

Si svolgano 3 esercizi a scelta sui 4 proposti. In nessun caso verranno assegnati punti per più di 3 esercizi.

**Problema 1.1** (11 punti). Un server riceve dati a ritmo irregolare. Ogni ora la quantità di dati ricevuti è una variabile aleatoria. Si suppone che tutte queste variabili aleatorie siano i.i.d. (indipendenti e identicamente distribuite).

**(7 punti)** Supponendo che queste variabili aleatorie abbiano (in Mb) distribuzione binomiale di parametri  $n = 150$  e  $p = 10\%$ , quanto vale approssimativamente la probabilità che in 24 ore i dati ricevuti siano più di 320 Mb?

**(2 punti)** Si risponda nuovamente nell'ipotesi che le variabili aleatorie abbiano invece distribuzione uniforme continua tra 10 e 20 Mb.

**(2 punti)** Supponiamo infine che le variabili aleatorie abbiano distribuzione esponenziale di media 15, e sia  $T$  il tempo prima che la quantità di dati ricevuti raggiunga i 1000 Mb. Si dica quanto vale (anche approssimativamente) la probabilità che  $T$  sia inferiore a 3 giorni.

**Problema 1.2** (12 punti). Sia  $X$  una variabile aleatoria continua con densità

$$f(t) = ct, \quad 0 \leq t \leq 2$$

**(7 punti)** Si determinino  $c$ , la media, la varianza e la mediana di  $X$ . Si determini la densità di  $Z := X/2$ . Si tratta di una distribuzione appartenente ad una classe standard?

**(3 punti)** Sia  $Y$  una variabile aleatoria indipendente da  $X$  e con la stessa distribuzione. Si determini la probabilità che

$$\frac{1}{2} \leq \frac{X}{Y} \leq 2$$

**(2 punti)** Si determini la legge di  $X + Y$ .

**Problema 1.3** (11 punti). Si confrontano due programmi di intelligenza artificiale che si scontrano in un qualche gioco che non prevede il pareggio.

**(7 punti)** Se si effettuano 400 scontri, quanti deve vincerne come minimo uno dei due perché si possa affermare che sia più forte dell'altro al 5% di significatività? Se finisce 230 a 170, quanto vale il  $p$ -dei-dati?

**(2 punti)** Qual è la potenza del test se la probabilità di vittoria del primo è del 55%?

**(2 punti)** Quanti scontri bisogna prevedere come minimo se si vuole per lo stesso valore una potenza dell'80%?

**Problema 1.4** (12 punti). Si analizzano i consumi di un'auto, misurando esattamente il contenuto del serbatoio ogni 20 km.

km	0	20	40	60	80	100	120
litri	30	28.9	28.3	26.65	24.8	23.85	22.8

**(7 punti)** Si stimi puntualmente e al 95% di confidenza il consumo medio: 1) in litri ogni 20 km, 2) in litri per 100 km e 3) in km/litro.

**(2 punti)** Si stimi la deviazione standard dei litri consumati ogni 20 km al 90% di confidenza con un intervallo del tipo  $[z, \infty)$ .

**(3 punti)** Si ripeta il punto precedente per il consumo in litri per 100 km.