

CF 407 E. k-d-sequence^{*†}

张晴川

qzha536@aucklanduni.ac.nz

December 13, 2020

大意

定义一个数列是好的如果至多插入 K 个元素后，可以重排为一个公差为 D 的等差数列。

给一个长度为 N 的序列 $\{A_i\}$ ，并求出的最长的合法子段。

数据范围

- $1 \leq N \leq 200000$
- $0 \leq K \leq 200000$
- $0 \leq D \leq 10^9$

题解

首先特判掉 $D = 0$ 的情况。

如果两个数模 D 不相等，那么肯定不同时在解中，于是我们按照模 D 的值把数列切成若干极长段。现在假设所有值模 D 相等。

我们先把每个数 A_i 变为 $(A_i - A_i \bmod D)/D$ ，这样子就转化为了公差为 1 的问题。

因为最多可以插入 K 个新元素，不难发现一个子序列 $\{A_l, \dots, A_r\}$ 合法的条件是：

1. $(\max(A_l, \dots, A_r) - \min(A_l, \dots, A_r)) - (r - l) \leq K$
2. 不包含相同元素

我们先看如何满足第一个条件。固定 l 时，其实就是要满足 $\max - \min - r \leq K - l$ 。

^{*}<https://codeforces.com/problemset/problem/407/E>

[†]更多内容请访问：<https://github.com/SamZhangQingChuan/Editorials>

考虑用线段树维护 $\max - \min - r$ 的值，因为 r 恒等于下标，所以不需要维护。

\max 和 \min 类似，这里只讨论 \max 的维护方法。考虑从右到左枚举 l ，用一个单调（递增）栈维护最大值。如果当前值比某一段之前的 \max' 要大，那么就给对应区间加上 $(A_l - \max')$ ，并弹出栈顶元素。

现在考虑如何满足第二个条件，我们只需要在枚举的过程中维护一个 lim 表示合法的边界。每次求出 A_l 上一次的出现位置 A_i ，令 $lim := \min(lim, i - 1)$ 。

求出 $\{l, \dots, lim\}$ 中，最靠右的满足 $\max - \min - r \leq K - l$ 的位置即可。

复杂度

- 时间： $O(N \log(N))$
- 空间： $O(N)$

代码

<https://codeforces.com/contest/407/submission/86594521>