

SGU 511. Fermat's Last Theorem ^{*†}

张晴川

qzha536@aucklanduni.ac.nz

December 13, 2020

大意

给定 n, p , 求一组 $x^n + y^n = z^n$ 的 (模意义下的) 正整数解。保证 p 是素数。 t 组数据。

数据范围

- $3 \leq n \leq 10^6$
- $2 \leq p \leq 10^6$

题解

根据费马小定理, 首先判掉 $n \bmod (p-1) = 0$ 的情况。

由于是模意义下的, 可以把 x, y 同时除以 z , 于是不妨假设 $z = 1$ 。现在问题转化为解 $x^n + y^n = 1$ 。

根据原根的知识, 模 p 意义下最多有 $\frac{p-1}{\gcd(n, p-1)}$ 个不同的 n 次幂。

我们考虑从 1 到 $p-1$ 枚举 x 的值, 如果之前出现过 n 次幂等于 $p-1-x^n$, 就得到了一组解。如果已经出现了 $\frac{p-1}{\gcd(n, p-1)}$ 个值但是仍然没有找到答案, 那么输出无解。

虽然看上去很暴力, 但是大佬说 Frobenius 自同构在加法意义下有随机性, 于是复杂度类似生日悖论, 总之是可以过的。

复杂度

- 时间: $O(\text{玄学})$
- 空间: $O(\text{玄学})$

^{*}<https://codeforces.com/problemsets/acmsguru/problem/99999/511>

[†]更多内容请访问: <https://github.com/SamZhangQingChuan/Editorials>

代码

<https://gist.github.com/SamZhangQingChuan/b9211f97a5aaedfea8b10fce529aa4ab>