

26|红黑树（下）：掌握这些技巧，你也可以实现一个红黑树

红黑树是一个让我又爱又恨的数据结构，“爱”是因为它稳定、高效的性能，“恨”是因为实现起来实在太难了。我今天讲的红黑树的实现，对于基础不太好的同学，理解起来可能会有些困难。但是，我觉得没必要去死磕它。

我为什么这么说呢？因为，即便你将左右旋背得滚瓜烂熟，我保证你过不几天就忘光了。因为，学习红黑树的代码实现，对于你平时做项目开发没有太大帮助。对于绝大部分开发工程师来说，这辈子你可能都用不着亲手写一个红黑树。除此之外，它对于算法面试也几乎没什么用，一般情况下，靠谱的面试官也不会让你手写红黑树的。

如果你对数据结构和算法很感兴趣，想要开拓眼界、训练思维，我还是很推荐你看一看这节的内容。但是如果学完今天的内容你还觉得懵懵懂懂的话，也不要纠结。我们要有的放矢去学习。你先把平时要用的、基础的东西都搞会了，如果有余力了，再来深入地研究这节内容。

好，我们现在就进入正式的内容。上一节，我们讲到红黑树定义的时候，提到红黑树的叶子节点都是黑色的空节点。当时我只是粗略地解释了，这是为了代码实现方便，那更加确切的原因是什么呢？我们这节来说一说。

实现红黑树的基本思想

不知道你有没有玩过魔方？其实魔方的复原解法是有固定算法的：遇到哪几面是什么样子，对应就怎么转几下。你只要跟着这个复原步骤，就肯定能将魔方复原。

实际上，红黑树的平衡过程跟魔方复原非常神似，大致过程就是：遇到什么样的节点排布，我们就对应怎么去调整。只要按照这些固定的调整规则来操作，就能将一个非平衡的红黑树调整成平衡的。

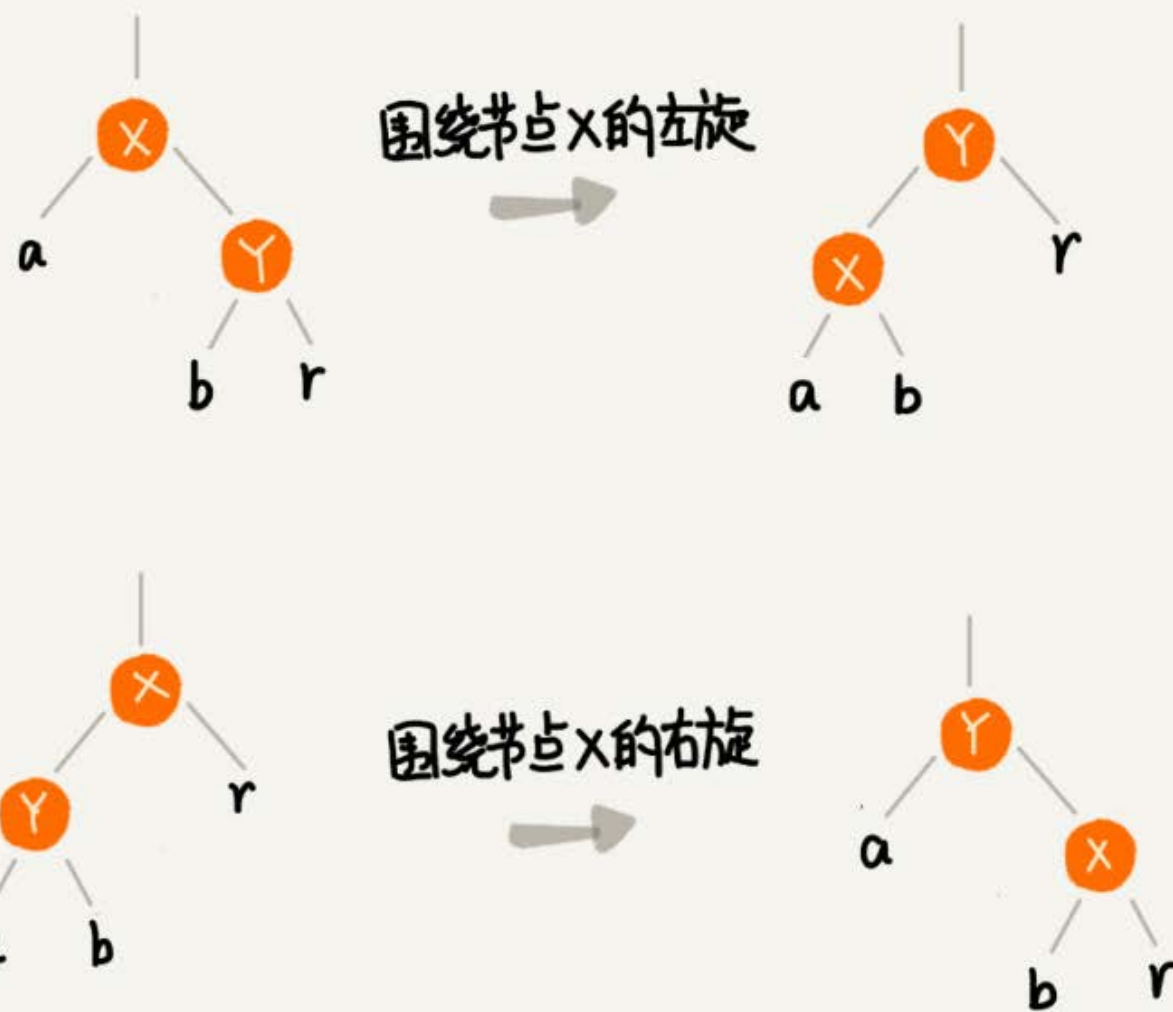
还记得我们前面讲过的红黑树的定义吗？今天的内容里，我们会频繁用到它，所以，我们现在再来回顾一下。一棵合格的红黑树需要满足这样几个要求：

- 根节点是黑色的；
- 每个叶子节点都是黑色的空节点（NIL），也就是说，叶子节点不存储数据；
- 任何相邻的节点都不能同时为红色，也就是说，红色节点是被黑色节点隔开的；
- 每个节点，从该节点到达其可达叶子节点的所有路径，都包含相同数目的黑色节点。

在插入、删除节点的过程中，第三、第四点要求可能会被破坏，而我们今天要讲的“平衡调整”，实际上就是要把被破坏的第三、第四点恢复过来。

在正式开始之前，我先介绍两个非常重要的操作，左旋（**rotate left**）、右旋（**rotate right**）。左旋全称其实是叫围绕某个节点的左旋，那右旋的全称估计你已经猜到了，就叫围绕某个节点的右旋。

我们下面的平衡调整中，会一直用到这两个操作，所以我这里画了个示意图，帮助你彻底理解这两个操作。图中的a，b，r表示子树，可以为空。



前面我说了，红黑树的插入、删除操作会破坏红黑树的定义，具体来说就是会破坏红黑树的平衡，所以，我们现在就来看下，红黑树在插入、删除数据之后，如何调整平衡，继续当一棵合格的红黑树的。

插入操作的平衡调整

首先，我们来看插入操作。

红黑树规定，插入的节点必须是红色的。而且，二叉查找树中新插入的节点都是放在叶子节点上。所以，关于插入操作的平衡调整，有这样两种特殊情况，但是也都非常好处理。

- 如果插入节点的父节点是黑色的，那我们什么都不用做，它仍然满足红黑树的定义。
- 如果插入的节点是根节点，那我们直接改变它的颜色，把它变成黑色就可以了。

除此之外，其他情况都会违背红黑树的定义，于是我们就需要进行调整，调整的过程包含两种基础的操作：左右旋转和改变颜色。

红黑树的平衡调整过程是一个迭代的过程。我们把正在处理的节点叫作关注节点。关注节点会随着不停地迭代处理，而不断发生变化。最开始的关注节点就是新插入的节点。

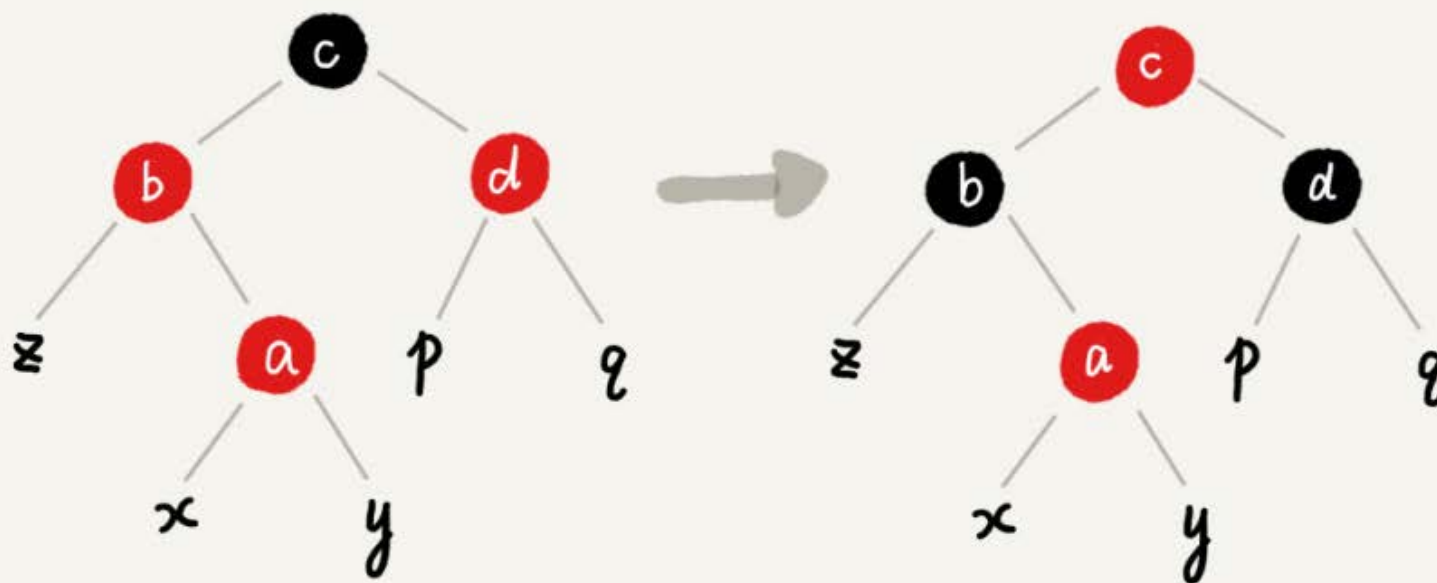
新节点插入之后，如果红黑树的平衡被打破，那一般会有下面三种情况。我们只需要根据每种情况的特点，不停地调整，就可以让红黑树继续符合定义，也就是继续保持平衡。

我们下面依次来看每种情况的调整过程。提醒你注意下，为了简化描述，我把父节点的兄弟节点叫作叔叔节点，父节点的父节点叫作祖父节点。

CASE 1：如果关注节点是**a**，它的叔叔节点**d**是红色，我们就依次执行下面的操作：

- 将关注节点**a**的父节点**b**、叔叔节点**d**的颜色都设置成黑色；
- 将关注节点**a**的祖父节点**c**的颜色设置成红色；
- 关注节点变成**a**的祖父节点**c**；
- 跳到CASE 2或者CASE 3。

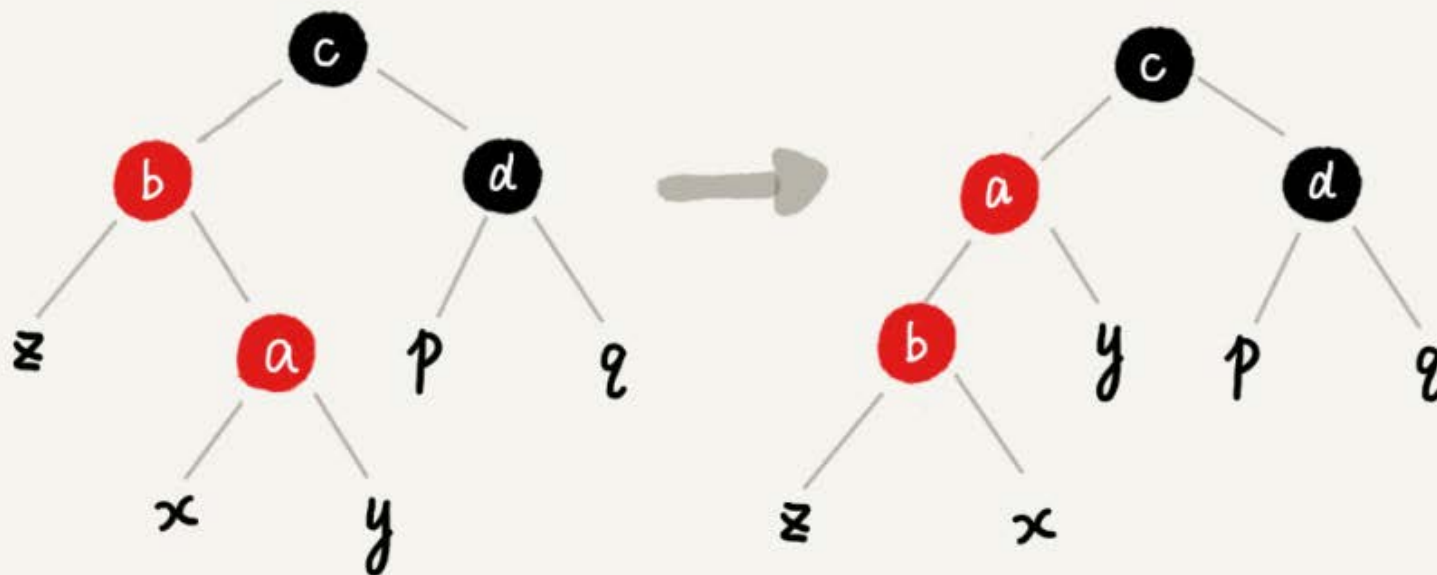
Case 1



CASE 2: 如果关注节点是**a**，它的叔叔节点**d**是黑色，关注节点**a**是其父节点**b**的右子节点，我们就依次执行下面的操作：

- 关注节点变成节点**a**的父节点**b**；
- 围绕新的关注节点**b**左旋；
- 跳到CASE 3。

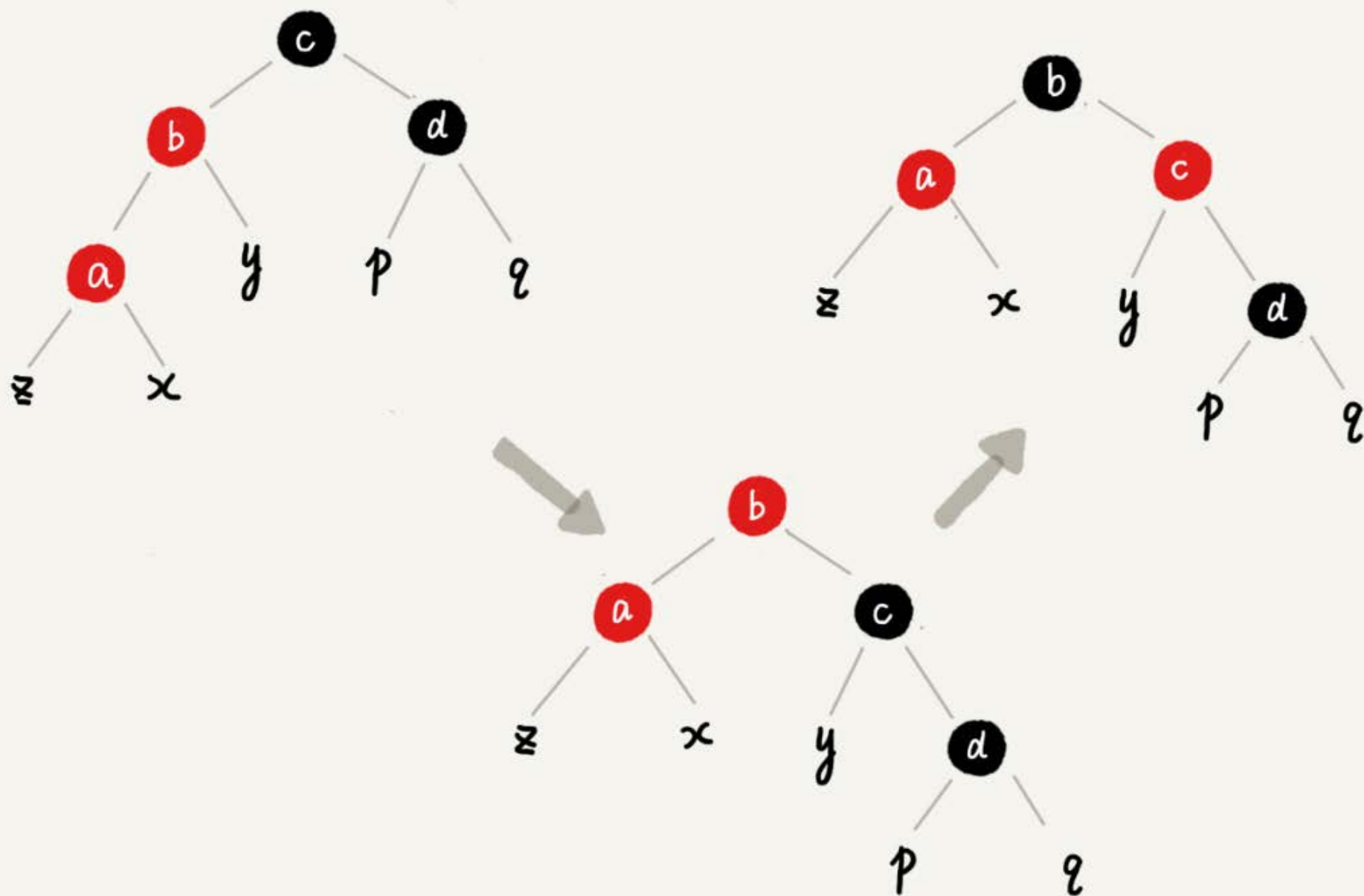
Case 2



CASE 3: 如果关注节点是**a**，它的叔叔节点**d**是黑色，关注节点**a**是其父节点**b**的左子节点，我们就依次执行下面的操作：

- 围绕关注节点**a**的祖父节点**c**右旋；
- 将关注节点**a**的父节点**b**、兄弟节点**c**的颜色互换。
- 调整结束。

Case 3



删除操作的平衡调整

红黑树插入操作的平衡调整还不是很难，但是它的删除操作的平衡调整相对就要难多了。不过原理都是类似的，我们依旧只需要根据关注节点与周围节点的排布特点，按照一定的规则去调整就行了。

删除操作的平衡调整分为两步，第一步是针对删除节点初步调整。初步调整只是保证整棵红黑树在一个节点删除之后，仍然满足最后一条定义的要求，也就是说，每个节点，从该节点到达其可达叶子节点的所有路径，都包含相同数目的黑色节点；第二步是针对关注节点进行二次调整，让它满足红黑树的第三条定义，即不存在相邻的两个红色节点。

1. 针对删除节点初步调整

这里需要注意一下，红黑树的定义中“只包含红色节点和黑色节点”，经过初步调整之后，为了保证满足红黑树定义的最后一条要求，有些节点会被标记成两种颜色，“红-黑”或者“黑-黑”。如果一个节点被标记为了“黑-黑”，那在计算黑色节点个数的时候，要算成两个黑色节点。

在下面的讲解中，如果一个节点既可以是红色，也可以是黑色，在画图的时候，我会用一半红色一半黑色来表示。如果一个节点是“红-黑”或者“黑-黑”，我会用左上角的一个小黑点来表示额外的黑色。

CASE 1：如果要删除的节点是**a**，它只有一个子节点**b**，那我们就依次进行下面的操作：

- 删除节点**a**，并且把节点**b**替换到节点**a**的位置，这一部分操作跟普通的二叉查找树的删除操作一样；
- 节点**a**只能是黑色，节点**b**也只能是红色，其他情况均不符合红黑树的定义。这种情况下，我们把节点**b**改为黑色；
- 调整结束，不需要进行二次调整。

Case 1

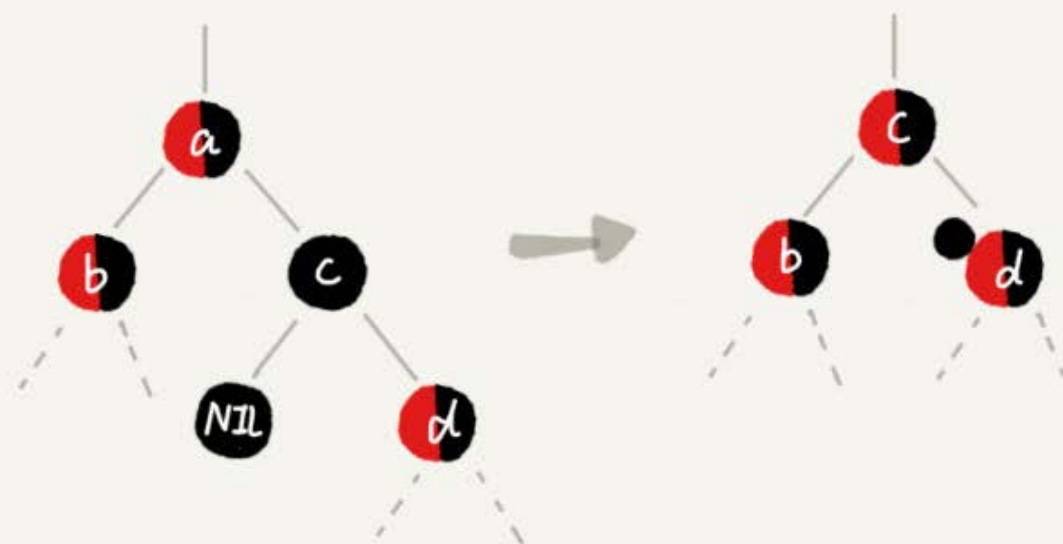


CASE 2: 如果要删除的节点**a**有两个非空子节点，并且它的后继节点就是节点**a**的右子节点**c**。我们就依次进行下面的操作：

- 如果节点**a**的后继节点就是右子节点**c**，那右子节点**c**肯定没有左子树。我们把节点**a**删除，并且将节点**c**替换到节点**a**的位置。这一部分操作跟普通的二叉查找树的删除操作无异；

- 然后把节点c的颜色设置为跟节点a相同的颜色；
- 如果节点c是黑色，为了不违反红黑树的最后一条定义，我们给节点c的右子节点d多加一个黑色，这个时候节点d就成了“红-黑”或者“黑-黑”；
- 这个时候，关注节点变成了节点d，第二步的调整操作就会针对关注节点来做。

Case 2

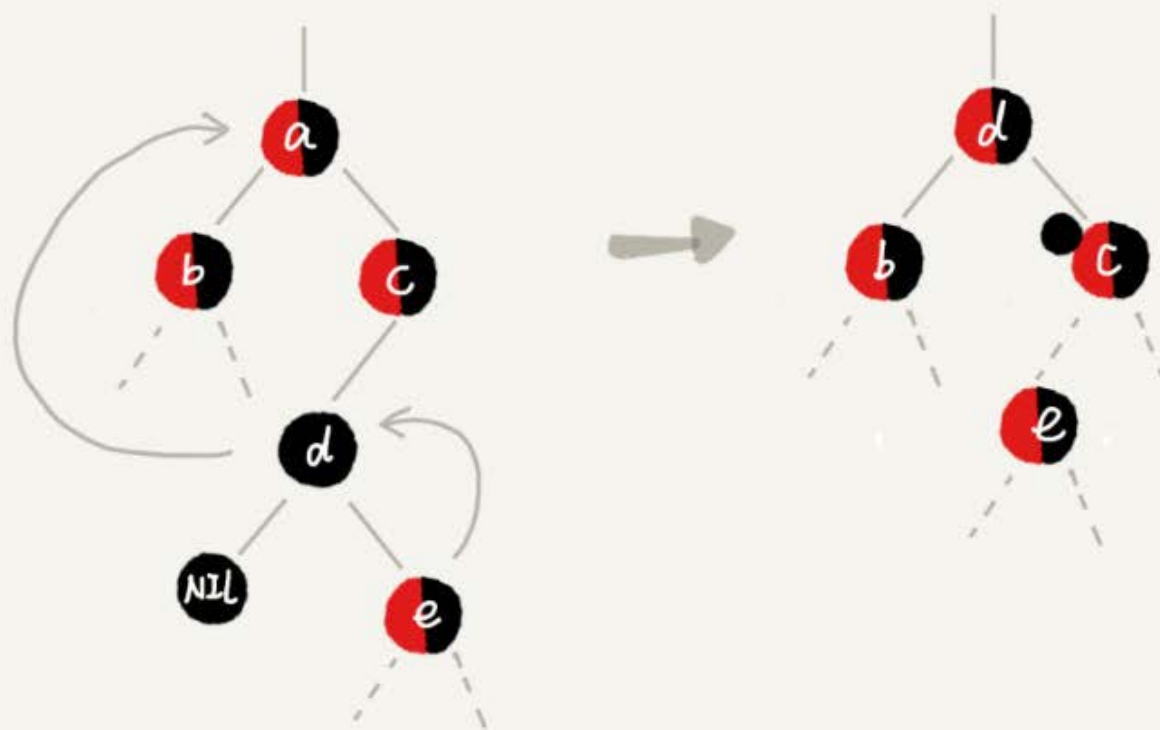


CASE 3: 如果要删除的是节点a，它有两个非空子节点，并且节点a的后继节点不是右子节点，我们就依次进行下面的操作：

- 找到后继节点d，并将它删除，删除后继节点d的过程参照CASE 1；
- 将节点a替换成后继节点d；

- 把节点d的颜色设置为跟节点a相同的颜色；
- 如果节点d是黑色，为了不违反红黑树的最后一条定义，我们给节点d的右子节点c多加一个黑色，这个时候节点c就成了“红-黑”或者“黑-黑”；
- 这个时候，关注节点变成了节点c，第二步的调整操作就会针对关注节点来做。

Case 3

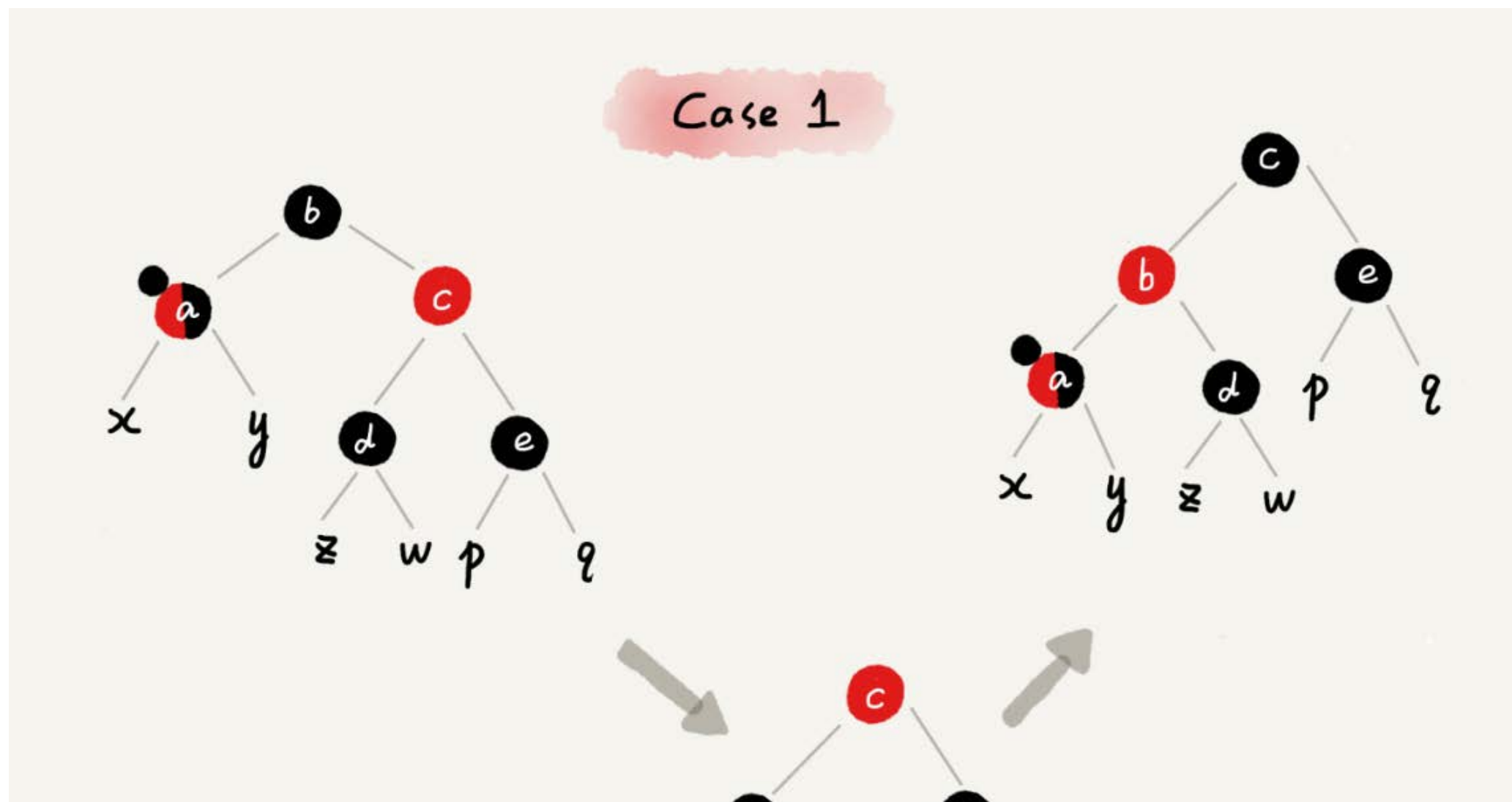


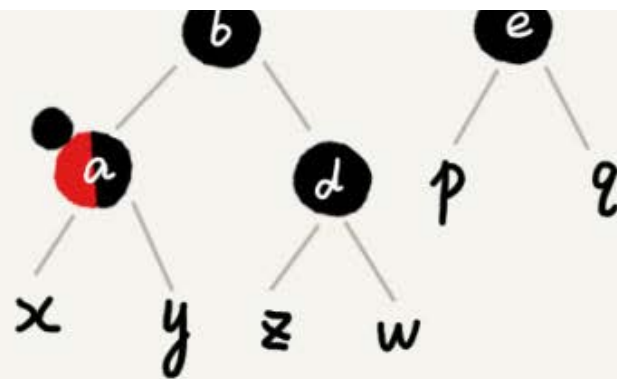
2.针对关注节点进行二次调整

经过初步调整之后，关注节点变成了“红-黑”或者“黑-黑”节点。针对这个关注节点，我们再分四种情况来进行二次调整。二次调整是为了让红黑树中不存在相邻的红色节点。

CASE 1: 如果关注节点是**a**，它的兄弟节点**c**是红色的，我们就依次进行下面的操作：

- 围绕关注节点**a**的父节点**b**左旋；
- 关注节点**a**的父节点**b**和祖父节点**c**交换颜色；
- 关注节点不变；
- 继续从四种情况中选择适合的规则来调整。

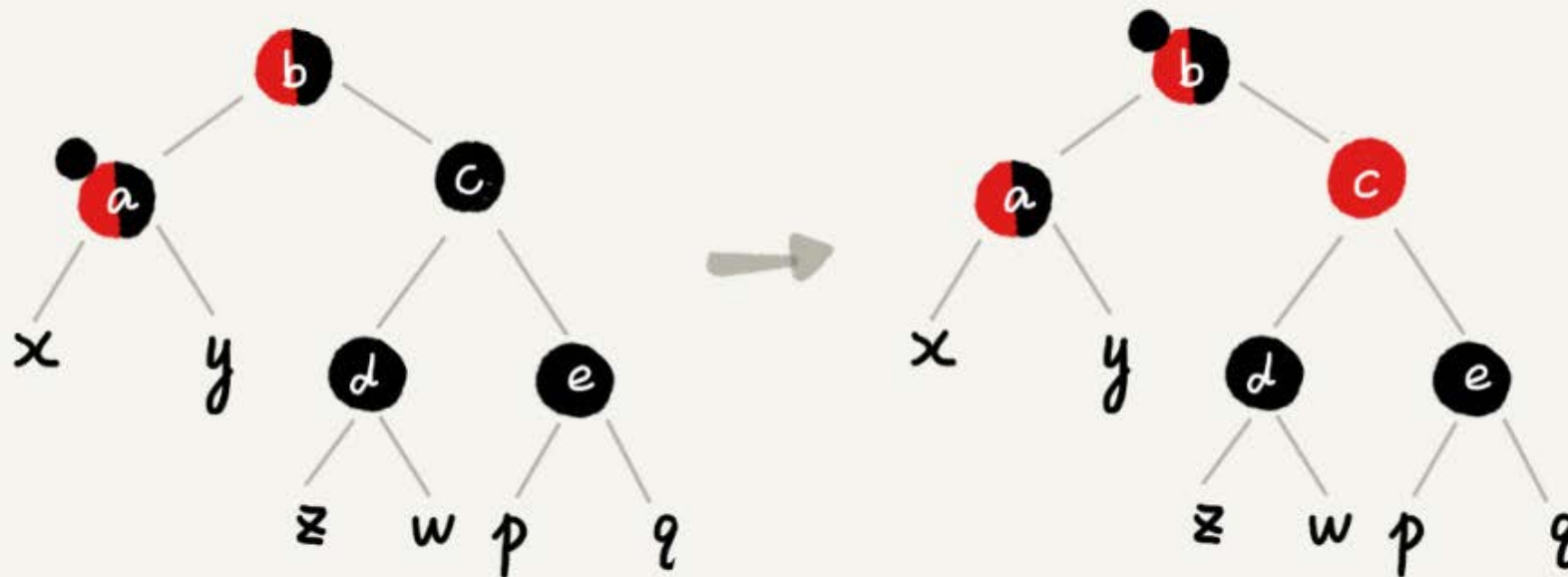




CASE 2: 如果关注节点是**a**，它的兄弟节点**c**是黑色的，并且节点**c**的左右子节点**d**、**e**都是黑色的，我们就依次进行下面的操作：

- 将关注节点**a**的兄弟节点**c**的颜色变成红色；
- 从关注节点**a**中去掉一个黑色，这个时候节点**a**就是单纯的红色或者黑色；
- 给关注节点**a**的父节点**b**添加一个黑色，这个时候节点**b**就变成了“红-黑”或者“黑-黑”；
- 关注节点从**a**变成其父节点**b**；
- 继续从四种情况中选择符合的规则来调整。

Case 2

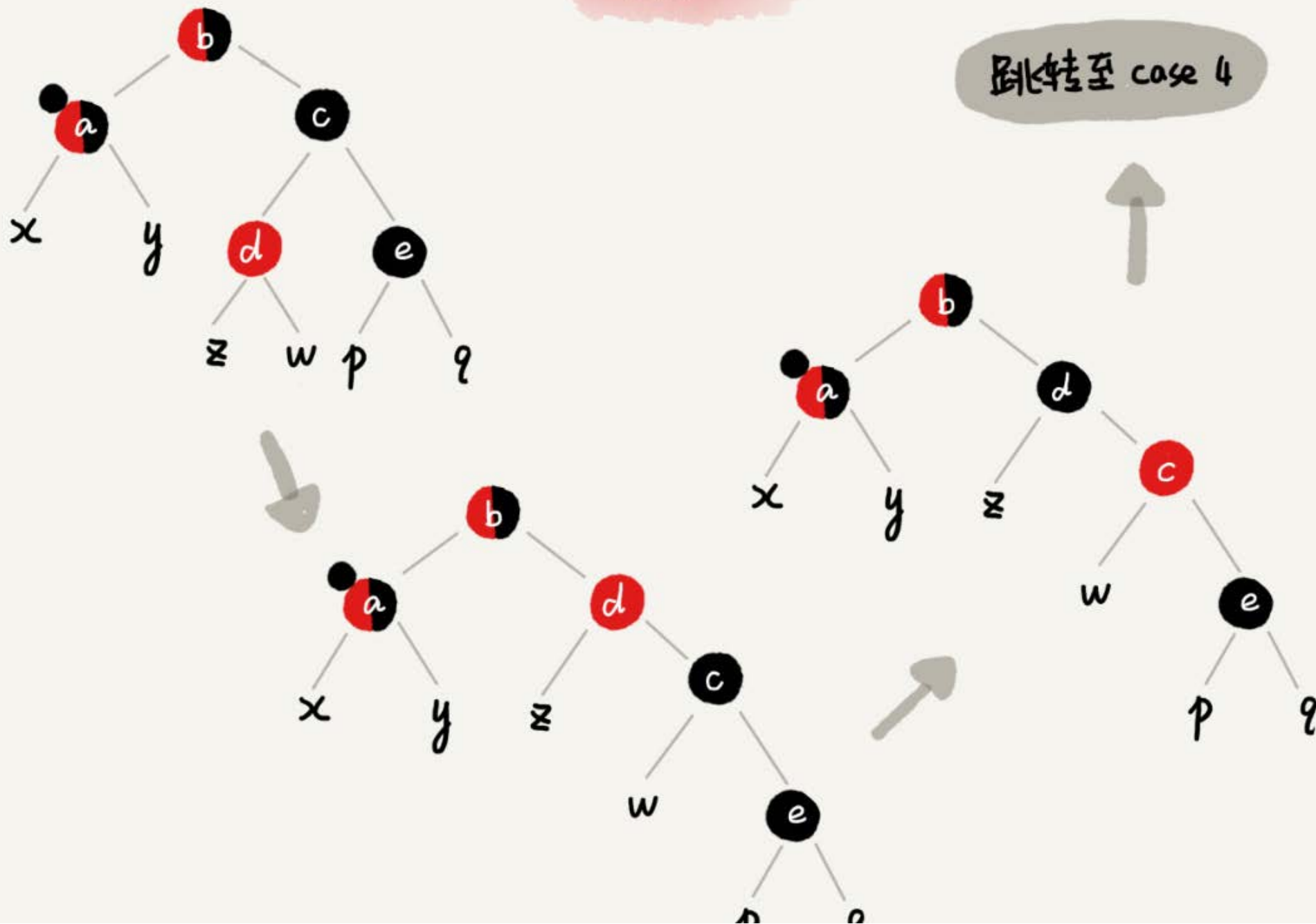


CASE 3: 如果关注节点是a，它的兄弟节点c是黑色，c的左子节点d是红色，c的右子节点e是黑色，我们就依次进行下面的操作：

- 围绕关注节点a的兄弟节点c右旋；
- 节点c和节点d交换颜色；
- 关注节点不变；
- 跳转到CASE 4，继续调整。

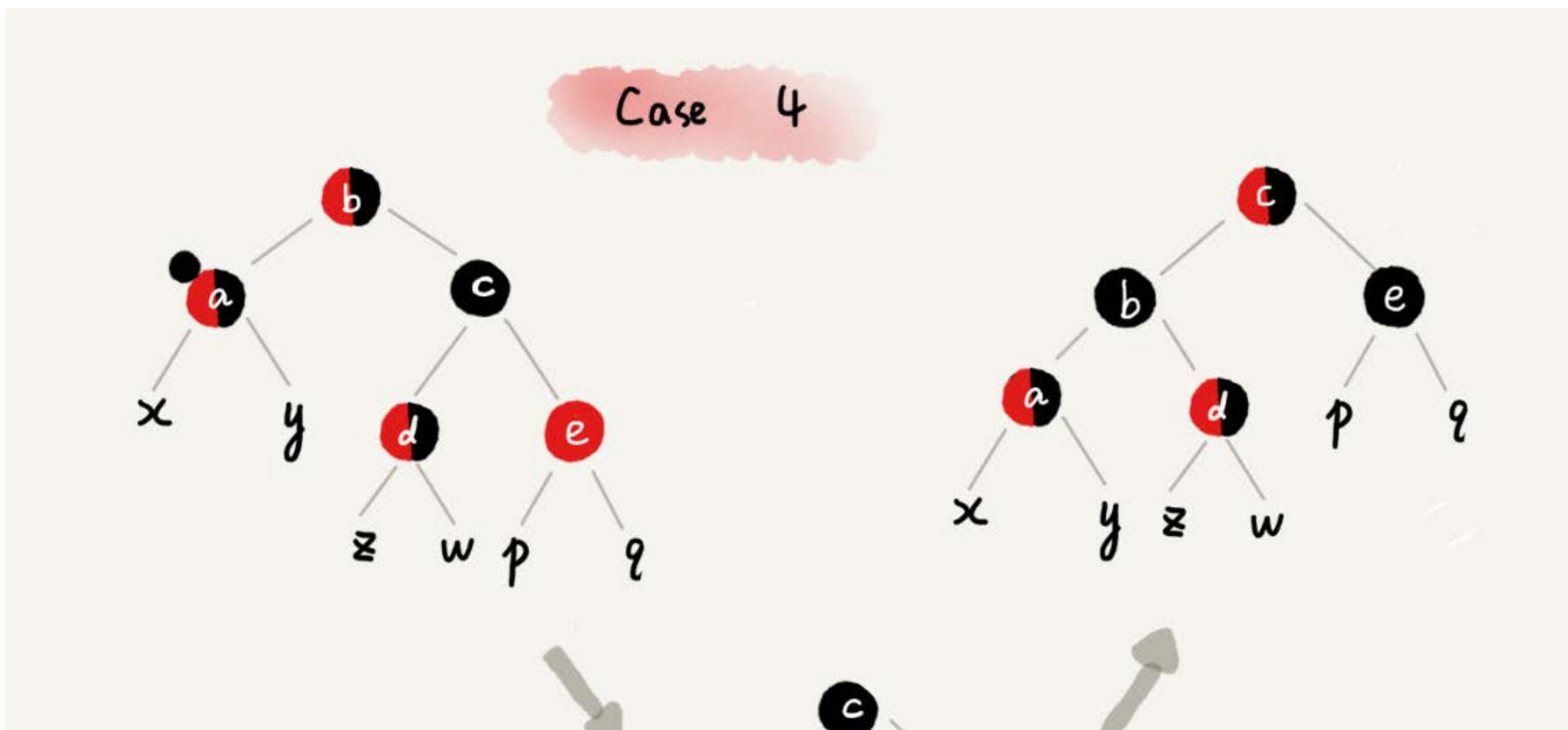
Case 3

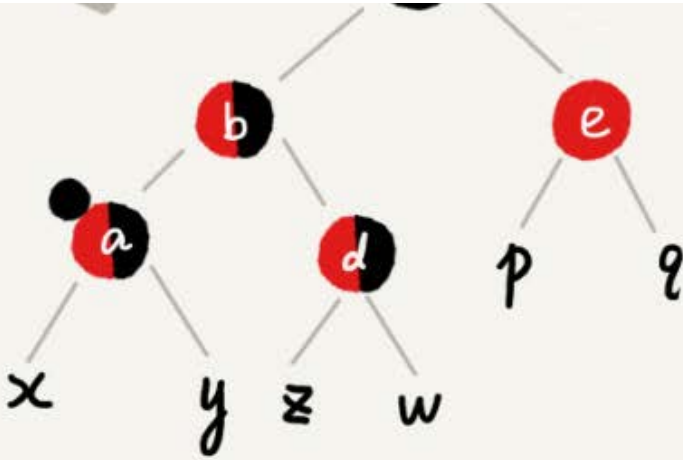
跳转至 case 4



CASE 4: 如果关注节点**a**的兄弟节点**c**是黑色的，并且**c**的右子节点是红色的，我们就依次进行下面的操作：

- 围绕关注节点**a**的父节点**b**左旋；
- 将关注节点**a**的兄弟节点**c**的颜色，跟关注节点**a**的父节点**b**设置成相同的颜色；
- 将关注节点**a**的父节点**b**的颜色设置为黑色；
- 从关注节点**a**中去掉一个黑色，节点**a**就变成了单纯的红色或者黑色；
- 将关注节点**a**的叔叔节点**e**设置为黑色；
- 调整结束。



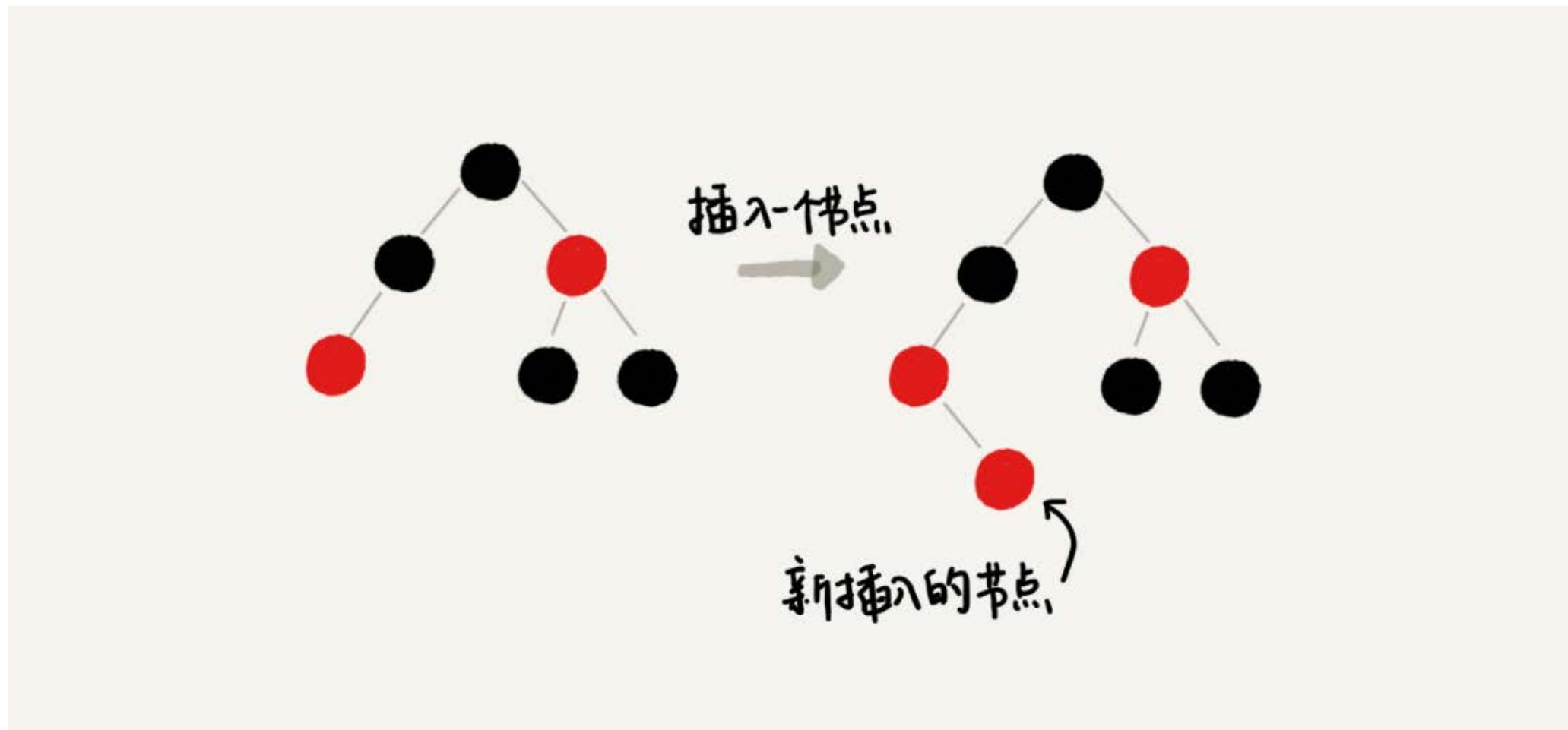


解答开篇

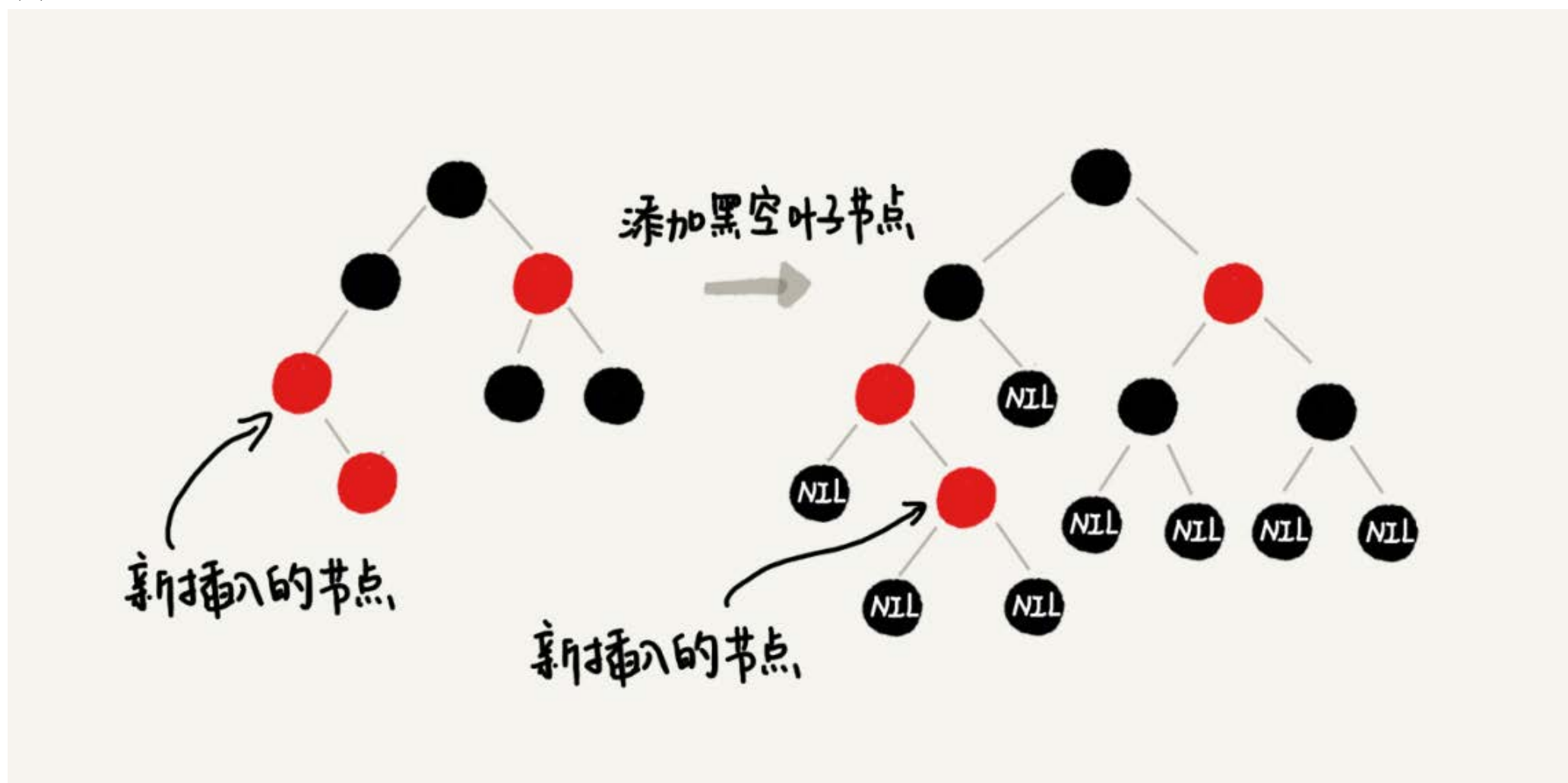
红黑树的平衡调整就讲完了，现在，你能回答开篇的问题了吗？为什么红黑树的定义中，要求叶子节点是黑色的空节点？

要我说，之所以有这么奇怪的要求，其实就是为了实现起来方便。只要满足这一条要求，那在任何时刻，红黑树的平衡操作都可以归结为我们刚刚讲的那几种情况。

还是有点不好理解，我通过一个例子来解释一下。假设红黑树的定义中不包含刚刚提到的那一条“叶子节点必须是黑色的空节点”，我们往一棵红黑树中插入一个数据，新插入节点的父节点也是红色的，两个红色的节点相邻，这个时候，红黑树的定义就被破坏了。那我们应该如何调整呢？

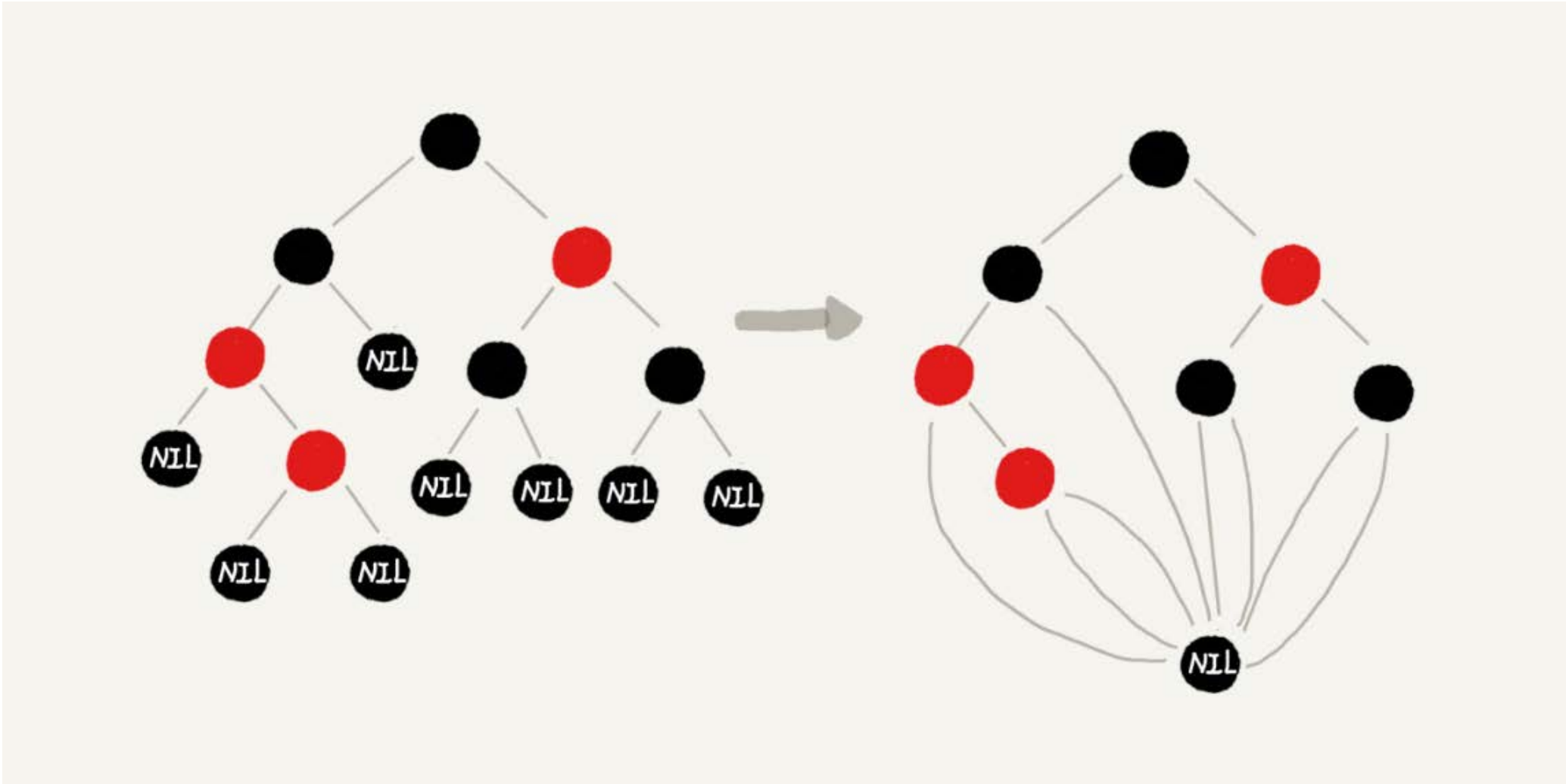


你会发现，这个时候，我们前面讲的插入时，三种情况下的平衡调整规则，没有一种是适用的。但是，如果我们把黑色的空节点都给它加上，变成下面这样，你会发现，它满足CASE 2了。



你可能会说，你可以调整一下平衡调整规则啊。比如把CASE 2改为“如果关注节点a的叔叔节点b是黑色或者不存在，a是父节点的右子节点，就进行某某操作”。当然可以，但是这样的话规则就没有原来简洁了。

你可能还会说，这样给红黑树添加黑色的空的叶子节点，会不会比较浪费存储空间呢？答案是不会的。虽然我们在讲解或者画图的时候，每个黑色的、空的叶子节点都是独立画出来的。实际上，在具体实现的时候，我们只需要像下面这样，共用一个黑色的、空的叶子节点就行了。



内容小结

“红黑树一向都很难学”，有这种想法的人很多。但是我感觉，其实主要原因是，很多人试图去记忆它的平衡调整策略。实际上，你只需要能看懂我讲的过程，没有知识盲点，就算是掌握了这部分内容了。毕竟实际的软件开发并不是闭卷考试，当你真的需要实现一个红黑树的时候，可以对照着我讲的步骤，一点一点去实现。

现在，我就来总结一下，如何比较轻松地看懂我今天讲的操作过程。

第一点，把红黑树的平衡调整的过程比作魔方复原，不要过于深究这个算法的正确性。你只需要明白，只要按照固定的操作步骤，保持插入、删除的过程，不破坏平衡树的定义就行了。

第二点，找准关注节点，不要搞丢、搞错关注节点。因为每种操作规则，都是基于关注节点来做的，只有弄对了关注节点，才能对应到正确的操作规则中。在迭

代的调整过程中，关注节点在不停地改变，所以，这个过程一定要注意，不要弄丢了关注节点。

第三点，插入操作的平衡调整比较简单，但是删除操作就比较复杂。针对删除操作，我们有两次调整，第一次是针对要删除的节点做初步调整，让调整后的红黑树继续满足第四条定义，“每个节点到可达叶子节点的路径都包含相同个数的黑色节点”。但是这个时候，第三条定义就不满足了，有可能会存在两个红色节点相邻的情况。第二次调整就是解决这个问题，让红黑树不存在相邻的红色节点。

课后思考

如果你以前了解或者学习过红黑树，关于红黑树的实现，你也可以在留言区讲讲，你是怎样来学习的？在学习的过程中，有过什么样的心得体会？有没有什么好的学习方法？

欢迎留言和我分享，我会第一时间给你反馈。



数据结构与算法之美

为工程师量身打造的数据结构与算法私教课

王争

前 Google 工程师



新版升级：点击「👤请朋友读」，10位好友免费读，邀请订阅更有**现金**奖励。

精选留言：

- 沉睡的木木夕 2018-11-19 01:07:41

感觉看不下去了，多层级的左旋右旋过程能不能再详细说一下？还有新增，删除那里的case几种情况，是不是就是说红黑树操作只有这几种情况？这里面的左右旋真的没搞懂 [40赞]

- 失火的夏天 2018-11-20 03:24:27

我看到老师说道要我举个例子，我不太清楚是我说的那个问题还是关于红黑树的理解，这里也分个区

一：我说的case3的情况是表示老师的画的那个图，case3图的例子根节点到左边叶子节点只经过2个黑色节点，到右边叶子节点却经过了3个黑色节点。

二：我这里就大概说下吧（一家之言，自己的一点经验，也希望别的同学来一起讨论）：

1.左旋右旋这个，个人还是认为要画图，不画图我自己也写不出那个代码……哈哈。

2.说到插入删除的算法，我说用到了递推，就比如插入的CASE1的情况，CASE1的处理之后，关注节点从本身变成了他的祖父节点（红色节点），这就是往根节点递推。不过我认为CASE1处理过一次之后，不一定会进入case2或者case3，是有可能还在case1的。

换句话说，就是可以在case1的情况下，一直往根节点走，因为当前节点永远是红色，所以在最后要把根节点涂黑。同时，只要进入到case2,case3的情况，就是变成平衡二叉树的单旋和双旋的情况，双旋的处理逻辑就是把双旋变成单旋（比如先右后左旋就是把树变成“左撇子”）。这个就变成了单左旋能一步到位处理的平衡了，这个就是归纳。把未知情况转化为已知，如果我没有记错的话，数学归纳法的核心思想就是递推和归纳。

3.其实我们只要记住，除了关注的节点所在的子树，其他的子树本身都是一颗红黑树，他们是满足红黑树的所有特征的。当关注节点往根节点递推时，这个时候关注节点的子树也已经满足了红黑树的定义，我们就不用再去特别关注子树的特征。只要注意关注节点往上的部分。这样就能把问题简化，思考的时候思路会清晰一些。

4.再说到删除算法，我看到很多同学没理解为什么要红-黑，黑-黑节点的出现。这里我的看法是，红黑树最不好控制的其实是最后一个的性质4（每个节点，从该节点到达其可达叶子节点的所有路径，都包含相同数目的黑色节点），因为你永远不知道别的子树到底有多少个黑色节点。这里加入红-黑，黑-黑节点就可以控制红黑树满足性质4，到时候要恢复颜色，只要去掉多余的黑色即可。

接下来的处理思路就是要满足：1.每个节点不是红的就是黑的，2.相邻节点不能是红的。这个思路计时变复杂为简单。

删除的case1情况，并没有真正处理，而且为了进入接下来的case2,case3,case4，这里又是之前说到的归纳思想。case2的情况又是一个递推思路，关注节点往根节点递推，让其左右子树都满足红黑树的定义。因为往上推，右子树多了一个黑色节点，就把关注节点的兄弟节点变红，使其满足性质4。

删除的case3是为了进入case4，提前变色的原因和case2是一样的，都是为了满足性质4。同样是归纳推理的思路。都要记住一点，各种case下的其他子树节点都满足红黑树的定义，需要分类讨论的，都在这几种case情况中了。

4.最后的建议，其实说了这么多，很多的表达都不太清楚，但是个人感觉，数学基础好的同学，理解红黑树会好一些，学习的时候多画画图，人对图形的敏感肯定比文字高，另外的就是大家可以去看看源码，本人是做java开发的，jdk1.8的treemap就是用红黑树实现的，跟着源码多看看，跟着老师的说明或者百度上的教程思考，动笔画画图，都能理解的。我自己看jdk源码的也是看了将近两个月才大概明白（因为也在上班，只有晚上有一些时间来看看代码）。学习

26|红黑树（下）：掌握这些技巧，你也可以实现一个红黑树

的过程中要耐心，学习红黑树本身也不是为了“默写”，而是去学习思想，锻炼思维，复杂问题简单化，新问题转化为已解决过的问题等等。其实说到最后，都是用到了数学的思维，这些思维都会在潜移默化中影响到自己。

ps:本人并不是什么大牛，不会的东西也是很多很多，上面只是自己的一点感想。老师的建议很多，不要太去扣细节，我们要在一个整体的角度上去看红黑树是怎么处理的，知道他的应用场景，什么时候要用他，什么时候该用他，为什么要用他。这几个地方弄清楚，大部分就够了，我们要有的放矢，抓准学习的核心内容。 [32赞]

作者回复2018-11-21 02:12:41
倾佩

- 。。。 2018-11-21 06:58:52
红黑树是由2-3树演变过来的，父节点指向的节点是红节点，那么就认为这两个节点其实是2-3树里面的3节点。如果有一个黑节点链接了两个红节点，那么就认为这是一个4-节点，因为2-3树不允许4-节点所以要将其提取出来。所谓的旋转。对于2-3树来说节点并没有变化。因为 红节点和指向他的节点本来就被认为是一个节点。建议看《算法》。里面讲了红黑树的精髓。看完以后怎么旋转怎么写红黑树就都知道了 [13赞]
- 凡 2018-11-19 01:01:34
文章还没看完，前面的就忘了 [13赞]
- ban 2018-11-19 03:48:57
1、没看懂哪个节点跟哪个节点左旋或者右旋
2、为什么要有红/黑节点，为什么要有红-黑 黑-黑，作用是什么 [11赞]
- zixuan 2018-11-19 11:00:38
这个不是设计而是推导出来的，源自2-3树 <https://blog.csdn.net/fei33423/article/details/79132930> [10赞]
- iron_man 2018-11-19 07:43:08
红黑树是2-3树的变形，以2-3树的角度去理解红黑树就简单了，作者可以结合2-3数来讲讲红黑树插入删除节点时的各种操作 [9赞]
- 任旭东 2018-11-19 01:57:56
老师能讲一下调整策略是怎么推出来的么？就像数学公式一样，只知道公式，不知道推理过程很难理解 [9赞]
- 凉粉 2018-11-19 00:41:02
一脸懵 [8赞]
- 沉睡的木木夕 2018-11-19 17:19:40
回到家我又翻看了《算法导论》中红黑树章节，又似乎加了点理解。
虽然里面时间复杂度依旧是用数学推导出来的，我看不懂，不过里面讲的红黑树5个性质：
1.

26|红黑树（下）：掌握这些技巧，你也可以实现一个红黑树

- 每个节点不是红色就是黑色
 - 2.根节点是黑色
 - 3.每个叶子结点（NIL）是黑色的
 - 4.如果一个节点是红色的，则他的两个子节点都是黑色的
 - 5.对每个子结点，从该结点到其所有后代叶子结点的简单路劲上，均包含相同数目的黑色结点
- 后面讲到的3种情况都是为了满足这5点特性而做出的相应的变化

老师在讲解左右旋的时候一张图就概括了，说实话我第一时间真没看懂，花了大量时间这方面的理解，后来在《算法导论》中居然找到了浅显易懂的中文描述左右旋的过程，我概述为3点

- 1.左右旋操作中，只有指针的改变，其他所有属性都保持不变
 - 2.左旋的过程与右旋的过程是对称的（伪代码也是对称的）
 - 3.左旋为例，以x结点左旋，那么y成为该子树的跟结点，x成为y的左子结点，y的左子结点成为x的右子结点（所以右旋就是反过来的）
- 那么当多层级的呢，也就是文中case3中的右旋过程，因为是a的曾祖父结点来进行右旋，所以文中的“c”就是x，“a和b”就是y，那么右旋用文字描述就是“y（a ,b）成为跟结点，x（c）成为y的右结点，y的右结点成为x的左结点，其他指针不变”
- 得到的子树结构然后根据前面说的5个特性（同老师说的4点特征）再做出响应的颜色变化

~ ~ ~ ~

唉，真是智商捉急 [7赞]

作者回复2018-11-20 01:28:05