

بسمه تعالی

سری هشتم تمرین‌ها : (مشتق گیری عددی و انتگرال گیری عددی)

۱. جدول داده‌های زیر را در نظر بگیرید:

x_i	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
$f(x_i)$	0.61	0.78	0.97	1.18	1.41

$f'(1.3)$ را بدست آورید.

(الف) با استفاده از رابطه تفاضل پیشرو دو نقطه‌ای

(ب) با استفاده از رابطه تفاضل پسرو دو نقطه‌ای

(ج) با استفاده از رابطه تفاضل مرکزی دو نقطه‌ای

۲. با استفاده از بسط سری تیلور، رابطه تفاضل پیشرو و پسرو چهار نقطه‌ای برای مشتق مرتبه دوم را بدست آورید.

۳. تقریبی از عدد π را با استفاده از انتگرال زیر بدست آورید

$$\pi = \int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx$$

(الف) با استفاده از روش دوزنقه‌ای با ۱۰ زیربازه

(ب) با استفاده از روش سیمپسون با ۱۰ زیربازه

(ج) با استفاده از روش نقطه میانی با ۱۰ زیربازه

در مقایسه با پاسخ دقیق انتگرال خطای هر کدام از سه روش فوق را تعیین کرده و نتیجه را مقایسه نمایید.

۴. تقریبی از انتگرال تابع زیر از $a = 0$ تا $b = 0.8$ و مقدار دقیق و تقریبی خطا را بدست آورید. (مقدار دقیق

انتگرال تابع برابر با 1.640533 است.)

(الف) با استفاده از روش دوزنقه‌ای مرکب با ۲ زیربازه

(ب) با استفاده از روش سیمپسون مرکب با ۴ زیربازه

$$f(x) = 0.2 + 25x - 200x^2 + 675x^3 - 900x^4 + 400x^5$$

تمرین ۱ MATLAB: با استفاده از نرم‌افزار Matlab برنامه‌ای بنویسید که با استفاده از (الف) رابطه تفاضل محدود

پیشرو دو نقطه‌ای (ب) رابطه تفاضل محدود پسرو دو نقطه‌ای و (ج) رابطه تفاضل محدود مرکزی دو نقطه‌ای مشتق

یک تابع را در نقطه دلخواه حساب کند. ورودی‌های این برنامه، تابع، نقطه مورد نظر و طول گام h می‌باشد.

(د) با استفاده از برنامه‌های قسمت‌های (الف) تا (ج)، مقدار تقریبی مشتق تابع $f(x) = \frac{x^2 + \sqrt{x} \cos x}{\sin x}$ را در

نقطه $x = 2$ و با طول گام $h = 0.02$ بدست آورید.

(ه) با استفاده از دستور diff در نرم‌افزار Matlab مشتق مرتبه اول تابع فوق را در نقطه $x = 2$ بدست آورده و

نتیجه را با نتیجه قسمت قبل مقایسه کنید.

راهنمایی: نحوه استفاده از دستور diff به صورت زیر است:

```
d = diff(x)
```

که $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ و $d = [(x_2 - x_1), (x_3 - x_2), \dots, (x_n - x_{n-1})]$ بنابراین نحوه محاسبه مشتق تابع

y با استفاده از دستور diff به صورت زیر است:

```
d = diff(y)./diff(x)
```

که مشتق مرتبه اول با رابطه تفاضل محدود پیشرو دو نقطه‌ای را بدست می‌دهد.

تمرین ۲ MATLAB: با استفاده از نرم‌افزار Matlab برنامه‌ای بنویسید که با استفاده از روش الف) دوزنقه‌ای و ب) سیمپسون $1/3$ انتگرال یک تابع را در بازه دلخواه حساب کند. ورودی‌های این برنامه، تابع، بازه مورد نظر و تعداد زیربازه‌ها می‌باشد.

ج) با استفاده از برنامه قسمت الف) مقدار تقریبی انتگرال $I = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^2 e^{-t^2} dt$ را با ۱۰۰ زیربازه بدست آورید.

د) با استفاده از برنامه قسمت ب) مقدار تقریبی انتگرال فوق را با ۱۰۰ زیربازه بدست آورید.

ه) با استفاده از دستور integral در نرم‌افزار Matlab انتگرال فوق را بدست آورده و نتیجه را با نتیجه قسمت ب) و ج) مقایسه کنید.

راهنمایی: نحوه استفاده از دستور integral به صورت زیر است:

```
I = integral(function,a,b)
```

که function تابع مورد نظر و a و b حدود انتگرال گیری هستند.