**ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ**

**МЕТОД МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ**

1. Для относительных приращений, приведенных в варианте задания данных (цены закрытия акций на ММВБ за период с 01.01.2015 по 01.09.2015 с периодичностью 1 день: файл «Данные», лист «Котировки»), выяснить целесообразность применения факторного анализа (проверить гипотезу о зависимости рассматриваемых факторов – относительных приращений котировок ценных бумаг).
2. Провести канонический факторный анализ методом максимального правдоподобия:
   1. Оценить максимально возможное число обобщенных факторов  модели канонического факторного анализа для заданного числа исходных признаков.
   2. Принять число обобщенных факторов .
   3. Используя итерационную процедуру метода максимального правдоподобия найти оценки матрицы факторных нагрузок и дисперсий характерных факторов для факторной модели (написать программу для итерационной процедуры в пакете MATHEMATICA).
   4. Проверить значимость полученной модели. Если гипотеза о значимости факторной модели отвергается, перейти к рассмотрению модели с числом факторов  и повторить пункт c). Процесс завершается, если гипотеза о значимости факторной модели принимается, либо число факторов  достигло максимально возможного значения .

Вне зависимости от того, построена ли значимая модель, или был достигнут потолок по числу факторов, для последней построенной модели оценить общности факторов (выделенные факторами дисперсии); доли дисперсий исходных признаков, объясняемые каждым обобщенным фактором и совокупностью обобщенных факторов; дисперсии характерных факторов, а также найти оценки значений факторов для всех наблюдений по методу Бартлетта и Томпсона. Произвести классификацию (если это возможно) обобщенных факторов, применив при необходимости вращение факторов.

**Задание 1.**

Посчитаем относительные приращения в Excel и выборочную дисперсию для каждого наблюдения . После импортируем полученный результат с помощью функции Import[].

*X=First[Import["import\_data.xlsx"]];*

*s2={};*

Воспользуемся критерием для проверки гипотезы о независимости компонент вектора . В случае получаем:

Вычислив получим: . Поправочный коэффициент в данном случае будет равен: . Таким образом, наблюдаемое значение статистики равно: . Достигнутый уровень значимости со степенями свободы в данном случае получается: Получаем, что гипотеза о независимоcти рассматриваемых факторов отвергается.

**Задание 2.**

Проведем канонический факторный анализ методом максимального правдоподобия.

Первоначально оценим максимально возможное число обобщенных факторов модели канонического факторного анализа для заданного числа исходных признаков. Так как число исходных признаков равно k = 7, то согласно условию:

получаем, что .

Используем итерационную процедуру метода максимального правдоподобия, чтобы найти оценки матрицы факторных нагрузок и дисперсий характерных факторов для факторной модели.

Идея итерационного процесса заключается в следующем. Задаем начальное приближением для . Можно взять, например, в качестве диагональных элементов величины , где наибольшая (по абсолютной величине) выборочная корреляция для i-го признака. Далее находим собственных чисел и собственных векторов матрицы упорядоченных по убыванию собственных чисел, нормируем их, использую условие и, соответственно, получаем первое приближение для матрицы факторных нагрузок . Далее находим следующее приближение для : . Итерационный процесс заканчивается тогда, когда очередное приближение матрицы мало отличается от предыдущего, то есть, если , где – заранее заданное число. В качестве нормы можно использовать, например, разность следов матриц.

Выполнив данную процедуру при m = 1 получим, что наблюдаемое значение статистики , число степеней свободы равняется 14. Получим что p уровень значимости равняется 0,1817.

Таким образом, принимаем нулевую гипотезу о значимости полученной модели.

Запишем полученную модель:

ξ1=α(1)1 f(1)+ϵ1

ξ2=α(1)2 f(1)+ϵ2

ξ3=α(1)3 f(1)+ϵ3

ξ4=α(1)4 f(1)+ϵ4

ξ5=α(1)5 f(1)+ϵ5

ξ6=α(1)6 f(1)+ϵ6

ξ7=α(1)7 f(1)+ϵ7

**Задание 3**

Для построенной модели оценим общность факторов (выделенные факторами дисперсии), доли дисперсий исходных признаков, объясняемые каждым обобщенным фактором и совокупностью обобщенных факторов, дисперсии характерных факторов, а также найти оценки значений факторов для всех наблюдений по методу Бартлетта и Томпсона.

В результате вычислений получим, что общность факторов равна 0.303.

Оценим доли дисперсии исходных признаков, объясняемые каждым обобщенным фактором представлены. Результаты представлены в таблице 1.

Таблица 1. Доли дисперсии исходных признаков объясняемые f(1)

|  |  |
| --- | --- |
| Исходные признаки | Доли дисперсии объясняемые f(1) |
| ξ1 | 0,22 |
| ξ2 | 0,21 |
| ξ3 | 0,63 |
| ξ4 | 0,31 |
| ξ5 | 0,00006 |
| ξ6 | 0,61 |
| ξ7 | 0,07 |

Оценим доли дисперсии характерных факторов, объясняемые каждым обобщенным фактором представлены. Результаты представлены в таблице 2.

Таблица 2. Доли дисперсии характерных факторов объясняемые f(1)

|  |  |
| --- | --- |
| Исходные признаки | Доли дисперсии характерных факторов объясняемые f(1) |
| ξ1 | 0,77 |
| ξ2 | 0,78 |
| ξ3 | 0,36 |
| ξ4 | 0,68 |
| ξ5 | 0,99 |
| ξ6 | 0,39 |
| ξ7 | 0,93 |

Оценим значение факторов модели по методу Барлетта. Запишем матрицу оценок значений факторов по следующей формуле:

.

Результат расчетов приведен на рисунке 1.

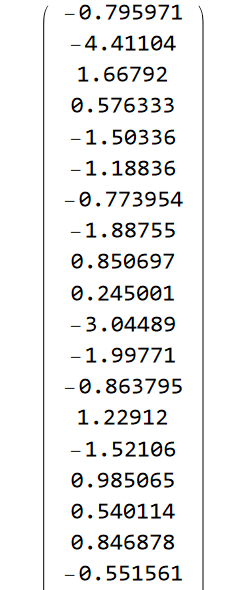


Рисунок 1 – Оценка значений факторов модели по методу Барлетта

Оценим значение факторов модели по методу Томсона. Запишем матрицу оценок значений факторов по следующей формуле:

.

Результат расчетов приведен на рисунке 2.

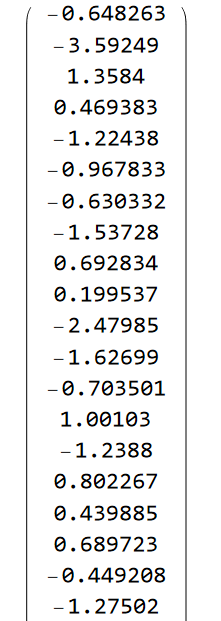


Рисунок 2 – Оценка значений факторов модели по методу Томсона