CF 980 F. Cactus to Tree *†

张晴川 qzha536@aucklanduni.ac.nz

December 13, 2020

大意

给一个 N 个点的仙人掌。对于每个点 i 单独考虑:删去仙人掌的一些边使得图变成树,在所有删边方式中,选取最小化 i 到叶子节点的最长距离的那种,求最小化的最长距离是多少。

数据范围

• $1 \le N \le 500,000$

题解

这题和求仙人掌直径采用类似的方法。

定义 down[i] 和 up[i] 分别表示从点 i 出发,往下最多要延伸多少以及向上要延伸多少。

我们考虑做两次 dfs。

第一次 dfs 中递归计算出所有点的 down[i] 值,并且对于每个环上的点,计算环上除根外其他点对它的 up[i] 的最大贡献。每个环有环长种破环方式,对于每个点都枚举断边显然太慢。但是注意到,我们可以选择断距离每个点最远的那条边,这一定是最优的,而此时其他点对于它的贡献和不断边是一样的,所以可以线性计算。

第二次 dfs 中,我们自上而下地求出每个点的 up[i] 的值。

最后每个点的答案就是 $\max(up[i], down[i])$

复杂度

时间: O(N)空间: O(N)

^{*}https://codeforces.com/contest/980/problem/F

[†]更多内容请访问: https://github.com/SamZhangQingChuan/Editorials

代码

https://gist.github.com/SamZhangQingChuan/e7f2de326178b4f8305a526d935be573