

Formulario para Métodos Numéricos I

Samantha Pérez Huerta

Marzo 2023

□ Definición: Sea f una función definida en un conjunto X de números reales. Entonces, f tendrá por límite L en x_0 , $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$, si dado cualquier $\mathcal{E} > 0$, existe otro número $\delta > 0$: $|f(x) - L| < \mathcal{E}$ siempre que $x \in X$ $0 < |x - x_0| < \delta$

□ Definición: Sea $f : x \rightarrow \mathbb{R}$ f es continua en x_0 si $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$. f es continua en x si lo es en cada $x \in X$.

□ Definición: Sea $\{x\}_{n=1}^{\infty}$ una sucesión de números reales. La sucesión converge a un número x (el límite) si $\forall \mathcal{E} > 0 \exists N(\mathcal{E})$ tal que $n > N(\mathcal{E})$ implica $|x_n - x| < \mathcal{E}$

◇ Teorema: Sea $f : x \rightarrow \mathbb{R}$ y $x_0 \in X$, los siguientes enunciados son equivalentes:

a) f es continua en x_0

b) Si $\{x\}_{n=1}^{\infty}$ es una sucesión en x y converge en x_0 $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x) = f(x_0)$

□ Definición: Si f es una función definida en un intervalo abierto que contiene a x_0 , entonces f será diferenciable en x_0 si:

$$f'(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

existe.

◇ Teorema: Si f es diferenciable en x_0 , entonces f es continua en x_0

◇ Teorema de Rolle: Supongamos que $f \in ([a, b])$ y que es diferenciable en (a, b) . Si $f(a) = f(b) = 0$, entonces existirá un número c en (a, b) con $f'(c) = 0$

◇ Teorema del valor medio: Si $f \in C([a, b])$ y f es diferenciable en (a, b) , entonces existirá un número c en (a, b) tal que:

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

(que representa la recta tangente)

◇ Teorema de valor extremo: Si $f \in C[a, b]$ entonces existirá $c_1, c_2 \in [a, b]$ con $f(c_1) \leq f(x) \leq f(c_2) \forall x \in [a, b]$. Si además f es diferenciable en (a, b) , los números c_1 y c_2 estarán ya sea en los extremos de $[a, b]$ o donde f' sea cero.