

Bài tập Chương V

Kiểm định Giả thuyết

Khoa CNTT- Trường Đại học CMC
Xác suất - Thống kê

Bài tập 1. Để kiểm tra xem trẻ em thường xuyên bị tiêu chảy có mức hồng cầu (Hb) trung bình bằng với trẻ em khỏe mạnh ở một vùng hay không, một mẫu gồm 10 trẻ thường xuyên bị tiêu chảy được chọn ngẫu nhiên có chỉ số Hb (g/dl) được ghi lại như sau

12.3 11.4 14.2 15.3 14.8 13.8 11.1 15.1 15.8 13.2

Mẫu số liệu này có đủ chứng cứ chỉ ra rằng mức Hb trung bình ở trẻ em thường xuyên bị tiêu chảy thấp hơn mức trung bình ở trẻ khỏe mạnh là 14.6 g/dl? Kiểm định với $\alpha = 0.05$ (1dl = 100 ml).

Bài tập 2. Mẫu sau gồm 10 kết quả quan sát được từ một quần thể có phân bố chuẩn

44 31 52 48 46 39 43 36 41 49

(a) Kiểm định giả thuyết $H_0: \mu = 44$ vs. $H_1: \mu \neq 44$ với $\alpha = 0.1$.

(b) Tìm một khoảng ước lượng với độ tin cậy 90% cho μ .

Bài tập 3. Một đồng xu bị nghi ngờ là không cân. Gọi p là xác suất tung đồng xu cho mặt ngửa. Để kiểm định $H_0: p = 0.5$ và $H_1: p > 0.5$, đồng xu được tung 15 lần. Gọi Y là số lần đồng xu cho mặt ngửa. Giả sử rằng miền bác bỏ là $\{Y \geq 10\}$.

(a) Tìm α .

(b) Tìm miền bác bỏ $\{Y \geq K\}$ với $\alpha = 0.01$ và $\alpha = 0.03$.

Bài tập 4. Kiểm tra chẩn đoán cho 500 người thấy 440 người được chẩn đoán đúng. Xác suất chẩn đoán đúng là 0.9 có đúng không? Kiểm định một phía với $\alpha = 0.05$.

Bài tập 5. Một công ty sản xuất giáo thép tuyên bố rằng đường kính các thanh giáo có độ lệch chuẩn không vượt quá 0.0003 mm. Một mẫu ngẫu nhiên gồm 10 thanh giáo được chọn và có độ lệch mẫu là 0.00027 mm. Với mức ý nghĩa 5%, hãy kiểm tra khẳng định của công ty này.

Bài tập 6. Chỉ số IQ của 17 học sinh từ một quận X của Hà Nội được ghi lại với trung bình mẫu là 106 và độ lệch mẫu là 10. Một mẫu gồm 14 học sinh ở quận Y được khảo sát với trung bình IQ là 109 và độ lệch mẫu là 7. Với $\alpha = 0.02$, có sự khác biệt nào đáng kể giữa IQ của hai nhóm không? Giả sử rằng các phương sai ở hai quần thể bằng nhau.

Bài tập 7. Giả sử rằng chúng ta có một mẫu gồm 25 quan sát từ một quần thể có phân bố chuẩn với kỳ vọng μ chưa biết và độ lệch chuẩn bằng 4. Chúng ta muốn kiểm định giả thuyết $H_0: \mu = 10$ vs. $H_1: \mu > 10$. Giả sử miền bác bỏ được xác định bởi: bác bỏ H_0 nếu trung bình mẫu $\bar{x} > 11.2$.

(a) Tìm α .

(b) Cỡ mẫu là bao nhiêu nếu $\alpha = 0.05$?

Bài tập 8. Một công ty công nghệ nói rằng lương trung bình mỗi kỹ sư của họ là 48000 USD/năm. Một người có ý định nộp đơn vào công ty thực hiện thăm dò 12 kỹ sư thì thấy lương trung bình của họ chỉ là 45850 USD/năm với độ lệch mẫu là 6300 USD. Liệu công ty này có đang nói quá về mức lương của các kỹ sư không? Mức ý nghĩa $\alpha = 0.05$.

Bài tập 9. Một mẫu ngẫu nhiên gồm 250 sản phẩm từ lô hàng A có 10 sản phẩm lỗi; một mẫu gồm 300 sản phẩm từ lô hàng B có 18 sản phẩm lỗi. Với mức ý nghĩa $\alpha = 0.05$, có sự khác biệt lớn nào giữa chất lượng sản phẩm của hai lô hàng không?

Bài tập 10. Một nhà sản xuất tuyên bố rằng thời lượng trung bình của pin sản xuất bởi công ty anh ta ít nhất là 44 tháng. Một mẫu ngẫu nhiên gồm 40 quả pin được kiểm tra cho kết quả thời lượng pin trung bình là 41 tháng với độ lệch mẫu là 16 tháng. Kiểm tra với $\alpha = 0.01$ xem tuyên bố trên có đúng không?

Bài tập 11. Việt nói với Nam rằng cậu ta học giỏi hơn bởi vì điểm trung bình của 6 môn học đầu (được ghi dưới đây) cao hơn.

	Toán	Văn	Lý	Hóa	Sinh	Sử
Việt	9.2	8.5	9.7	6.5	7.5	9.6
Nam	7.9	8.1	7.6	8.4	8.3	7.7

Giả sử các điểm trung bình là độc lập và có phân bố chuẩn. Với $\alpha = 0.05$, có đủ chứng cứ củng cố cho tuyên bố của Việt không?

Bài tập 12. Xét hai quần thể X và Y với trung bình khác nhau nhưng độ lệch chuẩn bằng nhau. Hai mẫu độc lập, với cỡ tương ứng là n và m , được lấy. Chứng minh rằng ước lượng cho *phương sai gộp* (pooled variance)

$$s_p^2 = \frac{1}{m+n-2} \left(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2 \right)$$

là một ước lượng không chệch cho phương sai chung (của cả hai quần thể).