

AGC 005 D. K Perm Counting^{*†}

张晴川

qzha536@aucklanduni.ac.nz

December 13, 2020

大意

给定 $n, k (1 \leq n \leq 2000, 1 \leq k \leq n)$, 求有多少长度为 n 的置换满足对于所有位置都满足 $|a_i - i| \neq k$ 。

题解

考虑转化为二分图匹配计数。不能使用的边都形如 $(i, i + k)$ 或 $(i, i - k)$, 这些边构成了若干条链。

考虑容斥, 设 $dp[i]$ 表示在这些链中使用了 i 条禁止边, 计算方法是每个链的贡献做卷积。

每个链的贡献可以通过二维递推算出。

最后答案为:

$$\sum_{i=0}^n (-1)^i \times (n-i)! \times dp[i]$$

复杂度

- 时间: $O(n^2)$
- 空间: $O(n^2)$

代码

<https://atcoder.jp/contests/agc005/submissions/13698222>

^{*}https://atcoder.jp/contests/agc005/tasks/agc005_d

[†]更多内容请访问: <https://github.com/SamZhangQingChuan/Editorials>