

Problema de control SISO

Sistema 1]

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} &= a \cos(x + \phi) + b \sin(x + \phi) \\ \ddot{y} &= c \cos(y + \nu) + d \sin(y + \nu) \end{aligned} \right\} a, b, c, d, \phi, \nu \in \mathbb{R}^+$$

Sistema 2]

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} &= a \cos(x + \phi) + b \sin(x + \phi) + Ay \\ \ddot{y} &= c \cos(y + \nu) + d \sin(y + \nu) + Bx \end{aligned} \right\} a, b, c, d, \phi, \nu, A, B \in \mathbb{R}^+$$

- 1.- Considerando el sistema 1] indicado, y para valores arbitrarios con el signo indicado de cada uno de los parámetros, se pide estudiar los siguientes aspectos de la dinámica asociada.
 - a) Identificar los puntos de equilibrio del sistema para $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
 - b) Linealizando el modelo en cada uno de los equilibrios identificados analizar si son puntos estables o inestables.
 - c) A partir del modelo no lineal analizar el carácter estable o inestable de los puntos de equilibrio, identificando en \mathbb{R}^2 las cuencas de atracción y las curvas separatrices.
 - d) Utilizando el modelo no lineal, identificar en el espacio de fases las trayectorias de flujo.
 - e) Con el modelo lineal estudiar las trayectorias en \mathbb{R}^2 con origen en un punto cualquiera partiendo con velocidad nula. Identificar la información relevante.
 - f) Con el modelo no lineal estudiar las trayectorias en \mathbb{R}^2 con origen en un punto cualquiera partiendo con velocidad nula. Identificar las diferencias relevantes con lo proporcionado por el modelo lineal. Identificar la información relevante de las trayectorias del modelo no lineal.
 - g) Utilizando una elección adecuada de las coordenadas $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ para representar los puntos de una esfera, identificar sobre esta los puntos de equilibrio, su naturaleza, sus cuencas de atracción, y las trayectorias partiendo de un punto arbitrario con velocidad nula utilizando el modelo no lineal y el lineal. Analizar las diferencias entre las trayectorias de los dos modelos e identificar la información relevante de las trayectorias del modelo no lineal.
 - h) Introducir un control PD en cada uno de los canales x e y , identificar el signo de las ganancias proporcional y derivativa para conseguir que todos los equilibrios del sistema controlado sean estables, e identificar para cada canal en términos del valor de la ganancia derivativa el margen de fase y el margen de ganancia. Identificar, si existen, las cuencas de atracción de los nuevos equilibrios y las variaciones del sistema respecto al modelo libre.
 - i) Estudiar para el sistema controlado las trayectorias en torno a un punto de equilibrio estable, y otro inestable del sistema libre utilizando el modelo lineal, identificando las características relevantes en función de K_P y K_D de cada canal. Seleccionar un rango de estudio para K_P y K_D .
 - j) Para el sistema controlado, utilizando el modelo no lineal, identificar en el espacio de fases las trayectorias de flujo en función de K_P y K_D de cada canal.
 - k) Utilizando el modelo no lineal, analizar las trayectorias partiendo del reposo en torno a un punto de equilibrio estable y otro inestable del modelo libre en función de K_P y K_D de cada canal.
 - l) Utilizando la elección adecuada de las coordenadas $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ para representar los puntos de una esfera y representar sobre esta la información de los puntos i) y k), dinámicas alrededor de puntos de equilibrio estable e inestables partiendo del reposo en términos de K_P y K_D de cada canal.
 - m) Realizar para el sistema controlado en términos del K_P y K_D de cada canal una evaluación de las prestaciones del sistema de control en las dinámicas en torno a puntos de equilibrio del modelo libre, estable, e inestable: gasto energético, tiempo de convergencia, desviaciones, velocidades y aceleraciones máximas, naturaleza de la trayectoria, sobreelongaciones, oscilaciones, ...
- 2.- Considerando el sistema 2], en el que se ha introducido un término de acoplamiento entre los canales, y considerando de todo lo analizado en el punto 1.-, estudiar para el sistema libre las modificaciones de los equilibrios y cuencas de atracción y el impacto en las dinámicas lineal y no lineal en torno a un punto de equilibrio estable y otro inestable. Representar evoluciones en el plano y en la esfera. Evaluar el impacto del acoplamiento.
- 3.- Introducir en el sistema 2] un control PD en cada canal escogiendo el valor de las ganancias a partir de la información del punto 1.- y observar el comportamiento del sistema controlado en la dinámica en torno a un punto de equilibrio estable y otro inestable partiendo del reposo. Representar evoluciones en el plano y en la esfera. Evaluar el impacto del acoplamiento.