Лабораторная работа № 2

Аппроксимация функции двух переменных

1.1. Цель работы

Научиться работать с радиальной базисной сетью, функции `newrbe` и `newrb`.

1.2. Краткие теоретические сведения

Радиальные базисные сети предназначены для аппроксимации функций. Возьмем произвольную непрерывную функцию и представим ее с помощью суммы колоколообразных функций. Аналитически это означает представление $f(x)$ в виде разложения по стандартному набору пространственно локализованных функций:

$$f(x) = \sum_i w_i \varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_i\|), \qquad (1)$$

где w_i - веса суммирования отдельных откликов, $\mathbf{c}_i$ - центры базисных радиальных функций. Это формула нейронной сети на основе радиальной базисной функции. Расстояние $\|\mathbf{x} - \mathbf{c}\|$ определяется как расстояние в евклидовом пространстве:

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{c}\| = AB = \sqrt{(x_1 - c_1)^2 + (x_2 - c_2)^2 + \ldots}. \qquad (2)$$

Функция `newrbe` формирует радиальную базисную сеть с нулевой ошибкой. Сеть с радиальными базисными функциями представляет собой, как правило, сеть с тремя слоями: обычным входным слоем, скрытым радиальным базисным слоем и выходным линейным слоем. Функция `newrb` формирует радиальную базисную сеть с ненулевой ошибкой в отличие от `newrbe`. На рис. 5 показана архитектура радиальной базисной сети.

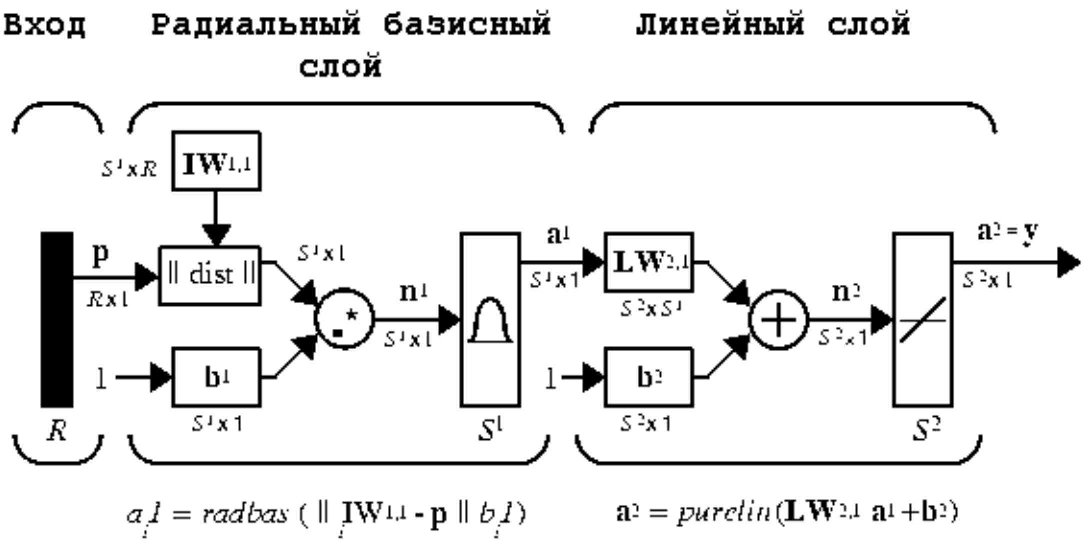

Рис. 5. Схема архитектуры радиальной базисной сети

1.3. Пример решения типовой задачи

Пусть функция $z = e^{-x^2} \cdot e^{-y^2}$ задана на промежутках $x \in [-1,1]$, $y \in [-1.5,1.5]$; количество точек разбиений по x есть **nx**, а по y - **ny**. Тогда, используя следующий алгоритм построения радиальной базисной сети, можно построить график функции $z = f(x, y)$:

```
x1=-1.0; x2=+1.0; y1=-1.5; y2=+1.5;
nx=7; ny=9;
step_x=(x2-x1)/(nx-1); step_y=(y2-y1)/(ny-1);
step_min = min(step_x,step_y);
[x,y]=meshgrid([x1:step_x:x2], [y1:step_y:y2]);
z=exp(-x.^2).*exp(-y.^2);
surf(x,y,z), title('PS. Press<enter>');
pause;
xx=reshape(x,1,nx*ny);
yy=reshape(y,1,nx*ny);
zz=exp(-xx.^2).*exp(-yy.^2);
p=[xx; yy];
t=zz;
goal = 0.0371;
spread = 1.0*step_min;
net = newrb(p,t, goal,spread);
net.layers{1}.size
smlt=sim(net,p);
[zz' smlt']
smltr=reshape(smlt,ny,nx);
surf(x,y,smltr), title('AS. Press<enter>');
```

Рис. 6 иллюстрирует график исходной функции $z = e^{-x^2} \cdot e^{-y^2}$.

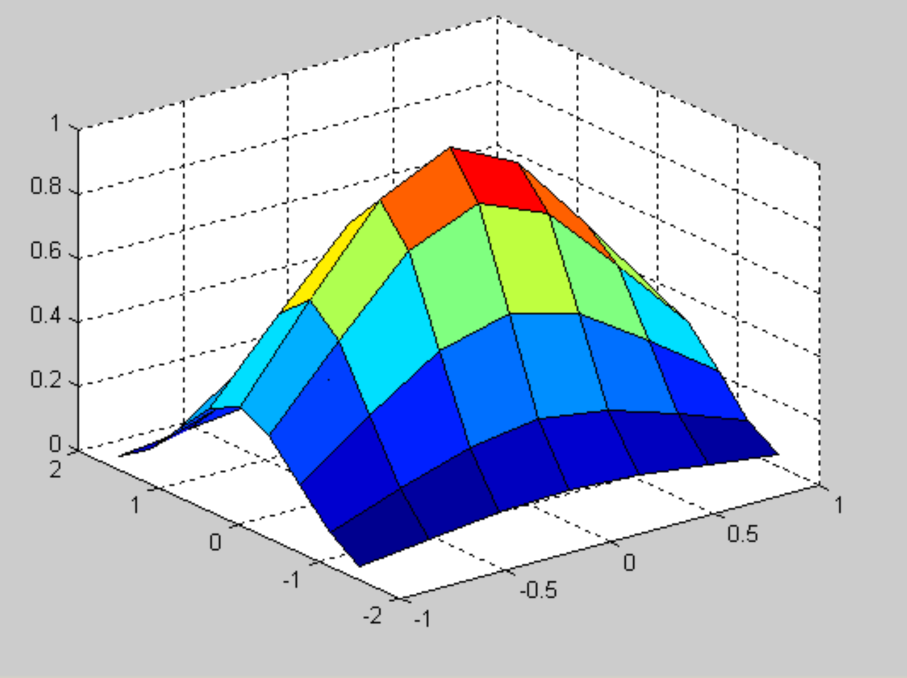

Рис. 6. График исходной функции двух переменных

На рис. 7 показана характеристика точности обучения радиальной базисной сети и допустимая среднеквадратичная ошибка сети **Goal=0.0371**.

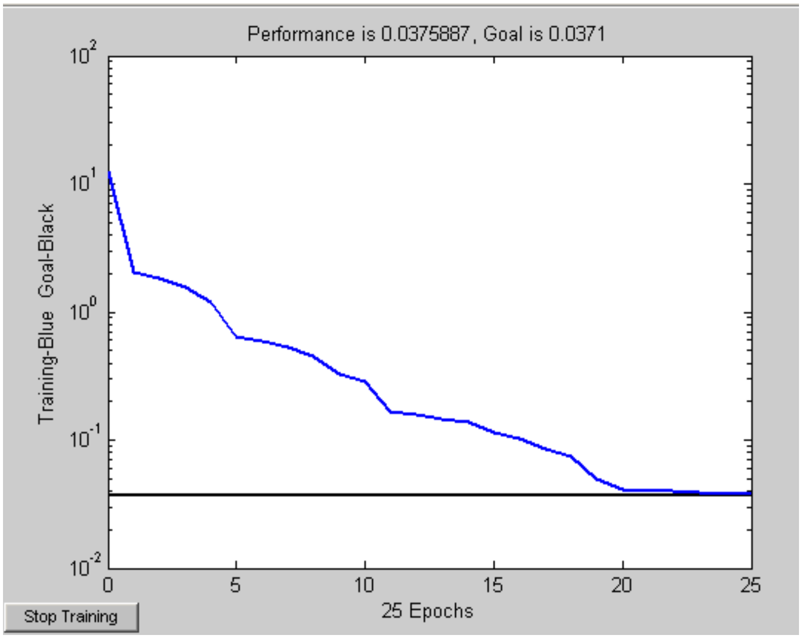

Рис. 7. Характеристика точности обученияв зависимостиот количества эпох обучения

На рис. 8отображён результат аппроксимации нелинейной зависимости, построенный с помощью радиальной базисной функции.

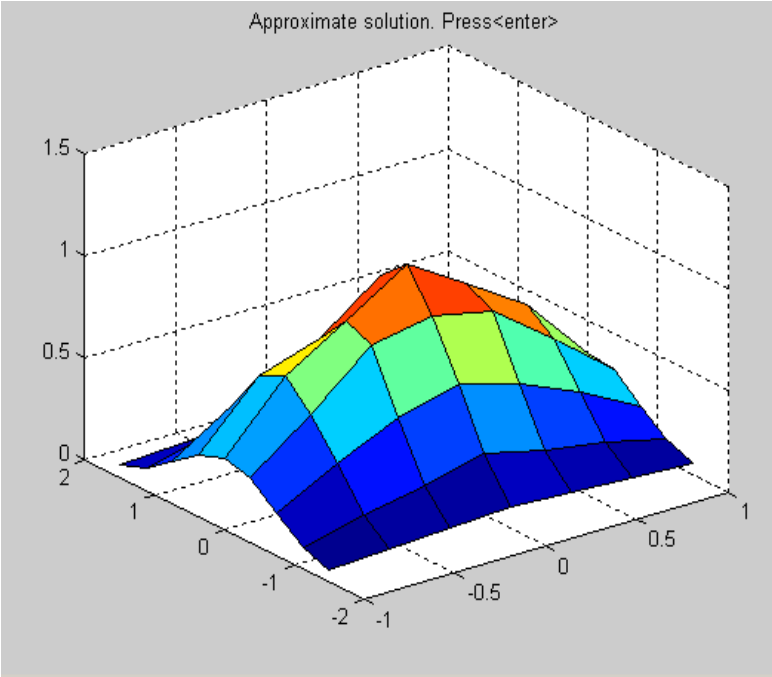

Рис. 8. Результат моделирования исходной функции

Сопоставляя рис. 6 и рис. 8, можно сделать вывод об удовлетворительности полученных результатов. Лучших результатов можно добиться, варьируя параметры **`goal`** и**`spread`**.

1.4. Отчёт о выполнении работы

Отчёт о выполнении лабораторной работы №2 должен быть выполнен на листах формата А4 и содержать следующие результаты:

1. Исходные данные – выбор функции двух переменных и области определения функции, построение графика функции (рис. 6);
2. Текст программы с подробными комментариями;
3. Результаты моделирования (рис. 7, 8);
4. Контрольный пример;
5. Объяснение результатов проделанной работы.