

### Задание 3. Алгоритмы безусловной нелинейной оптимизации. Методы первого и второго порядка

#### Цель

Применение методов первого и второго порядка (градиентный спуск, метод сопряженных градиентов, метод Ньютона и алгоритм Левенберга-Марквардта) в задачах безусловной нелинейной оптимизации (в частности, для аппроксимации экспериментальных данных).

#### Задачи и методы

Сгенерировать случайные значения  $\alpha \in (0,1)$  и  $\beta \in (0,1)$ . С использованием этих значений сгенерировать массив зашумленных данных  $\{x_k, y_k\}$  для  $k = 0, \dots, 1000$  по следующему правилу:

$$y_k = \alpha x_k + \beta + \delta_k, \quad x_k = \frac{k}{1000},$$

где  $\delta_k \sim N(0,1)$  – значения случайной величины со стандартным нормальным распределением. Используя полученные данные, найти аппроксимирующую линейной и рациональную функцию путем приближенной (с точностью  $\varepsilon = 0.001$ ) минимизации функционала (метод наименьших квадратов)

$$D(a, b) = \sum_{k=0}^{1000} (F(x_k, a, b) - y_k)^2,$$

где

1.  $F(x, a, b) = ax + b$  (линейная аппроксимирующая функция);
2.  $F(x, a, b) = \frac{a}{1+bx}$  (рациональная аппроксимирующая функция).

Для решения задачи минимизации использовать градиентный спуск, метод сопряженных градиентов, метод Ньютона и алгоритм Левенберга-Марквардта (можно использовать готовые реализации). При необходимости самостоятельно задать начальные приближения и прочие параметры методов. На графике (отдельно для каждого типа функции) изобразить массив данных и аппроксимирующие функции, полученные с помощью указанных методов численной оптимизации. Провести анализ полученных результатов в терминах количества необходимых итераций (готовые реализации методов обычно содержат эту информацию).

#### Комментарии

Используйте любой доступный вам язык программирования. Полученные выводы и графический материал должны быть информативными и корректными.

**Отчет должен представлять собой pdf-документ, в котором содержатся**

- номер задания и его тема, ваша группа, ваши имя и фамилия, дата отчета;
- код полученных программ, требуемые значения и графики, а также анализ полученных результатов.

**Отчеты должны быть отправлены на электронную почту [chunaev@itmo.ru](mailto:chunaev@itmo.ru) не позднее, чем через две недели после выдачи задания на русском языке. Используйте следующий формат для темы письма с отчетом: Задание №, Имя, Фамилия, Группа**