

AGC 038 D. Unique Path^{*}

张晴川

qzha536@aucklanduni.ac.nz

December 13, 2020

大意

是否存在一个 $2 \leq N \leq 10^5$ 个点, $N-1 \leq M \leq \binom{N}{2}$ 条边的联通图满足 $Q \leq 10^5$ 个条件 (A_i, B_i, C_i) :

- $C_i = 0$, 那么 A_i 和 B_i 间存在唯一一条简单路径。
- $C_i = 1$, 那么 A_i 和 B_i 间存在多于一条简单路径。

题解

如果 $M = N - 1$, 那么任意两点只有一条简单路径。图存在当且仅当不存在 $C = 1$ 。

以下假设 $M \geq N$ 。

假设存在, 考虑删去所有非桥边, 那么现在图应该是若干棵树。对于 $C = 0$ 的 A, B 必须仍然联通吗, 对于 $C = 1$, 一定不连通。

现在考虑在树之间连边以满足 $C = 1$ 的要求。

注意到由于要求图是联通的, 一棵树最多只能有一个点向外连边 (想想为什么?)。现在把整个图做成基环树会用掉 N 条边, 这是下界。而上界是 $\binom{\text{cnt}}{2} + (n-1) - (\text{cnt}-1)$, 其中 cnt 表示树的数量。判断一下 M 是否在上下界之间即可。

复杂度

- 时间: $O(\text{并查集}(N+Q))$
- 空间: $O(N+Q)$

^{*}https://atcoder.jp/contests/agc038/tasks/agc038_d

[†]更多内容请访问: <https://github.com/SamZhangQingChuan/Editorials>

代码

<https://atcoder.jp/contests/agc038/submissions/13662351>