

فرادرس

فرادرس آنلاین کلاس درس
www.faradars.org

آموزش ریاضیات گسته

درس دوم: استلزمان منطقی

مدرس:

فرشید شیرافکن

دانشجوی دکتری بیوانفورماتیک (دانشگاه تهران)

(Rules of Inference) قاعده‌های استنتاج

قواعد استنتاج توضیح می‌دهد که چگونه از مجموعه‌ای از فرض‌های درست می‌توانیم یک نتیجه منطقی بگیریم.

استنتاج

$$\frac{P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n}{\therefore q}$$

قیاس تعددی (قانون قیاس) ✓

قیاس استثنایی (قاعده وضع مقدم) (Modus Ponens) ✓

قیاس عکس (قاعده رفع تالی) (قیاس رفع) (Modus Tollens) ✓

ترکیب عطفی ✓

قیاس فصلی ✓

رزولوشن ✓

$$\frac{P_1, P_2, \dots, P_n \vdash q}{(P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n) \rightarrow q} \top$$

(Hypothetical syllogism) قیاس تعددی

$$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline \therefore p \rightarrow r \end{array}$$

$$((P \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (P \rightarrow r)$$

$$((\bar{P} \vee q) \wedge (\bar{q} \vee r)) \rightarrow (\bar{P} \vee r)$$

$$((P \wedge \bar{q}) \vee (q \wedge \bar{r})) \vee (\bar{P} \vee r)$$

$$[(P \wedge \bar{q}) \vee \bar{P}] \vee [(q \wedge \bar{r}) \vee r]$$

$$[\underbrace{(P \vee \bar{P})}_{\top} \wedge (\bar{q} \vee \bar{P})] \vee [(q \vee r) \wedge (\underbrace{\bar{r} \vee r}_{\top})]$$

$$(\bar{q} \vee \bar{P}) \vee (q \vee r)$$

$$\underbrace{\bar{q} \vee q}_{\top} \vee \bar{P} \vee r = \top \vee \bar{P} \vee r = \top$$

قیاس استثنایی (Modus Ponens)

$$\frac{p \rightarrow q}{\therefore q}$$

$$\boxed{[(P \rightarrow q) \wedge P]} \rightarrow q$$

$$\boxed{[(\bar{P} \vee q) \wedge P]} \rightarrow q$$

$$\boxed{[(\bar{P} \vee q) \wedge P]} \quad \checkmark \quad q$$

$$\boxed{[(P \wedge \bar{q}) \vee \bar{P}]} \vee q$$

$$\boxed{[(P \vee \bar{P}) \wedge (\bar{q} \vee \bar{P})]} \vee q$$

$$(\bar{q} \vee \bar{P}) \vee q = \top \vee \bar{P} = \textcircled{\top}$$

قیاس عکس (Modus Tollens)

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \bar{q} \end{array}$$

$$\therefore \bar{p}$$

$$[(P \rightarrow q) \wedge \bar{q}] \rightarrow \bar{P}$$

ترکیب عطفی - ساده‌سازی ترکیب عطفی

$$\begin{array}{c} p \wedge q \\ \hline \therefore p \end{array}$$

$$p \wedge q \rightarrow p$$

$$\begin{array}{c} \overline{p} \vee \overline{q} \vee p \\ \top \vee \overline{q} \\ \top \end{array}$$

$$\begin{array}{c} p \wedge q \\ \hline \therefore q \end{array}$$

$$p$$

$$q$$

$$\therefore p \wedge q$$

$$(p \wedge q) \rightarrow (p \wedge q)$$

قیاس فصلی - بسط فصلی

$$\begin{array}{c} p \vee q \\ \neg p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

p
 \hline
 $\therefore p \vee q$

$P \rightarrow P \vee q$
 $\neg P \vee P \vee q$
 $T \vee q$
 T

$$\begin{aligned}
 & [(P \vee q) \wedge \neg P] \rightarrow q \\
 & [(P \wedge \neg P) \vee (q \wedge \neg P)] \rightarrow q \\
 & \underbrace{(P \wedge \neg P)}_F \vee (q \wedge \neg P) \rightarrow q \\
 & = \neg q \vee P \vee q \\
 & = T \vee P \\
 & = T
 \end{aligned}$$

رزولوشن (Resolution)

$$\begin{array}{c} p \vee q \\ \neg p \vee r \\ \hline \therefore q \vee r \end{array}$$

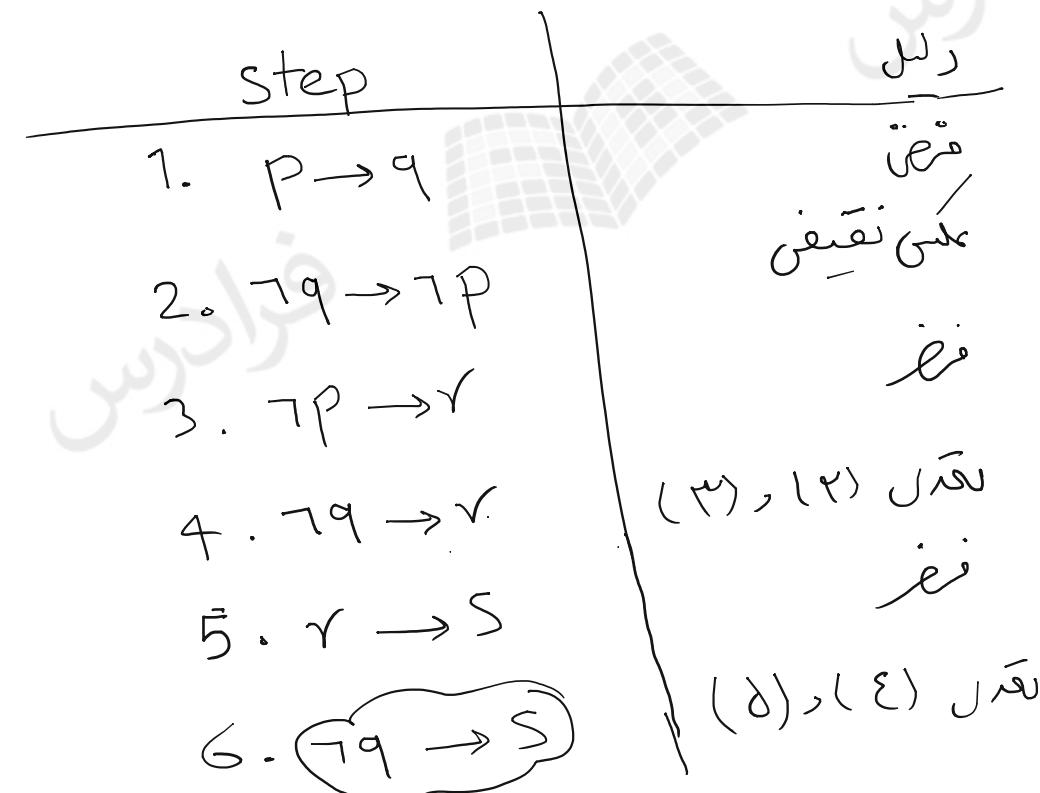
$$\begin{array}{c} \bar{q} \rightarrow p \\ p \rightarrow \checkmark \\ \hline \therefore \bar{q} \rightarrow \checkmark \end{array}$$

$$P \rightarrow q = \neg P \vee q$$

مثال

$$\begin{array}{c}
 p \rightarrow q \\
 \neg p \rightarrow r \\
 r \rightarrow s \\
 \hline
 \therefore \neg q \rightarrow s
 \end{array}$$

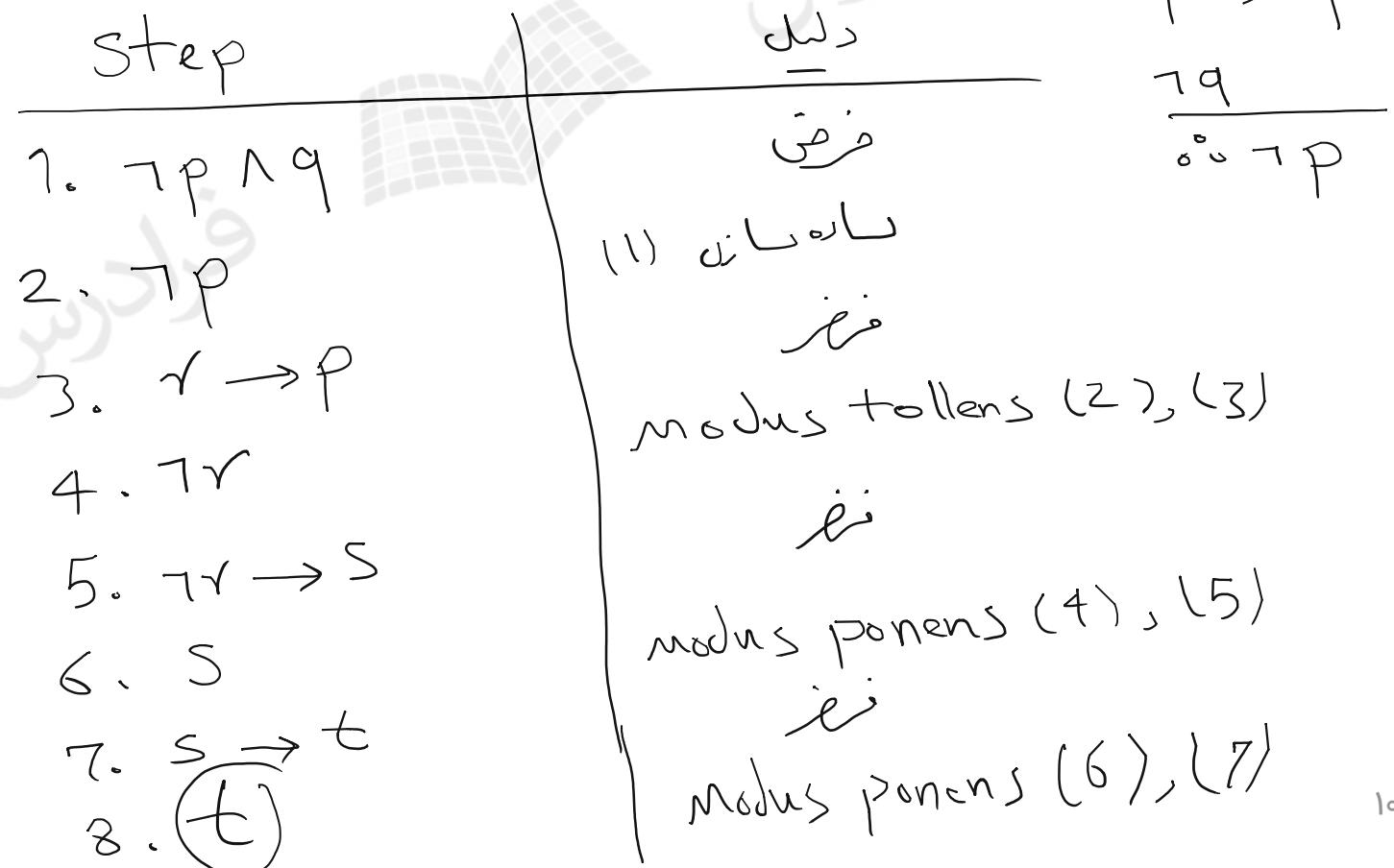
- نشان دهید استنتاج زیر معتبر است.



مثال

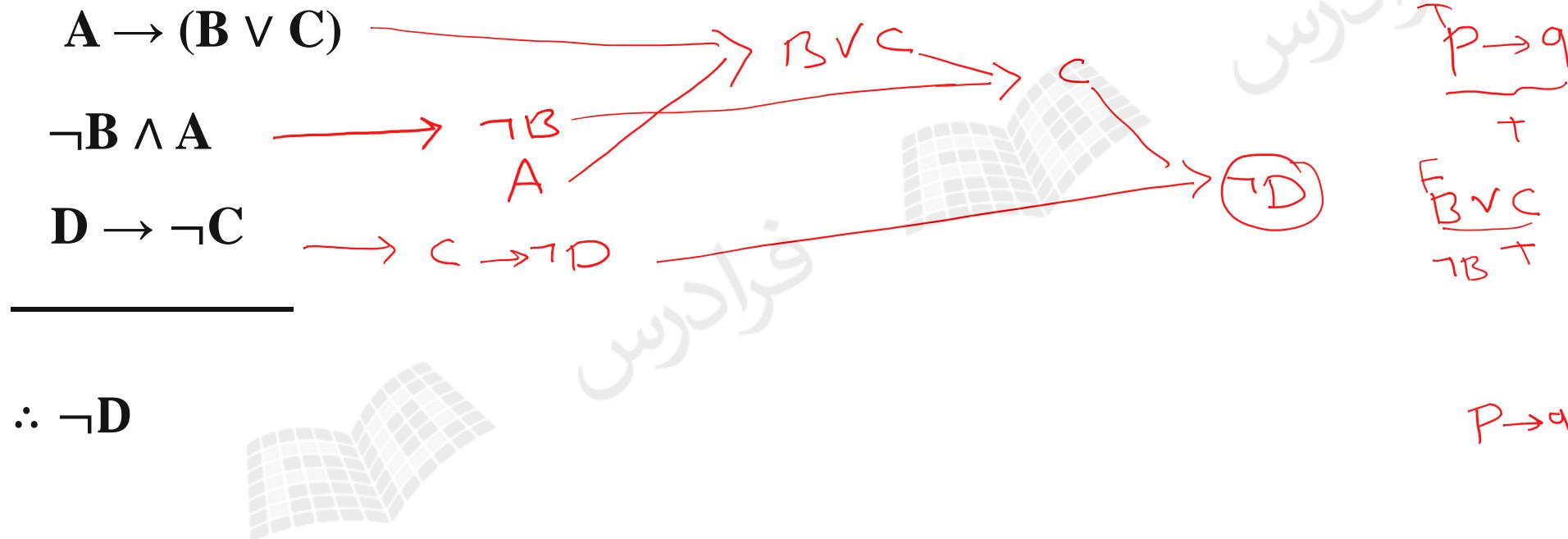
$$\begin{array}{c}
 P \rightarrow q \\
 \hline
 \neg p \wedge q \\
 r \rightarrow p \\
 \neg r \rightarrow s \\
 s \rightarrow t \\
 \hline
 \therefore t
 \end{array}$$

- نشان دهید استنتاج زیر معتبر است.



مثال

- نشان دهید استنتاج زیر معتبر است.



مثال

$$\begin{array}{r}
 P \rightarrow q \\
 \sim r \rightarrow \sim q \\
 r \rightarrow s \\
 \hline
 \therefore P \rightarrow s
 \end{array}$$

• اگر کودک گرسنه باشد، گریه خواهد کرد.

• اگر کودک ناراحت نباشد، گریه نخواهد کرد.

• اگر کودک ناراحت باشد، صورتش سرخ خواهد شد.

• بنابراین اگر کودک گرسنه باشد، آن گاه صورتش سرخ خواهد شد.

	دلیل
1	<u>منف</u>
2	<u>منف</u>
3	<u>محابا</u> ۱
4	<u>محابا</u> ۲
5	<u>منف</u>
6	<u>محابا</u> ۴
7	<u>محابا</u> ۵

$$\begin{array}{r}
 P \rightarrow q \\
 \sim r \rightarrow \sim q \\
 r \rightarrow s \\
 \hline
 \therefore s
 \end{array}$$

مثال

- برهانی برای استدلال زیر ارائه دهید.

$$\begin{aligned} P \wedge Q &\rightarrow R \\ R &\rightarrow S \\ \sim S \\ \therefore \quad \therefore \quad \bar{P} \vee \bar{Q} \end{aligned}$$

- اگر سارا شغل سرپرستی را به دست آورد و سخت کار کند، آنگاه ترفیع می‌گیرد.
- اگر ترفیع بگیرد ماشین نو خواهد خرید.
- او ماشین نو نخریده است،

- بنابراین یا سارا شغل سرپرستی را به دست نیاورده است یا سخت کار نکرده است.

		دلیل
1	$\sim S$	فرض
2	$R \rightarrow S$	فرض
3	$\sim R$	تکریغ از R
4	$P \wedge Q \rightarrow R$	فرض
5	$\sim(P \wedge Q)$	تکریغ R

$$\frac{R \rightarrow S}{\sim S}$$

مثال

- نشان دهید استنتاج زیر معتبر است.

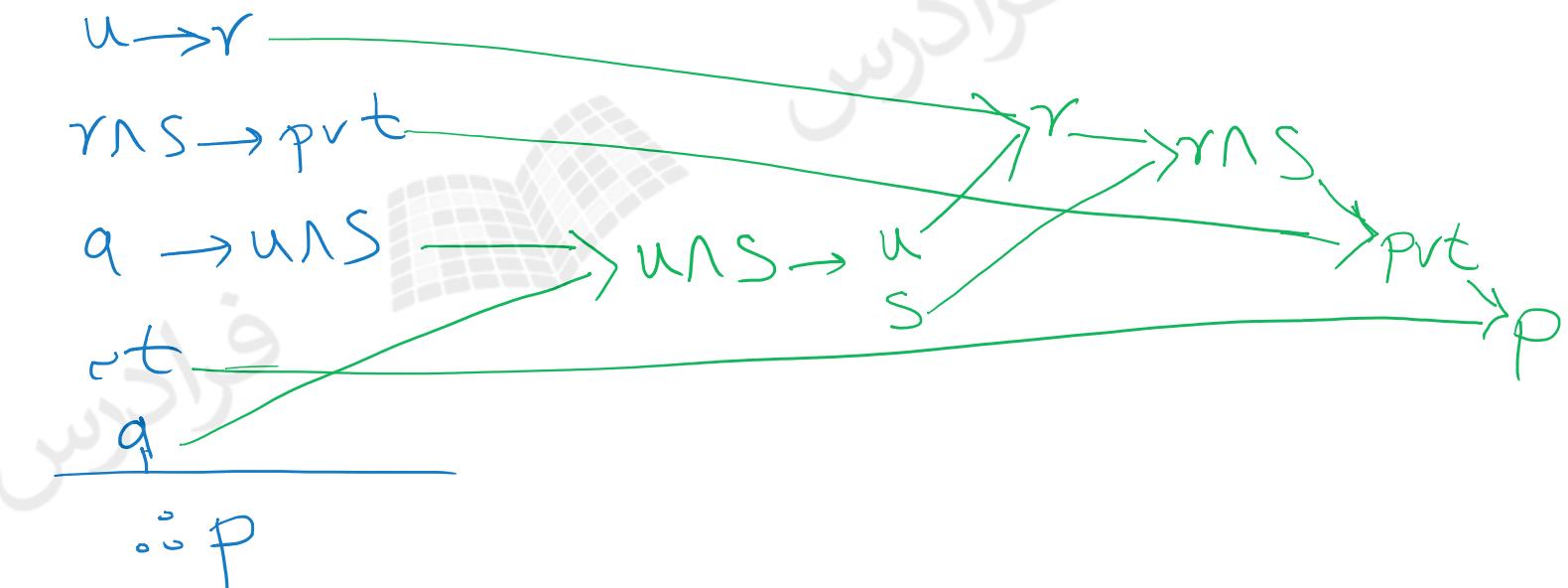
$$u \rightarrow r$$

$$(r \wedge s) \rightarrow (p \vee t)$$

$$q \rightarrow (u \wedge s)$$

$$\neg t$$

$$\therefore q \rightarrow p$$



سازگاری

- مجموعه گزارهای p_1 و p_2 و ... و p_n را سازگار می گویند، اگر ترکیب عطفی آنها به ازای حداقل یک حالت از ارزش متغیرهای ساده موجود در مجموعه درست باشد.

مثال: نشان دهید مجموعه گزارهای زیر سازگارند.

$$\{p \vee q, \neg p, p \rightarrow q\}$$

$\overbrace{p \vee q}^T$	$\overbrace{\neg p}^T$	$\overbrace{p \rightarrow q}^T$
--------------------------	------------------------	---------------------------------

$$\begin{array}{c} P = \text{False} \\ q = \text{True} \end{array} \Rightarrow \top$$

$$(p \vee q) \wedge (\neg p) \wedge (p \rightarrow q) = \top$$

این اسلایدها بر مبنای نکات مطرح شده در فرادرس

«آموزش ریاضیات گستته»

تهیه شده است.

برای کسب اطلاعات بیشتر در مورد این آموزش به لینک زیر مراجعه نمایید.

faradars.org/fvmth114