

*Si svolgano 3 esercizi a scelta sui 4 proposti. In nessun caso verranno assegnati punti per più di 3 esercizi.*

**Problema 7.1** (12 punti). Un tizio ha l'abitudine, quando rientra in casa, di mettere tutte le monete che ha in tasca in un salvadanaio. Si può supporre che i soldi accumulati giorno per giorno siano variabili aleatorie indipendenti e identicamente distribuite con media 1.78 euro e deviazione standard 1.16 euro.

**(7 punti)** Quanto vale approssimativamente la probabilità che in 4 settimane questa persona accumuli almeno 40 euro?

**(2 punti)** In un anno, quanto accumulerà come minimo al 95% di confidenza? (Altrimenti detto, si determini un valore  $u$  tale che il denaro accumulato in un anno sia maggiore o uguale a  $u$  con il 95% di probabilità.)

**(3 punti)** Se mancano ancora 32.55 euro per arrivare a poter comprare un bene che desidera, quanti giorni saranno ancora necessari come minimo al 95% di confidenza? (Si veda il punto precedente per l'interpretazione.)

**Problema 7.2** (12 punti). Sia  $X$  una variabile aleatoria continua con funzione di ripartizione

$$F_X(t) = \begin{cases} 0 & t < 4 \\ \frac{(t-4)(30-t)}{25} & 4 \leq t \leq 5 \\ 1 & t > 5 \end{cases}$$

**(8 punti)** Si calcoli la formula per la densità  $f_X$ . Si verifichi che abbia integrale 1. Si determinino media e mediana di  $X$ . Si tracciano i grafici approssimativi di  $F_X$  e  $f_X$ .

**(2 punti)** Si calcoli la probabilità che  $20 \leq X^2 \leq 30$ . (Se si può, si rappresenti anche graficamente tale probabilità in uno o entrambi i due grafici del punto precedente.)

**(2 punti)** Si determini la legge di  $9 - X$ .

**Problema 7.3** (12 punti). Da una linea di produzione escono biscotti del peso teorico di 12 g ciascuno. Si raccoglie un campione di 20 biscotti che vengono pesati trovando una media campionaria di 12.35 g e una deviazione standard campionaria di 0.68 g.

**(7 punti)** Supponendo che la legge del peso sia Gaussiana di deviazione standard incognita, questi dati sono compatibili con l'ipotesi nulla che il peso medio sia uguale a 12 g, al 1% di significatività? E in caso si deviazione standard nota pari a 0.75 g?

**(2 punti)** Si calcoli il  $p$ -dei-dati per il test statistico che verifica se la deviazione standard della distribuzione sia uguale a 0.75 g.

**(3 punti)** Si determini un intervallo di confidenza al 90% per la frazione di biscotti con peso superiore ai 14 grammi. (Si può supporre deviazione standard nota 0.75 g.)

**Problema 7.4** (12 punti). A causa di un malfunzionamento, un lotto di 50000 bottigliette d'acqua presenta occasionalmente un certo difetto estetico. Da un'ispezione di 100 bottigliette, questo difetto viene riscontrato in 24. Sia  $p$  la probabilità incognita che una bottiglietta del lotto sia difettosa.

**(6 punti)** Si determini per  $p$  un intervallo di confidenza unilaterale sinistro (quindi del tipo  $p \geq L$ ), al 95% di confidenza.

**(3 punti)** Si verifichi al 5% di significatività se questi dati siano compatibili con l'ipotesi che  $p$  sia pari a  $p_0 := 0.1$ . È richiesto di determinare il  $p$ -dei-dati del test e poi anche la regione di accettazione relativa alla statistica "numero di difettosi su un campione di 100".

**(3 punti)** Si consideri il test del punto precedente, ma con  $p_0$  generico. Per quali valori di  $p_0$  il test dà esito  $H_0$ ? Per quali dà esito  $H_1$ ?