

Si svolgano 3 esercizi a scelta sui 4 proposti. In nessun caso verranno assegnati punti per più di 3 esercizi.

Problema 6.1 (11 punti). Un negozio di elettronica studia dal punto di vista statistico il numero di cellulari che vengono riportati in garanzia ogni settimana. Si decide di modellizzare questa variabile aleatoria con la legge Poissoniana di media $\nu = 4.5$.

(7 punti) Quanto vale approssimativamente la probabilità che in 4 settimane tornino in totale 22 o più cellulari?

(2 punti) Quanto vale la probabilità che in una settimana tornino 2 o più cellulari? (Si usi la distribuzione vera, senza fare approssimazioni grossolane.)

(2 punti) Non si sa più quanto vale ν , però è noto che in 2 settimane non è tornato nemmeno un cellulare. Quanto può essere grande al massimo ν se si ammette che questo evento (nessun ritorno in due settimane), essendosi effettivamente realizzato, debba avere probabilità non inferiore a 1%?

Problema 6.2 (11 punti). Sia X una variabile aleatoria continua con densità

$$f_X(t) = \begin{cases} c(1 + e^{-t}) & -1 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

(7.5 punti) Si determinino i valori (anche arrotondati) di c e di media, deviazione standard e moda di X e si tracci il grafico di f_X .

(2 punti) Si calcoli la probabilità che $X^2 > 0.49$.

(1.5 punti) Si determini la legge di $1 - X$.

Problema 6.3 (11 punti). Una macchina riempitrice deve inserire un target di 2 g di foglie di té in ogni bustina che andrà poi confezionata. Si raccoglie un campione di 12 bustine che vengono svuotate, e il contenuto pesato. Si trovano i seguenti valori in grammi:

2.000	1.990	1.965	1.985	1.975	1.990
2.000	1.955	2.010	1.965	1.980	2.005

(7 punti) Si calcolino media campionaria e deviazione standard campionaria. Supponendo che la legge del peso sia Gaussiana di varianza incognita, questi dati sono compatibili con l'ipotesi nulla che il peso medio sia maggiore o uguale a 2 g, al 10% di significatività? E in caso si imposti invece significatività pari a 1%?

(2 punti) Si calcoli il p -dei-dati per il test statistico che verifica se la deviazione standard della distribuzione sia uguale a 0.01 g.

(2 punti) Si determini la potenza del test del punto precedente in caso la deviazione standard vera fosse 0.02 g.

Problema 6.4 (12 punti). Un server riceve richieste in modo continuo, a intervalli di tempo irregolari che assumiamo avere distribuzione esponenziale di media μ e essere indipendenti. Normalmente μ vale circa 1 secondo, ma nell'ultimo minuto ci sono state 120 richieste, e la media campionaria degli intervalli di tempo tra una e l'altra è stata di 0.498 s.

(6 punti) Si determini un intervallo di confidenza bilaterale per il valore attuale di μ al 95% di confidenza.

(3 punti) Si consideri il test al 5% di significatività che verifica l'ipotesi alternativa che $\mu < 0.1$ s. Si determini per questo test la regione di accettazione relativa alla media campionaria degli intervalli di tempo per un campione di 120 richieste.

(3 punti) Sempre per il test del punto precedente, ma con livello di significatività di 0.1%, si determini la regione di accettazione relativa alla statistica: *numero di richieste complessive* in un intervallo continuo di 1 minuto.