

Graphes & Applications

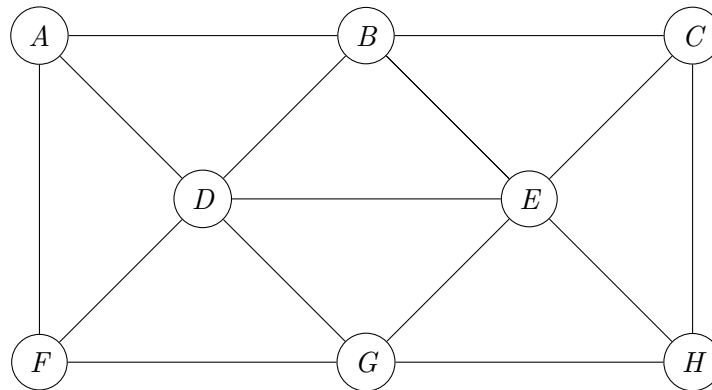
Série d'exercices 2 : Recherche de plus court chemin

Niveau : 4^{ème} année

Année Universitaire : 2024-2025

Exercice 1

On considère le réseau social décrit ci-dessous :



1. Déterminer le parcours de A vers H composé d'un nombre minimal de liens.
2. Déterminer le parcours de A vers H composé d'un nombre minimal de sommets.

Exercice 2

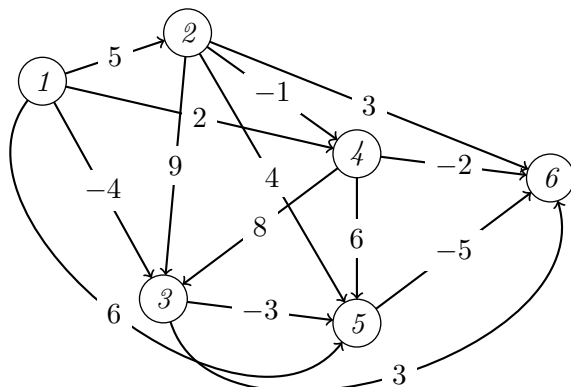
Une société offshore a besoin d'une voiture pour ses 5 années d'activités. Au début de sa première année ($t = 0$), la société achète une voiture neuve et au début de chaque année t , elle a la possibilité soit de la garder durant l'année $[t, t + 1[$ ou de la vendre au prix $v(i)$, où i est l'âge de la voiture au moment de la vente, et acheter une nouvelle au prix $p(t)$. À la fin de sa dernière année d'activités, la société revendra sa voiture sans en racheter d'autre. Le coût annuel de maintenance d'une voiture dépend de son âge i au début de chaque année t , et il est désigné par $m(i)$. Les valeurs $p(t)$, $v(i)$ et $m(i)$ étant supposées actualisées à la date t . L'objectif est de déterminer une politique qui permet à la société de bénéficier d'une voiture durant les 5 années de ses activités avec un coût global minimal.

1. Montrer que l'objectif revient à déterminer un plus court chemin entre deux sommets particuliers dans un graphe qu'on précisera.
2. Résoudre ce problème avec les données suivantes :

Age de la voiture i (ans) / Année t	0	1	2	3	4	5
Prix d'achat $p(t)$	22000	24000	25000	25000	26000	-
Prix de vente $v(i)$	-	19000	16000	12000	9000	5000
Coût annuel de maintenance $m(i)$	2000	3000	5000	6000	8000	-

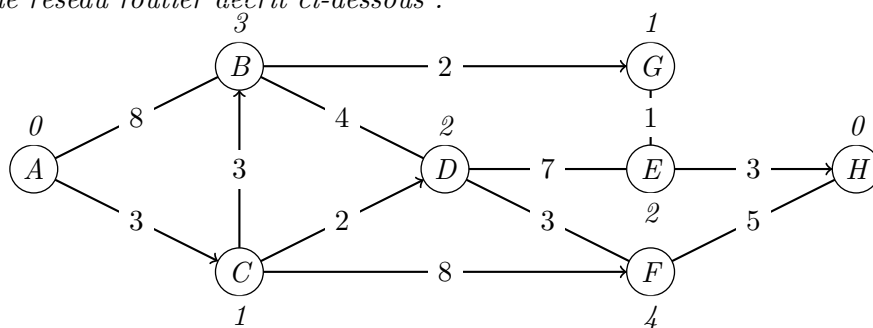
Exercice 3

Déterminer le plus court chemin entre le sommet (1) et tout autre sommet du graphe représenté ci-dessous.



Exercice 4

On considère le réseau routier décrit ci-dessous :



Dans ce graphe, les arcs représentent des tronçons de route à sens unique et les poids qui leurs sont associés représentent les temps de passage. Les arêtes représentent des tronçons de route à double sens et les poids qui leurs sont associés représentent les temps de passage (dans les deux sens). Les sommets représentent les carrefours du réseau routier et les poids qui leurs sont associés représentent les temps d'arrêt. L'objectif est de déterminer le parcours de durée minimale de A vers H.

1. Montrer que le problème revient à déterminer le plus court chemin dans un graphe orienté que l'on déterminera.
2. Déterminer alors le plus court chemin de A vers H.

Exercice 5

Appliquer l'algorithme de Floyd sur les deux graphes suivants.

