftrightarrow \neg G(t,w,w) \vee G(t,e,e)$$

$$\neg G(t,w,w) \vee Eq(t,e)$$

$$\downarrow$$

$$\forall t\ [\forall w\ G(t,w,w)] \to Eq(t,e)$$

Зацикливание метода резолюций

$$\begin{array}{l} P(a) \\ \underline{\neg P(x) \vee P(f(x))} \end{array}$$

Зацикливание метода резолюций

$$\frac{\begin{array}{l} P(a) \\ \neg P(x) \vee P(f(x)) \end{array}}{}$$

$$\frac{\begin{array}{l} P(f(a)) \\ \neg P(x) \vee P(f(x)) \end{array}}{}$$

Зацикливание метода резолюций

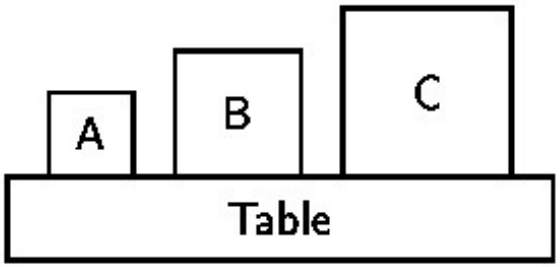
$$\frac{\begin{array}{l} P(a) \\ \neg P(x) \vee P(f(x)) \end{array}}{}$$

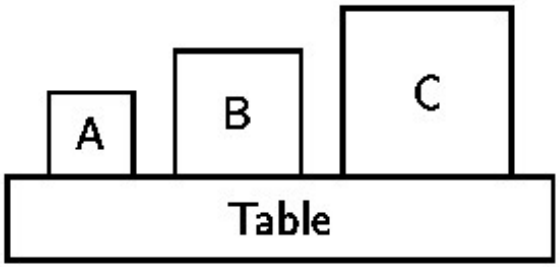
$$\frac{\begin{array}{l} P(f(a)) \\ \neg P(x) \vee P(f(x)) \end{array}}{}$$

$$\frac{\begin{array}{l} P(f(f(a))) \\ \neg P(x) \vee P(f(x)) \end{array}}{\ldots}$$

Robbin's conjecture

$$
\begin{array}{ll}
 & (A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C) \\
 & A \vee B = B \vee A \\
 & \neg(\neg(A \vee B) \vee \neg(A \vee \neg B)) = A \\
\hline
\therefore & \neg\neg A = A
\end{array}
$$


A
B
C
Table



Действие:

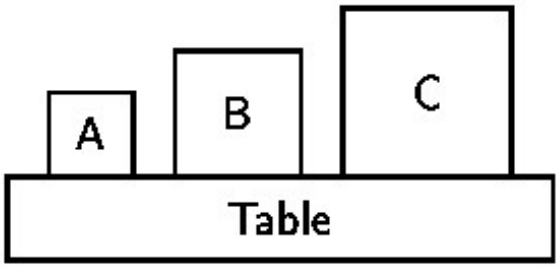
- $Move(what, from, to)$

Требования:

- $On(what, from)$
- $Cl(to) \vee (to = Table)$
- $Cl(what)$

Результат:

- $On(what, to)$
- $\neg Cl(to)$
- $\neg On(what, from)$
- $Cl(from)$



On	A	B	C	T
A	0	0	0	1
B	0	0	0	1
C	0	0	0	1
Cl	1	1	1	

Действие:

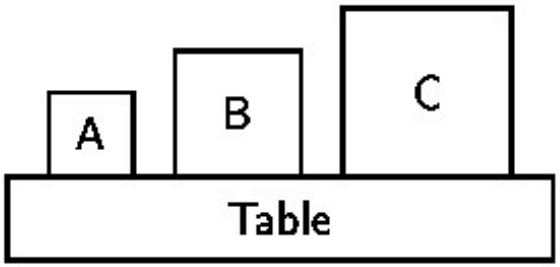
- $Move(what, from, to)$

Требования:

- $On(what, from)$
- $Cl(to) \vee (to = Table)$
- $Cl(what)$

Результат:

- $On(what, to)$
- $\neg Cl(to)$
- $\neg On(what, from)$
- $Cl(from)$



On	A	B	C	T
A	0	0	0	1
B	0	0	0	1
C	0	0	0	1
Cl	1	1	1	

$\downarrow$

On	A	B	C	T
A	0	1	0	0
B	0	0	0	1
C	0	0	0	1
Cl	1	0	1	

Действие:

- $Move(what, from, to)$

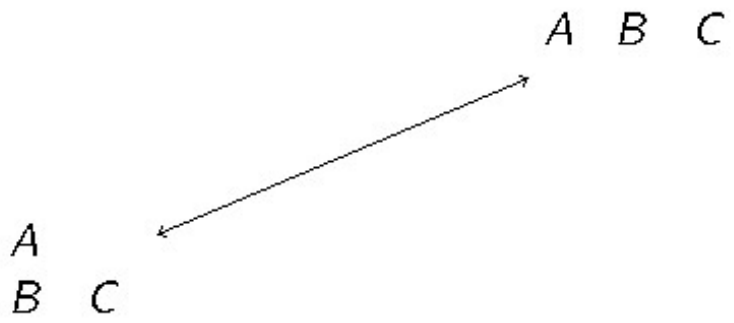
Требования:

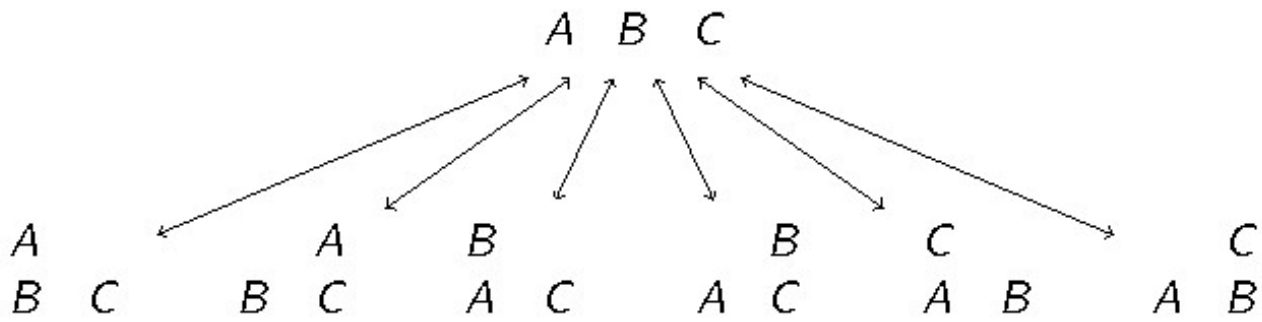
- $On(what, from)$
- $Cl(to) \vee (to = Table)$
- $Cl(what)$

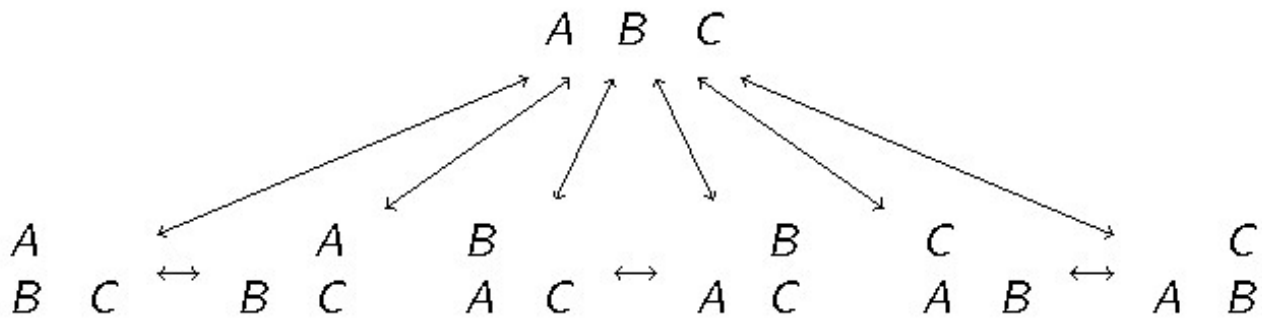
Результат:

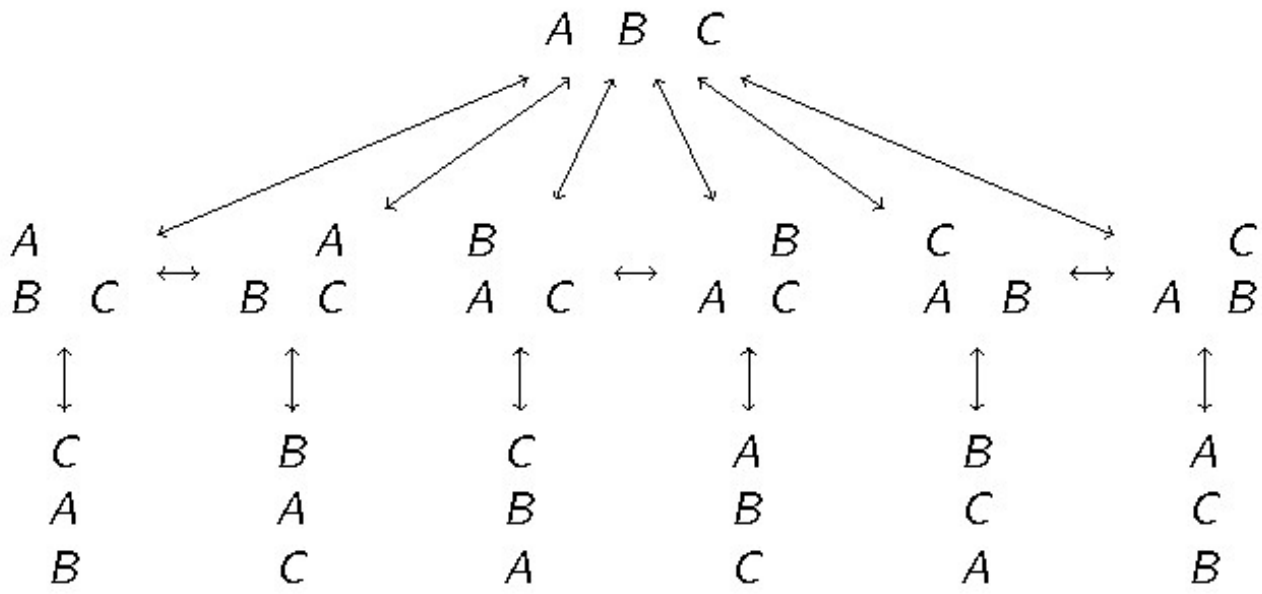
- $On(what, to)$
- $\neg Cl(to)$
- $\neg On(what, from)$
- $Cl(from)$

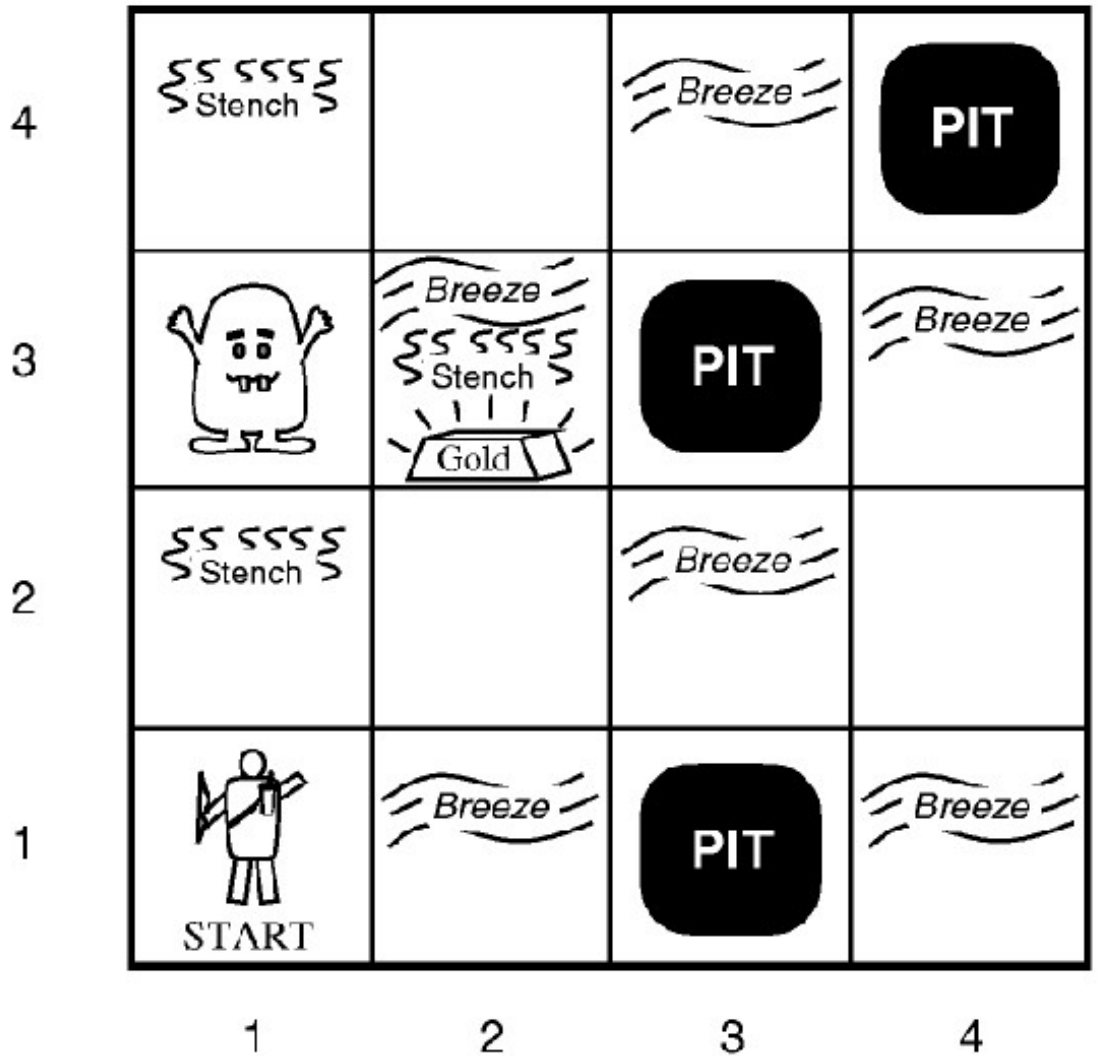
$A \quad B \quad C$


A B C
A
B C


A B C
A
B C
A
B C
B
A C
B
A C
C
A B
C
A B


A B C
A B C ↔ A B C
B A C ↔ B A C
C A B ↔ C A B


A B C
A B C ↔ A B C
B A C ↔ B A C
C A B ↔ C A B
C B A
B A C
C A B
A B C
B C A
A C B


4
3
2
1
Stench
Breeze
PIT
Breeze
Stench
Gold
PIT
Breeze
Stench
Breeze
START
Breeze
PIT
Breeze
1
2
3
4