

# AGC 005 E. Sugigma: The Showdown<sup>\*†</sup>

张晴川

qzha536@aucklanduni.ac.nz

December 13, 2020

## 大意

给一个  $N$  个点的图，分别有  $N - 1$  条红边和  $N - 1$  条蓝边，各自构成一棵树。现在有一个小偷在点  $X$  和一个警察在点  $Y$ 。小偷只能走红边，警察只能走蓝边。现在两人交替移动，由小偷先行，每次移动时可以沿着自己的边走一步或者留着不动。小偷想最大化总步数，警察想最小化。问最优策略下的总步数是多少。如果无限大，输出  $-1$ 。

## 数据范围

- $2 \leq N \leq 200000$
- $X \neq Y$

## 题解

首先我们把整个图看成以  $Y$  为根的有根树配上一堆红边。

假设一条红边  $(u, v)$  在蓝树上的距离大于等于 3，并且小偷能成功到达  $u$  或  $v$  且不被抓到，那么小偷就可以视警察里哪头近而进行反复横跳，从而逍遥法外。

除去上述的边外，其他红边在蓝树上的距离都小于等于 2，这意味着要么是祖孙边，要么是父子边，要么是兄弟边。我们把这些边称为短边。

不难发现，小偷绝对不会走一条短边时走到比警察高的位置：因为最多只能从警察的儿子走到父亲，反正会被抓，不如不动。同时，也不会走到以警察为根的子树外面：因为只能走到兄弟。于是，（如果还没 win 的话），小偷任意时刻只会在警察的子树内移动。所以如果警察的策略是每次向小偷的子树走一步的话，永远视为警察永远不走废步。

首先考虑哪些点  $i$  是可以走到且到达后一步内不会被抓的。那么应该满足  $dis(X, i) < dis(Y, i)$ ，且  $X$  到  $i$  的路径上都不会被抓。如果能到无穷大的点就输出  $-1$ 。

---

<sup>\*</sup>[https://atcoder.jp/contests/agc005/tasks/agc005\\_e](https://atcoder.jp/contests/agc005/tasks/agc005_e)

<sup>†</sup>更多内容请访问：<https://github.com/SamZhangQingChuan/Editorials>

其次考虑哪些点  $i$  是可以走到但有可能一步内被抓的。那么应该满足  $dis(X, i) \leq dis(Y, i)$ ，且  $X$  到  $i$  的路径上都不会被抓（包括一步内）。答案只需要对所有这样的点的  $2 \times dis(Y, i)$  取最大值即可。

## 复杂度

- 时间：  $O(n)$
- 空间：  $O(n)$

## 代码

<https://atcoder.jp/contests/agc005/submissions/13999947>