

Si svolgano 3 esercizi a scelta sui 4 proposti. In nessun caso verranno assegnati punti per più di 3 esercizi.

Problema 2.1 (11 punti). Un ascensore ha una portata massima di 8 persone o 600 kg.

(6 punti) Supponendo che i pesi in kg delle persone che salgono sull'ascensore siano variabili aleatorie indipendenti ed identicamente distribuite con distribuzione normale $\mathcal{N}(70, 250)$, quanto vale approssimativamente la probabilità che 8 persone superino la portata dell'ascensore? Quanto vale la probabilità che 9 persone non la superino?

(3 punti) Si risponda nuovamente nell'ipotesi che le variabili aleatorie abbiano invece distribuzione come dalla tabella seguente:

kg	50	60	70	80	90
probabilità	15%	30%	25%	20%	10%

(2 punti) Il criterio di 600 kg per 8 persone è a volte generalizzato come: "massimo n persone e $75n$ kg". Esistono valori di n per cui questo criterio non è raccomandabile, nel senso che la probabilità che n persone superino la portata massima è superiore al 25%? (Rispondere per le variabili normali del primo punto.)

Problema 2.2 (13 punti). Sia X una variabile aleatoria continua con densità

$$f_X(t) = c(1 - t^2), \quad -1 \leq t \leq 1$$

(7 punti) Si determinino c , la media, la varianza e la mediana di X . Si determini la densità di $Z := \frac{X+1}{2}$. Si tratta di una distribuzione appartenente ad una classe standard?

(3 punti) Si determinino densità media e varianza di una variabile aleatoria continua W con funzione di ripartizione

$$F_W(u) = \frac{1}{1 + e^{-u}}$$

(3 punti) Sia Y una variabile aleatoria uniforme su $[0, 1]$ e indipendente dalla X del primo punto. Si determini la probabilità che

$$0 \leq X + Y \leq 1$$

Problema 2.3 (12 punti). Una azienda che produce zampironi testa la durata di una nuova formulazione. Un campione di 10 esemplari mostra le durate seguenti (in minuti):

459	495	461	494	477
485	446	485	458	488

(6 punti) Questi dati sono compatibili al 5% di significatività con l'ipotesi che la durata media sia di almeno 8 ore?

(3 punti) Si stimi al 95% di confidenza la deviazione standard della durata degli zampironi e si testi tramite il calcolo del p -dei-dati l'ipotesi che la deviazione standard sia di 10 minuti.

(3 punti) Supponendo che la durata degli zampironi sia normale con deviazione standard 10 e media incognita, si stimi al 95% di confidenza la frazione di singoli zampironi con durata inferiore alle 8 ore.

Problema 2.4 (11 punti). Un tipo va a funghi. Il tempo che passa prima di trovare il primo porcino è ipotizzato avere distribuzione esponenziale, e così i tempi per ciascuno dei porcini successivi. Al 15-esimo porcino trovato, sono passate in totale 3 ore e mezza e il fungaiolo decide di tornare a casa.

(7 punti) Si stimi puntualmente e al 95% di confidenza il parametro della distribuzione esponenziale introdotta. Qual è l'unità di misura di tale parametro?

(2 punti) Consideriamo un test per verificare al 10% di significatività se la media di questa distribuzione esponenziale sia pari a 10 minuti. Si determini la regione di accettazione relativa alla media campionaria di 15 tempi di raccolta.

(2 punti) Si determini la potenza del test del punto precedente per una distribuzione esponenziale di media 20 minuti.