

SGU 286. Ancient decoration *†

张晴川

qzha536@aucklanduni.ac.nz

December 13, 2020

大意

给一个 N 个点, $N \times K/2$ 条边的简单图。选若干条边满足每个城市恰好被两条边覆盖。保证每个点的度数都为 K 且 K 是偶数。

数据范围

- $2 \leq N \leq 500$

题解

由于每个点度数都是偶数, 一定存在欧拉回路。首先求出欧拉回路, 我们把每条边按照欧拉回路上的边定向。现在每个点恰好有 $K/2$ 条出边和 $K/2$ 条入边。

把每个点拆成两个点。就可以得到一个正则二分图, 即每个点的度数都相等。根据 Hall 定理, 正则二分图一定有完美匹配。而通过一个完美匹配可以使每个点恰好有一条出边和一条入边, 满足题意。

用匈牙利求一个完美匹配即可。

复杂度

- 时间: $O(\text{欧拉回路} + \text{二分图匹配})$
- 空间: $O(N^2)$

代码

<https://gist.github.com/SamZhangQingChuan/d3e32dc037cb3be6b5a565feb8897520>

*<https://codeforces.com/problemsets/acmsguru/problem/99999/286>

†更多内容请访问: <https://github.com/SamZhangQingChuan/Editorials>