3.13. Unitatea de scădere

Unitatea de scădere poate fi construită din sumator cu mici modificări în schema electrică. Modificările care sunt necesare să fie introduse în sumator pot fi determinate prin analiza operaţiei de scădere a numerelor binare. Diferenţa dintre două numere binare $A(a_{n-1}, \dots, a_1, a_0)$ şi $B(b_{n-1}, \dots, b_1, b_0)$ este prezentată prin formula:

$$D(d_{n-1}, \dots, d_1, d_0) = A(a_{n-1}, \dots, a_1, a_0) - B(b_{n-1}, \dots, b_1, b_0). \qquad (3.43)$$

Deoarece sumatorul îndeplineşte operaţia de adunare este necesar ca operaţia de scădere din formula (3.43) să fie înlocuită prin operaţia de adunare.

Pentru diferenţa $D(d_{n-1}, d_{n-2}, \dots, d_1, d_0)$ se pot realiza următoarele variante:

1) $D(d_{n-1}, \dots, d_1, d_0) \geq 0$;
2) $D(d_{n-1}, \dots, d_1, d_0) < 0$.

3.13.1. Unitatea de scădere pentru $\boldsymbol{D(d_{n-1}, \dots, d_1, d_0) \geq 0}$

Fie $\boldsymbol{D(d_{n-1}, \dots, d_1, d_0) \geq 0}$**.** Introducem în formula (3.43) un număr $C(c_{n-1}, c_{n-2}, \dots, c_1, c_0)$ fără a schimba valoarea diferenţei $D(d_{n-1}, \dots, d_1, d_0)$:

$$D = A + C - B - C = A + (C - B) - C. \qquad (3.44)$$

În schema electrică a sumatorului v-or fi introduse modificări minimale dacă:

a) $C = 2^n$;
b) $C = 2^n - 1$.

Fie $\boldsymbol{C = 2^n}$**.** În acest caz conform (3.44) se obţine

$$D = A + (2^n - B) - 2^n = A + B^{(2)} - 2^n, \qquad (3.45)$$

unde $B^{(2)}$ este numărul complementar. Numărul complementar $B^{(2)} = B^{(1)} + 1$, unde $B^{(1)}$ este numărul inversat.

Exemplu. Fie avem două numere $A(a_3, a_2, a_1, a_0) = 1101_2$ şi $B(b_3, b_2, b_1, b_0) = 1000_2$ de ordinul $n = 4$. În acest caz $2^n = 2^4 = 16_{10} = 10000_2$, iar numărul complementar $B^{(2)}$ se obține în modul următor

$$B^{(2)} = 2^4 - B = 10000_2 - 1000_2 = 1000_2.$$

Numărul complementar poate fi prezentat și prin numărul inversat $\bar{B} = B^{(1)}$ (aici numărul inversat este notat $B^{(1)}$):

$$B^{(1)} = \bar{B} = \overline{1000_2} = 0111_2.$$

$$B^{(2)} = \bar{B} + 0001_2 = B^{(1)} + 0001_2 = \overline{1000_2} + 0001_2 = 0111_2 + 0001_2 = 1000_2.$$

Transformarea numărului B în număr complementar $B^{(2)}$ sau în număr inversat $B^{(1)}$ permite înlocuirea operației de scădere în operația de adunare. Pentru acest exemplu diferența dintre numerele $A(a_3, a_2, a_1, a_0) = 1101_2$ şi $B(b_3, b_2, b_1, b_0) = 1000_2$ este

$$D = A + B^{(2)} - 2^4 = 1101_2 + 1000_2 - 10000_2 = 0101_2$$

$$\text{sau } D = A + B^{(2)} - 2^4 = 13_{10} + 8_{10} - 16_{10} = 5_{10}$$

După introducerea numărului inversat $B^{(1)}$ în formula (3.45) se obţine

$$D = A + B^{(1)} + 1 - 2^n. \tag{3.46}$$

Fie $C = 2^n - 1$. În acest caz conform (3.44)

$$D = A + (2^n - 1 - B) - 2^n + 1 = A + B^{(2)} - 1 - 2^n + 1$$

sau se obține o formulă identică cu formula (3.46)

$$D = A + B^{(1)} + 1 - 2^n. \tag{3.46.A}$$

Conform formulelor (3.46) și (3.46.A) sumatorul v-a calcula corect diferența $D(d_{n-1}, \dots, d_1, d_0) \geq 0$ ale numerelor $A(a_{n-1}, \dots, a_1, a_0)$ şi $B(b_{n-1}, \dots, b_1, b_0)$ dacă:

a) numărul $B(b_{n-1}, b_{n-2}, \dots, b_1, b_0)$ v-a fi inversat sau la intrările magistralei B a sumatorului v-or fi instalați inversori;

b) la intrarea C_0 a sumatorului v-a fi aplicată unitatea sau $C_0 = 1$;

c) în rezultatul scăderii 2^n cifra cu ordinul superior n al diferenței se inversează ($d_n \rightarrow \bar{d}_n$) sau la ieșirea d_n este necesar să fie introdus un inversor.

Exemplu. Sunt date două numere de ordinul patru $A(a_3, a_2, a_1, a_0) = 1101_2$ și $B(b_3, b_2, b_1, b_0) = 1000_2$. De calculat diferența acestor numere conform formulelor (3.43) și (3.46).

Conform formulei (3.43) pentru $D(d_3, d_2, d_1, d_0)$ se obține următorul rezultat:

$$D(d_3, d_2, d_1, d_0) = A(a_3, a_2, a_1, a_0) - B(b_3, b_2, b_1, b_0) = 1101_2 - 1001_2 = 0100_2. \tag{3.47}$$

Pentru a calcula diferența $D(d_3, d_2, d_1, d_0)$ conform formulei (3.46) o transcriem cu indicarea ordinului numerelor ($n = 4$):

$$D = A + B^{(1)} + 1 - 2^4. \tag{3.48}$$

În continuare trebuie de efectuat următoarele operații:

a) de inversat numărul $B(b_3, b_2, b_1, b_0)$

$$B(b_3, b_2, b_1, b_0) = 1001_2 \rightarrow B^{(1)}(b_3, b_2, b_1, b_0) = 0110_2;$$

b) de calculat numărul complementar $B^{(2)}(b_3, b_2, b_1, b_0)$ (de adăugat unitatea la numărul inversat)

$$B^{(2)}(b_3, b_2, b_1, b_0) = B^{(1)}(b_3, b_2, b_1, b_0) + 0001_2 = 0110_2 + 0001_2 = 0111_2;$$

c) de sumat numerele

$$A(a_3, a_2, a_1, a_0) + B^{(1)}(b_3, b_2, b_1, b_0) + 0001_2 = 1101_2 + 0110_2 + 0001_2 = 10100_2;$$

d) de scăzut $2^4 = 10000_2$ sau de aflat diferența

$$D(d_3, d_2, d_1, d_0) = \ 10100_2 - 10000_2 = 0100_2. \qquad (3.49)$$

Comparînd rezultatele obținute conform formulelor (3.43), (3.46) observăm, că ele sunt identice.

Schema electrică a unității de scădere de ordinul patru pentru $D(d_{n-1}, \ldots, d_1, d_0) \geq 0$, construită din sumator paralel cu transfer consecutiv al depășirilor, este prezentată în fig. 3.25. În schema electrică sunt următoarele notări: +V$_{cc}$ – sursa de tensiune; 0 – comutatorul canalului depășirii C_0; 2, 4, 6 și 8 – comutatoarele canalelor numărului $A(a_3, a_2, a_1, a_0)$; 1, 3, 5 și 7 – comutatoarele canalelor numărului $B(b_3, b_2, b_1, b_0)$; C_4, C_3, C_2, C_1, C_0 – indicatoarele depășirilor; d_3, d_2, d_1, d_0 – indicatoarele rezultatelor scăderii. În schema electrică a unității de scădere este prezentat rezultatul operației de scădere

$$D(d_3, d_2, d_1, d_0) = A(a_3, a_2, a_1, a_0) - B(b_3, b_2, b_1, b_0) = 1101_2 - 1001_2 = 0100_2.$$

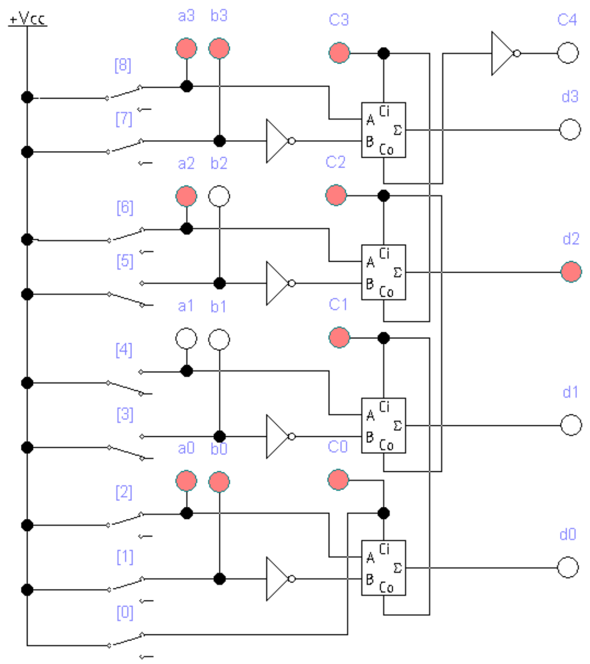

Fig. 3.25. Schema electrică a unității de scădere de ordinul patru pentru $D > 0$.

Schema electrică a unității de scădere poate fi construită și din sumatori paraleli cu transfer paralel al depășirilor. Simbolul convențional al unității de scădere de ordinul patru este prezentat în fig. 3.26.

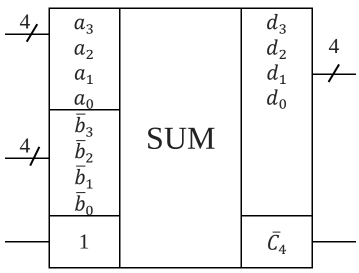

Fig. 3.26. Simbolul convențional al unității de scădere pentru $D(d_3, d_2, d_1, d_0) \geq 0$.

3.13.2. Unitatea de scădere pentru $D(d_{n-1}, d_{n-2}, \ldots, d_1, d_0) < 0$

Unitatea de scădere prezentată în fig. 3.26 nu calculează corect dacă $|A| < |B|$. Modificările, necesare de a fi introduse în schema electrică a sumatorului cu scopul obținerii unității de scădere pentru cazul $|A| < |B|$ sau $D < 0$, pot fi determinate din formula (3.43) după schimbarea structurii formulei în modul următor:

$$|D| = |A - B| = |B - A|. \qquad (3.50)$$

Introducem în formula (3.50) un număr $C(c_{n-1}, \dots, c_1, c_0)$ fără a schimba valoarea diferenţei $D(d_{n-1}, \dots, d_1, d_0)$:

$$|D| = |B - A| = |C + B - A - C| = |C - (A + C - B)|. \qquad (3.51)$$

Fie $C = 2^n - 1$. În acest caz conform (3.51)

$$|D| = |2^n - 1 - (A + 2^n - 1 - B)|. \qquad (3.52)$$

În formula (3.51) expresia $(2^n - B)$ poate fi înlocuită prin $(B^{(1)} + 1)$, deoarece

$$2^n - B = B^{(2)} = B^{(1)} + 1. \qquad (3.53)$$

În rezultatul înlocuirii se obține

$$|D| = \left|2^n - 1 - (A + B^{(1)})\right|. \qquad (3.54)$$

În formula (3.54) expresia $(2^n - (A + B^{(1)}))$ poate fi înlocuită prin $((A + B^{(1)})^{(1)} + 1)$, deoarece

$$2^n - \left(A + B^{(1)}\right) = \left(A + B^{(1)}\right)^{(2)} = (A + B^{(1)})^{(1)} + 1. \qquad (3.55)$$

În rezultatul înlocuirii se obține formula finală

$$|D| = \left|(A + B^{(1)})^{(1)}\right|. \qquad (3.56)$$

Conform formulei (3.56) sumatorul v-a calcula corect diferența $D(d_{n-1}, \dots, d_1, d_0) < 0$ ale numerelor $A(a_{n-1}, \dots, a_1, a_0)$ şi $B(b_{n-1}, \dots, b_1, b_0)$ dacă:

a) numărul $B(b_{n-1}, \dots, b_1, b_0)$ v-a fi inversat sau la intrările magistralei B a sumatorului v-or fi instalați inversori;

b) rezultatul scăderii $D(d_{n-1}, \dots, d_1, d_0)$ v-a fi inversat sau la ieșirile magistralei D a sumatorului v-or fi instalați inversori.

Schema electrică a unității de scădere de ordinul patru pentru $D(d_{n-1}, \dots, d_1, d_0) < 0$, construită din sumator paralel cu transfer consecutiv al depășirilor, este prezentată în fig. 3.27. În schema electrică sunt următoarele notări: +V_{cc} – sursa de tensiune; 0 – comutatorul canalului depășirii C_0; 2, 4, 6 și 8 – comutatoarele canalelor numărului $A(a_3, a_2, a_1, a_0)$; 1, 3, 5 și 7 – comutatoarele canalelor numărului $B(b_3, b_2, b_1, b_0)$; C_4, C_3, C_2, C_1, C_0 – indicatoarele depășirilor; d_3, d_2, d_1, d_0 – indicatoarele rezultatelor scăderii. În schema electrică a unității de scădere este prezentat rezultatul operației de scădere

$$|D(d_3, d_2, d_1, d_0)| = |A(a_3, a_2, a_1, a_0) - B(b_3, b_2, b_1, b_0)| = |0101_2 - 1101_2| = 1000_2.$$

Notă: rezultatul operației de scădere a numerelor este prezentat în cod binar direct.

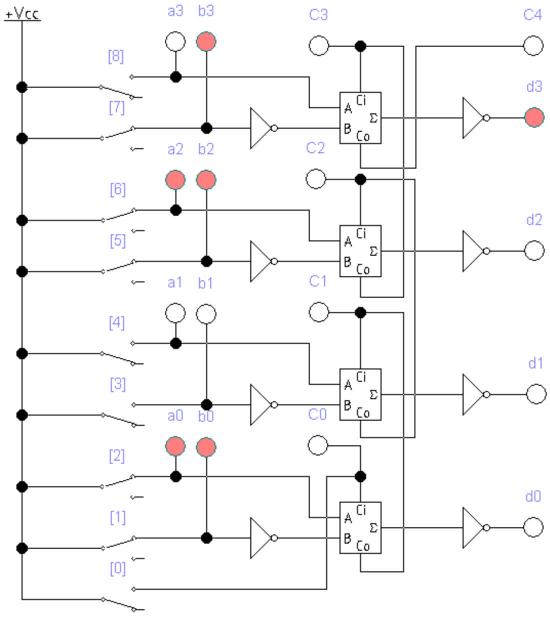

Fig. 3.27. Schema electrică a unității de scădere de ordinul patru pentru $D < 0$.

Simbolul convențional al unității de scădere de ordinul patru este prezentat în fig. 3.28.

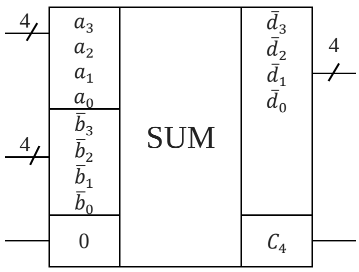

Fig. 3.28. Simbolul convențional al unității de scădere pentru $D(d_3, d_2, d_1, d_0) < 0$.

3.14. Unitatea de sumare a numerelor cu semn

Unitățile de scădere pentru $D > 0$ și $D < 0$, descrise în paragraful 3.13, prezintă rezultatul în cod binar direct fără indicarea semnului (semnul „+” sau semnul „–”).

Este cunoscut faptul, că în dispozitivele numerice semnul „+” este prezentat de valoarea logică „0”, iar semnul „–” este prezentat de valoarea logică „1” (vezi tabelul 3.10).

Tabelul 3.10. Prezentarea numerelor binare cu semn

Număr zecimal	Număr binar în cod direct (prezentarea pe 8 biți)
+127	0111 1111
+100	0110 0100
+0	0000 0000
-0	1000 0000
-100	1110 0100
-127	1111 1111

În schemele sumatorilor, prezentate în paragrafele precedente, semnele numerelor nu se iau în considerație. De aici rezultă, că scemele sumatorilor trebuie modificate sau completate.

Exemplu. Fie două numere binare cu semn:

$A = +1101_2 = 01101_2$ și $B = +1001_2 = 01001_2$ – cu roșu este indicat semnul „+”.

$S = A + B = 01101_2 + 01001_2 = 10110_2$ – rezultatul sumării este negativ „–”.

Din acest exemplu se poate formula concluzia, că pentru obținerea unui rezultat corect, după sumarea numerelor cu semn, este interzis transferul depășirilor din ordinul cifrei în ordinul semnului.

Proiectarea unui sumator a numerelor cu semn se începe cu completarea tabelului de adevăr. Drept exemplu, v-a fi proiectat un sumator al numerelor cu semn de ordinul $n = 7$ $A(V_a, a_6, a_5, a_4, a_3, a_2, a_1, a_0)$ și $B(V_b, b_6, b_5, b_4, b_3, b_2, b_1, b_0)$, unde V_a și V_b sunt semnele numerelor. Pentru aceste numere pot fi patru variante:

a) $A > 0$ și $B > 0$;
b) $A > 0$ și $B < 0$,
c) $A < 0$ și $B > 0$;
d) $A < 0$ și $B < 0$

În cadrul fiecărei variante trebuie de luat în considerație prezența sau lipsa transferului depășirii C_7 din ordinul cifrei în ordinul semnului. Rezultatele care se obțin pentru semnul V_s al sumei $S(V_s, s_6, s_5, s_4, s_3, s_2, s_1, s_0)$, pentru toate variantele posibile de sumare ale numerelor cu semn, sunt prezentate în tabelul 3.11.

Tabelul 3.11. Variantele posibile de sumare ale numerelor cu semn

Varianta	Semnul V_a	Semnul V_b	Depășirea C_7	Sumarea	Semnul V_s
$A > 0$, $B > 0$	0	0	0	$0, a_6, a_5, a_4, a_3, a_2, a_1, a_0 +$ $0, b_6, b_5, b_4, b_3, b_2, b_1, b_0 =$ $0, s_6, s_5, s_4, s_3, s_2, s_1, s_0$	$0 \rightarrow (V_s = C_7)$
	0	0	1	$0, a_6, a_5, a_4, a_3, a_2, a_1, a_0 +$ $0, b_6, b_5, b_4, b_3, b_2, b_1, b_0 =$ $1, s_6, s_5, s_4, s_3, s_2, s_1, s_0$	$1 \rightarrow (V_s = C_7)$
$A > 0$, $B < 0$	0	1	0	$0, a_6, a_5, a_4, a_3, a_2, a_1, a_0 +$ $1, b_6, b_5, b_4, b_3, b_2, b_1, b_0 =$ $1, s_6, s_5, s_4, s_3, s_2, s_1, s_0$	$1 \rightarrow (V_s = \bar{C}_7)$
	0	1	1	$0, a_6, a_5, a_4, a_3, a_2, a_1, a_0 +$ $1, b_6, b_5, b_4, b_3, b_2, b_1, b_0 =$ $0, s_6, s_5, s_4, s_3, s_2, s_1, s_0$	$0 \rightarrow (V_s = \bar{C}_7)$
$A < 0$, $B > 0$	1	0	0	$1, a_6, a_5, a_4, a_3, a_2, a_1, a_0 +$ $0, b_6, b_5, b_4, b_3, b_2, b_1, b_0 =$ $1, s_6, s_5, s_4, s_3, s_2, s_1, s_0$	$1 \rightarrow (V_s = \bar{C}_7)$
	1	0	1	$1, a_6, a_5, a_4, a_3, a_2, a_1, a_0 +$ $0, b_6, b_5, b_4, b_3, b_2, b_1, b_0 =$ $0, s_6, s_5, s_4, s_3, s_2, s_1, s_0$	$0 \rightarrow (V_s = \bar{C}_7)$
$A < 0$, $B < 0$	1	1	0	$1, a_6, a_5, a_4, a_3, a_2, a_1, a_0 +$ $1, b_6, b_5, b_4, b_3, b_2, b_1, b_0 =$ $0, s_6, s_5, s_4, s_3, s_2, s_1, s_0$	$0 \rightarrow (V_s = C_7)$
	1	1	1	$1, a_6, a_5, a_4, a_3, a_2, a_1, a_0 +$ $1, b_6, b_5, b_4, b_3, b_2, b_1, b_0 =$ $1, s_6, s_5, s_4, s_3, s_2, s_1, s_0$	$1 \rightarrow (V_s = C_7)$

Din tabelul 3.11 se obține formula

$$V_s = V_a \oplus V_b \oplus C_7 \quad (3.57)$$

Conform formulei (3.57) se poate afirma, că dispozitivul care determină valoarea semnului V_s constă din două elemente logice SAU-EX.

Funcția logică prezentată de formula (3.57) poate fi executată și de sumatorul complet (vezi paragraful 3.9, formula (3.34) $\rightarrow S_i = C_i \oplus a_i \oplus b_i$), dacă intrările și ieșirile lui v-or fi notate în modul următor (vezi fig. 3.29): $C_i = C_7$; $a_i = V_a$; $b_i = V_b$; $S_i = V_s$.

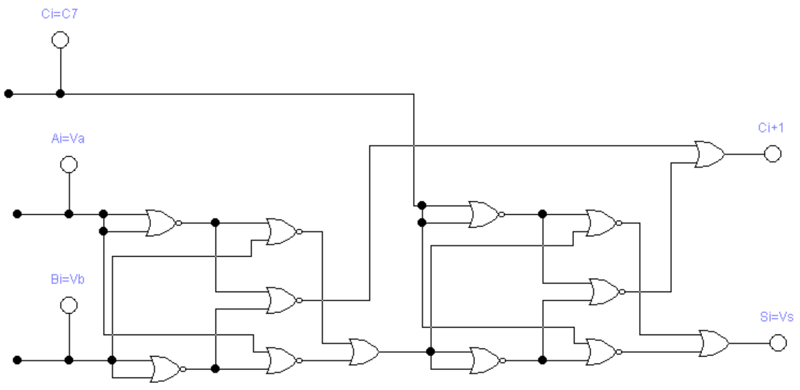

Fig. 3.29. Sumator complet pentru determinarea semnului.

Sumatorul complet determină semnul V_s fără a lua în considerație variantele sumării cu transfer ale depășirilor din ordinul cifrei în ordinul semnului. Pentru asigurarea corectitudinii determinării valorii semnului V_s, rezultatului sumării $S(V_s, s_6, \dots, s_1, s_0)$, identificării şi excluderii variantelor de transfer ale depășirilor din ordinul cifrei în ordinul semnului schema sumatorului complet, prezentată în fig. 3.29, trebuie completată.

Din tabelul 3.11 pentru cinci combinații V_a, V_b și C_7 semnul V_s este determinat cu eroare și pentru funcția ER care determină stările în care se obține semnul V_s cu eroare se obține următoarea expresie logică:

$$ER = C_7\bar{V}_a\bar{V}_bV_s + C_7\bar{V}_aV_b\bar{V}_s + C_7V_a\bar{V}_b\bar{V}_s + \bar{C}_7V_aV_b\bar{V}_s + C_7V_aV_bV_s. \quad (3.58)$$

Din formula (3.58) rezultă, că schema electrică a sumatorului complet trebuie completată cu cinci elemente ŞI şi un element SAU. În fig. 3.30 este prezentată schema electrică a sumatorului paralel cu transfer consecutiv al depăşirilor care execută sumarea numerelor cu semne pozitive de ordinul şapte $A(V_a, a_6, \dots, a_1, a_0)$ şi $B(V_b, b_6, \dots, b_1, b_0)$.

Numerele cu semne negative trebuie transformate conform algoritmilor prezentați în paragraful 3.13 și de folosit unitatea de scădere.

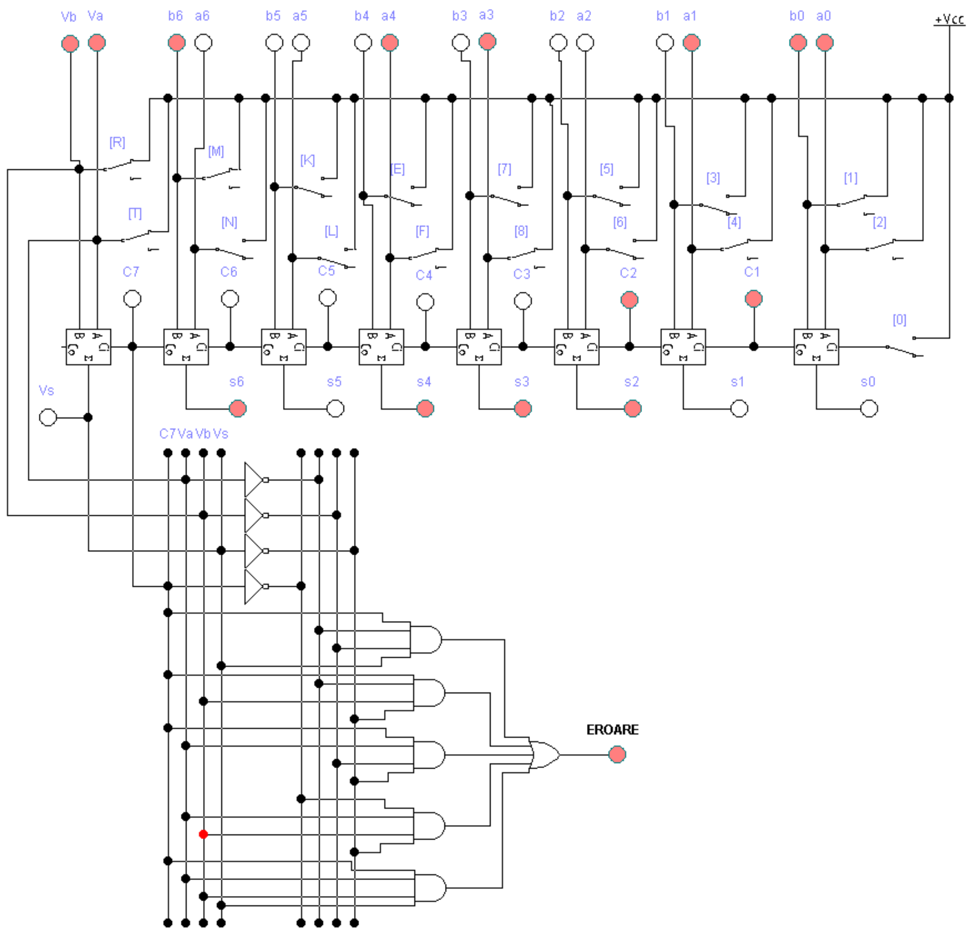

Fig. 3.30. Schema sumatorului numerelor cu semne pozitive de ordinul şapte.

3.15. Unitatea de înmulțire

Prealabil, în scopul construirii unității de înmulțire, v-a fi analizată procedura de înmulțire a două numere binare $A = 1101_2$ $B = 1011_2$.

				1	1	0	1	×
				1	0	1	1	
				1	1	0	1	+
			1	1	0	1		
		0	0	0	0			
	1	1	0	1				
1	0	0	0	1	1	1	1	

Fig. 3.31. Exemplu de înmulțire a numerelor binare $A = 1101_2$ și $B = 1011_2$.

Conform exemplului prezentat în fig. 3. 31 pot fi formulate următoarele:

a) după înmulțirea la „1” a numărului $A = 1101_2$ se obține 1101_2;
b) după înmulțirea la „0” a numărului $A = 1101_2$ se obține 0000_2;
c) după fiecare înmulțire la „1” sau „0” numărul obținut este deplasat la stînga cu o poziție;
d) numerele, obținute în rezultatul înmulțirilor, se sumează.

În conformitate cu condițiilecondițiile a) a), b), c) și d) unitatea de înmulțire trebuie să execute următoarele operații:

a) după înmulțirea la „1” a numărului $A = 1101_2$ să asigure pe magistrala de date valoarea 1101_2;
b) după înmulțirea la „0” a numărului $A = 1101_2$ să asigure pe magistrala de date valoarea 0000_2 (condițiile (a) și (b) pot fi executate de elementele ȘI),
c) după fiecare înmulțire la „1” sau „0” numărul obținut trebuie deplasat spre stînga (această condiție poate fi realizată de construcția unitații de înmulțire);
d) numerele, obținute în rezultatul înmulțirilor, să fie sumate sau în unitatea de înmulțire ca element principal trebuie utilizat sumatorul.

În fig. 3.32 este prezentată schema electrică a unității de înmulțire utilizată pentru înmulțirea numerelor binare de ordinul patru. În schema electrică sunt următoarele notări: $+V_{cc}$ – sursa de tensiune; 0, 1, 2, 3 – comutatoarele canalelor numărului $A(a_3, a_2, a_1, a_0)$; 4, 5, 6 și 7 – comutatoarele canalelor numărului $B(b_3, b_2, b_1, b_0)$; $p_7, p_6, p_5, p_4, p_3, p_2, p_1, p_0$ – indicatoarele rezultatului înmulțirii.

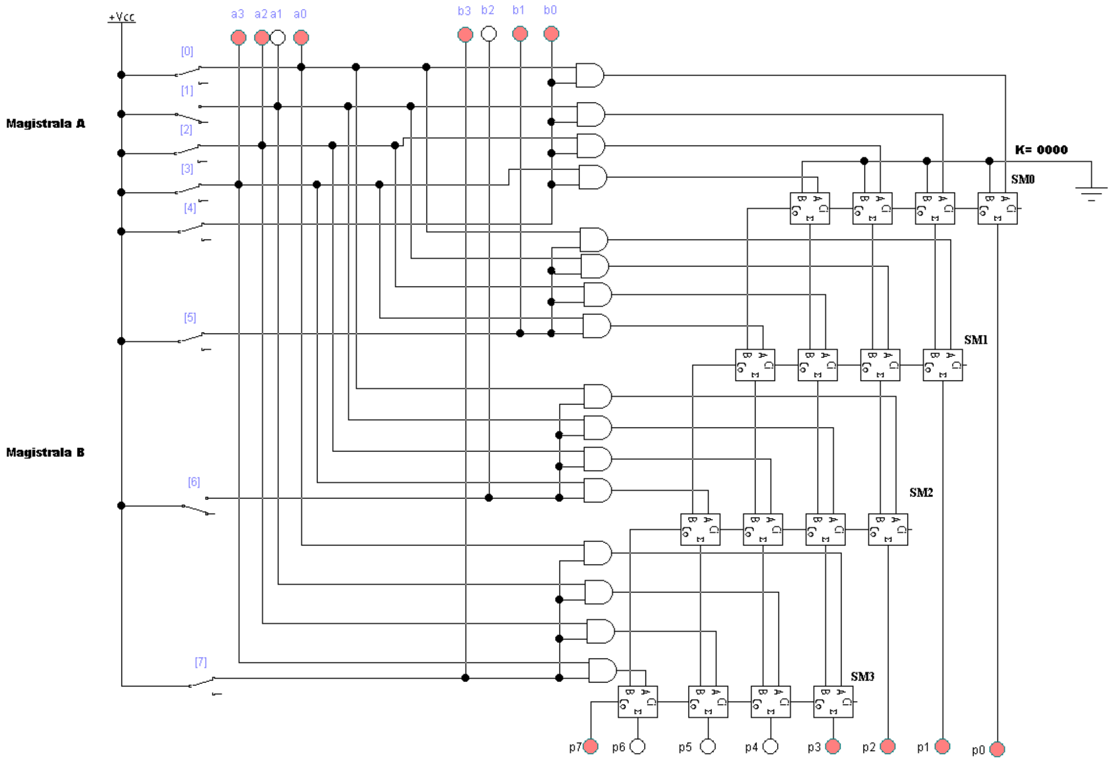

Fig. 3.32. Schema electrică a unității de înmulțire de ordinul patru.

În schema electrică a unității de înmulțire este prezentat rezultatul operației de înmulțire

$$\Pi(p_7, p_6, p_5, p_4, p_3, p_2, p_1, p_0) = A(a_3, a_2, a_1, a_0) \times B(b_3, b_2, b_1, b_0) =$$

$$= 1101_2 \times 1011_2 = 10001111_2.$$

Conform exemplului prezentat în fig. 3.32 în schema electrică sunt îndeplinite următoarele operații:

a) **Sumatorul SM0.** $\boldsymbol{b_0} = \mathbf{1}$ și la intrările sumatorului SM0 sunt aplicate numerele

$$A(a_3, a_2, a_1, a_0) + K_0(0, 0, 0, 0) = 1101_2 + 0000_2 = 01101_2;$$

b) **Sumatorul SM1.** $\boldsymbol{b_1} = \mathbf{1}$ și la intrările sumatorului SM1 sunt aplicate numerele

$A(a_3, a_2, a_1, a_0) + K_1(0, 1, 1, 0) = 1101_2 + 0110_2 = 10011_2;$

c) **Sumatorul SM2.** $\boldsymbol{b_2} = \mathbf{0}$ și la intrările sumatorului SM2 sunt aplicate numerele

$A(a_3, a_2, a_1, a_0) + K_2(1, 0, 0, 1) = 0000_2 + 1001_2 = 01001_2;$

d) **Sumatorul SM3.** $\boldsymbol{b_3} = \mathbf{1}$ și la intrările sumatorului SM3 sunt aplicate numerele

$A(a_3, a_2, a_1, a_0) + K_3(0, 1, 1, 0) = 1101_2 + 0110_2 = 10001_2.$

În final se obține $\Pi(p_7, p_6, p_5, p_4, p_3, p_2, p_1, p_0) = 10001111_2$