

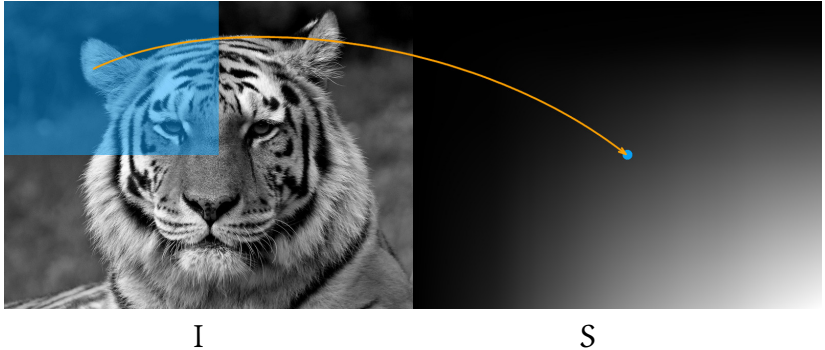
Быстрая фильтрация

Влад Шахуро



22 сентября 2017

Интегральное изображение



$$S[x, y] = \sum_{i=0}^x \sum_{j=0}^y I[i, j]$$

`skimage.transform.integral_image`

Подсчет суммы



$$\text{Sum} = A + B - C - D$$

`skimage.transform.integrate`

Сепарабельность

Фильтр сепарабельный, если его можно представить в виде двух одномерных сверток:

$$G_{\sigma} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(x+y)^2}{2\sigma^2}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} \right)$$

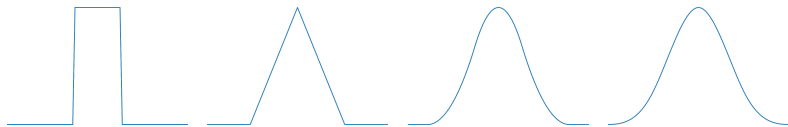
Фильтруем изображение $N \times N$ ядром $K \times K$. Сложность фильтрации

обычным ядром: $N^2 K^2$

сепарабельным ядром: $N^2 K$

Фильтр сепарабельный \leftrightarrow ранг ядра = 1

Приближение гауссовского фильтра



Размытие гауссианой с параметром σ можно приблизить применением N box-фильтров с шириной $\sigma\sqrt{12/N}$

На практике достаточно $N = 3$. Частично-квадратичное ядро приближает гауссиану с погрешностью 3%

см. также приближение в [стандарте SVG](#)

Медианный фильтр

Не является линейным:

$$\text{med} \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right) \neq$$

$$\text{med} \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \right) + \text{med} \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right)$$

Медианный фильтр

Фильтруем изображение $N \times N$ ядром $K \times K$:

Медианный фильтр

Фильтруем изображение $N \times N$ ядром $K \times K$:
быстрая сортировка: $N^2 K^2 \log K$

Медианный фильтр

Фильтруем изображение $N \times N$ ядром $K \times K$:

быстрая сортировка: $N^2 K^2 \log K$

частичная сортировка: $N^2 K^2$

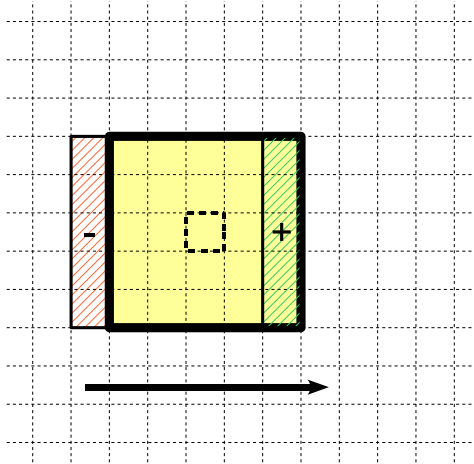
Медианный фильтр

Фильтруем изображение $N \times N$ ядром $K \times K$:

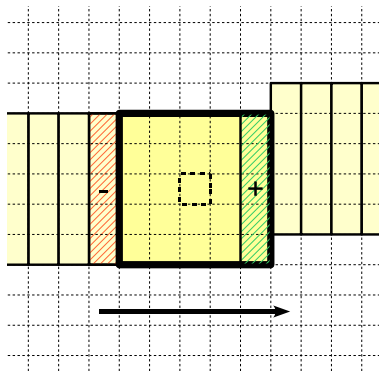
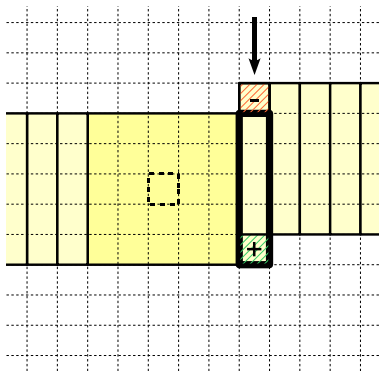
быстрая сортировка: $N^2 K^2 \log K$

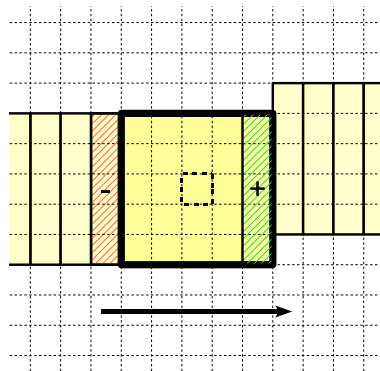
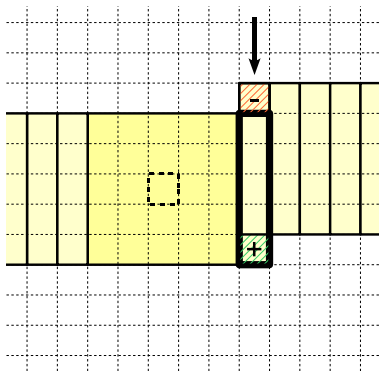
частичная сортировка: $N^2 K^2$

- ▶ Huang et al. 1979: $N^2 K$
- ▶ Perreault et al. 2007: N^2



Huang et al. Fast Two-Dimensional Median Filtering Algorithm. 1979





- ▶ ограничиваем размер корзин 16 битами, используем векторные операции
- ▶ делим изображение на вертикальные полосы, чтобы гистограммы помещались в кэш
- ▶ поддерживаем два вида гистограмм: на 16 и 256 ячеек