Esercizio 1

Sia I un insieme di indici tale che $|I| \leq \aleph_0$. Per ogni $i \in I$, sia $S_i \leq \aleph_0$. Si dimostri che $\left|\bigcup_{i\in I} S_i\right| \leq \aleph_0$.

Fare induzione su $|I|$
Caso base $|I| = 0$.

$$|\bigcup_{i\in I} S_i| = |\{\}| \leqslant \aleph_0$$

Ipotesi: $\forall k \leqslant n.\ Dove\ |I| = k, |\bigcup_{i\in I} S_i| \leqslant \aleph_0$
Passo: $|I'| = n,\ I = I' \cup \{j\}$ in modo che $|I| = n+1$

$$\begin{aligned}
|\bigcup_{i\in I} S_i| &= |\bigcup_{i\in I'} S_i \cup \{j\}| && (pag.\ 22) \\
&= |\bigcup_{i\in I'} S_i| + |\{j\}| && (ipotesi) \\
&\leqslant \aleph_0 + |\{j\}| && (def.\ di\ |\cdot|\ di\ insieme\ finto) \\
&\leqslant \aleph_0 + \aleph_0 \\
&= \aleph_0
\end{aligned}$$

Siano $|A| = |B| = \aleph_0,\ A \cup B \doteq \mathbb{N}$

Esercizio 1

Quando emerse la necessità di un'implementazione del Pascal sulle macchine ICL, gli unici compilatori Pascal esistenti producevano codice CDC: $C^{\mathrm{CDC}}_{\mathrm{Pascal,CDC}}$ e $C^{\mathrm{Pascal}}_{\mathrm{Pascal,CDC}}$. Uno di questi compilatori fu modificato manualmente. Non furono scritti/modificati altri compilatori e non furono scritti interpreti. Si illustri formalmente un procedimento efficiente mediante il quale, in queste condizioni e avendo a disposizione una macchina CDC, si può ottenere un compilatore Pascal che gira su macchine ICL e produce codice ICL.

cosa vogliamo: $C^{ICL}_{Pascal,ICL}$
Modifico: $C^{Pascal}_{Pascal,ILC}$

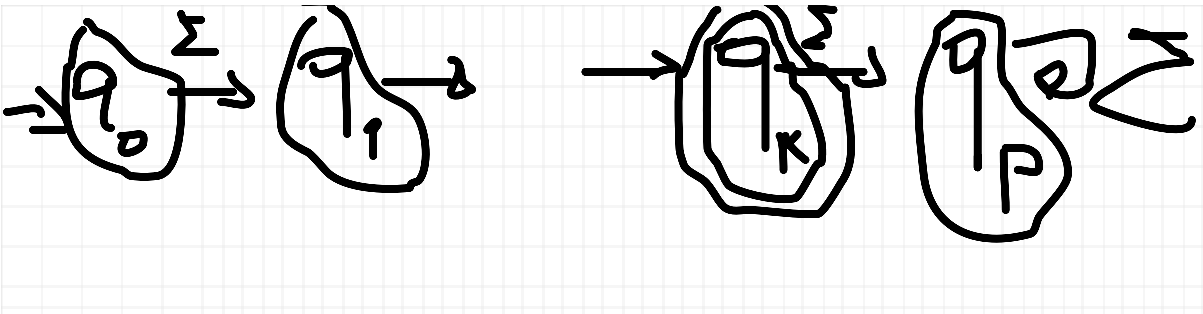
Procedimento:

$$[\![C^{CDC}_{Pascal,CDC}]\!]\left(C^{Pascal}_{Pascal,ICL}\right) = C^{CDC}_{Pascal,ICL}$$
$$[\![C^{CDC}_{Pascal,ILC}]\!]\left(C^{Pascal}_{Pascal,ICL}\right) = C^{ICL}_{Pascal,ICL}$$

Esercizio 2

Si dica se il seguente problema è decidibile o meno, dimostrando formalmente ogni affermazione: dato un linguaggio regolare L qualsiasi su un alfabeto $\Sigma \neq \emptyset$, dire se $\exists k \in \mathbb{N} \,.\, L = \Sigma^k$.

Se esiste L, allora esiste $M(L)$ DFA che lo accetta (o qualsiasi cosa equivalente). In caso ricaviamo il DFA minimo che accetta L.
Cosa sappiamo di dell'automa Σ^K?



$L = \Sigma^k$ sse L è isomorfo con l'automa mostrato sopra.

Esercizio 1. Quale dei seguenti linguaggi può accettare
$\left\{x \ in \ \{0,1\}^* \mid n_0(x) = n_1(x)\right\}$ con $n_b(\epsilon) = 0$ e $n_b(aw) = 1 - |a-b| + n_b(w)$?

- (A) e-NF'A
- (B) NFA
- (D) APND (x)
- (C) nessuna delle altre
- (E) DFA

Esercizio 2. L'affermazione *"Se* $I \subseteq \mathbb{N}$ è *un insieme* X *e* $\overline{I} = \mathbb{N} \setminus I$ allora anceh $\overline{I}$ è X*" è vera, al posto di* X scrivo:

(A) 'ricorsivamente enumerabile'
(B) 'ricorsivo' (x)
(C) 'non ricorsivamente enumerabile'
(D) nessuna delle altre
(E) ricorsivamente enumerabile non ricorsivo'

Esercizio 3. Identificare le eventuali affermazioni vere tra le sequenti, che riguardano l'uso delle MdT come riconoscitori linguaggi formali:
(A) più di una delle altre
(B) una MdT è più potente un e-NFA perché il controllo della MdT non è a stati finiti
(C) un e-NFA++ che potesse riavvolgere il nastro (di input) sarebbe potente come una MdT
(D) una MdT che muove la testina solo a destra è tanto potente come un e-NFA (x)
(E) nessuna delle altre

Esercizio 4. Qual è la cardinalità dell'insime dell'insieme delle stringhe n sull'alfabeto Σ $\left(\Sigma^n\right)$?
(A) $|\mathcal{P}(\mathbb{N})|$
(B) $n^{|\Sigma|}$
(C) 2^n
(D) $|\Sigma|^n$ (x)
(E) $|\mathbb{N}|$

Esercizio 4. Scriviamo $\text{dfa}(x)$ e $\text{apnd}(y)$ a significare che x è un DFA e y è un APND; scriviamo $x \equiv y$ per dire che x e y sono equivalenti. Quali delle seguenti formule logiche rappresenta il fatto che, dato comunque un DFA, esiste un APND equivalente?

(A) $\forall x : \exists y \,.\, (\text{dfa}(x) \wedge \text{apnd}(y) \wedge x \equiv y)$
(B) $\neg \forall y : (\exists x \,.\, \text{dfa}(x) \implies \text{apnd}(y) \wedge x \equiv y)$
(C) nessuna delle altre
(D) $\forall x : \text{dfa}(x) \implies (\exists y \,.\, \text{apnd}(y) \wedge x \equiv y)$
(E) $\forall x : \exists y \,.\, (\text{dfa}(y) \wedge \text{apnd}(x) \wedge x \equiv y)$

sicuramente (D), ? per la (A)

Esercizio 6. Un sottoinsieme di un linguaggio acontestuale
(B) nessuna delle altre (x)
(A) é decidibile
(E) acontestuale
(C) è monotono
(D) regolare

Esercizio 2. Si dica quanti stati ha un DFA minimo che accetta il linguaggio sull'alfabeto $\{a, b, c\}$ denotato dall'espressione regolare $\varepsilon + \underbrace{(a+b)(a+b)\cdots(a+b)}_{n}$:

(A) $n+2$ **(B)** nessuna delle altre **(C)** $2n$ **(D)** n **(E)** $n+1$

(A) gli n stati + 1 iniziale e uno pattumiera.