

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Инженерная школа ядерных технологий
Направление: Прикладная математика и информатика
Отделение экспериментальной физики

Отчет по лабораторной работе №2
Динамические звенья второго порядка
по дисциплине
«Теория управления»

Выполнил:

Студент группы _____ Саматов Д. С.
ОВ01

Проверил:

Доцент ОИТ _____ Шипуля М. А.

Томск 2023

Целью лабораторной работы является исследование переходных процессов, вызванных ступенчатым воздействием в динамических звеньях второго порядка, определение характера переходных процессов, типа корней характеристического уравнения и устойчивости звеньев.

Программа работы

1. Создать в окне Simulink-модели **схему моделирования** динамического звена второго порядка, изображенную на рис. 4.2.1. Коэффициент передачи интегратора $K_{инт}$ задать 1, (10 либо 100).

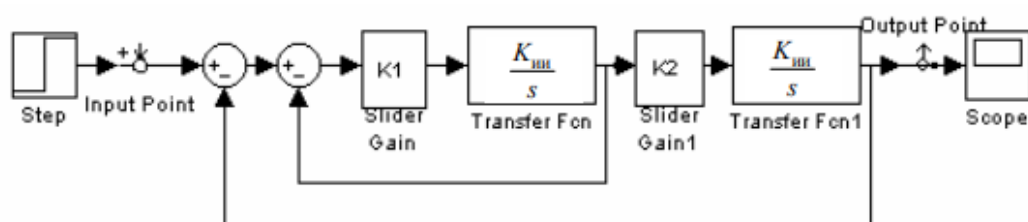


Рис. 4.2.1. Схема моделирования динамического звена второго порядка

1.1. Пользуясь правилами структурных преобразований, для данной схемы получить выражения передаточной функции, характеристического уравнения и его коэффициентов d_0 , d_1 , d_2 .

1.2. Используя условия из табл. 4.2.1, рассчитать диапазон изменения коэффициента K_2 , в котором переходный процесс является сходящимся аperiodическим.

1.3. Проверить результаты расчета K_2 на модели и привести график переходного процесса в отчет.

1.4. Пронаблюдать и зарисовать переходные процессы для двух значений K_2 , для которых корни характеристического уравнения являются левыми комплексными (см. табл. 4.2.1).

1.5. Для пп. 1.3, 1.4 определить характер переходного процесса, тип звена и его устойчивость.

1.6. Создать в окне Simulink-модели схему моделирования, изображенную на рис. 4.2.2.

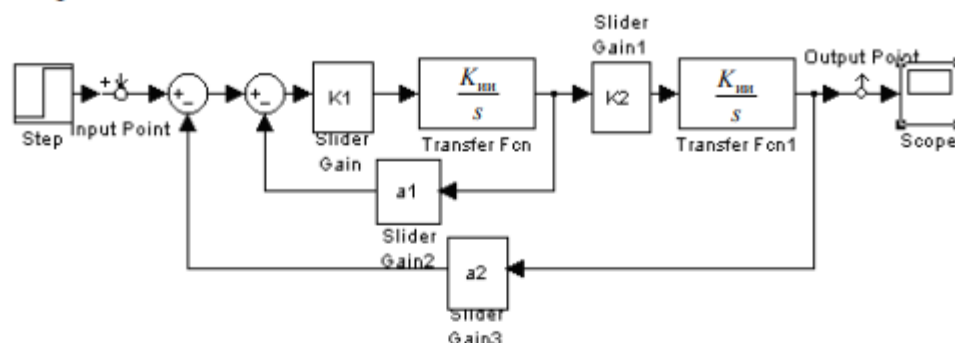


Рис. 4.2.2. Схема моделирования динамического звена второго порядка с коэффициентами обратной связи a_1, a_2

2.1. Для данной схемы выполнить п. 1.1.

2.2. Пользуясь условиями табл. 4.2.1, рассчитать значение коэффициента обратной связи a_1 при котором корни характеристического уравнения звена мнимые $s_{1,2} = \pm j\beta$ (располагаются на мнимой оси комплексной плоскости), а переходный процесс в звене имеет **незатухающий колебательный характер с постоянной амплитудой и частотой**.

2.3. Проверить результат на модели, зарисовать переходный процесс, получить корни и определить характер переходного процесса, тип звена и его устойчивость.

2.3. Убедиться в том, что при значениях a_1 , выбранных из диапазона от 0 до 1, переходные процессы являются сходящимися; а выбранных из диапазона от 0 до -1 – расходящимися.

2.4. Зарисовать по одному графику переходного процесса для каждого диапазона a_1 , получить корни и определить характер переходного процесса, тип звена и его устойчивость.

2.5. Провести исследование влияния коэффициента обратной связи a_2 на коэффициент передачи звена второго порядка K , изменяя a_2 в диапазоне от 0 до 1, при $a_1 > 0$.

2.6. Зарисовать графики переходного процесса для двух значений a_2 , определить корни характеристического уравнения и оценить влияние a_2 на корни характеристического уравнения и на коэффициент передачи звена K .

2.7. Используя выражение передаточной функции, доказать влияние a_2 на коэффициент передачи звена K .

Ход работы

1. Создание модели, рис. 1.

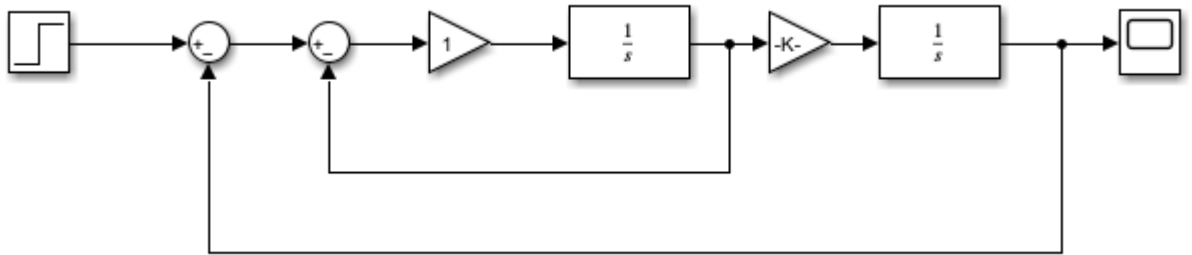


Рисунок 1 – Схема моделирования динамического звена второго порядка

2. Пользуясь правилами структурных преобразований, получаем выражение для передаточной функции звена:

$$W(s) = \frac{K_1 K_{\text{ии}}^2 K_2}{K_1 K_{\text{ии}}^2 K_2 + s^2 + K_1 K_{\text{ии}} s}$$

Приравняв знаменатель $W(s)$ к нулю, получаем характеристическое уравнение:

$$K_1 K_{\text{ии}}^2 K_2 + s^2 + K_1 K_{\text{ии}} s = 0$$

Коэффициенты характеристического уравнения равны:

$$d_0 = 1$$

$$d_1 = K_1 K_{\text{ии}}$$

$$d_2 = K_1 K_{\text{ии}}^2 K_2$$

3. Переходный процесс будет сходящимся аperiodическим при выполнении условий:

$$d_1 > 0, d_2 > 0, d_1^2 - 4d_0d_2 \geq 0$$

При выполнении данных условий корни характеристического уравнения получаются левыми вещественными.

Подставив значения коэффициентов характеристического уравнения, получаем диапазон изменения коэффициента K_2 , при котором переходный процесс будет сходящимся аperiodическим:

$$1 - 4K_2 \geq 0$$

$$0 < K_2 \leq \frac{1}{4}$$

4. Проверяем результаты расчета K_2 на модели звена. Выбираем значение K_2 из рассчитанного диапазона и два значения K_2 вне диапазона. Графики переходных процессов приведены на рис.2.

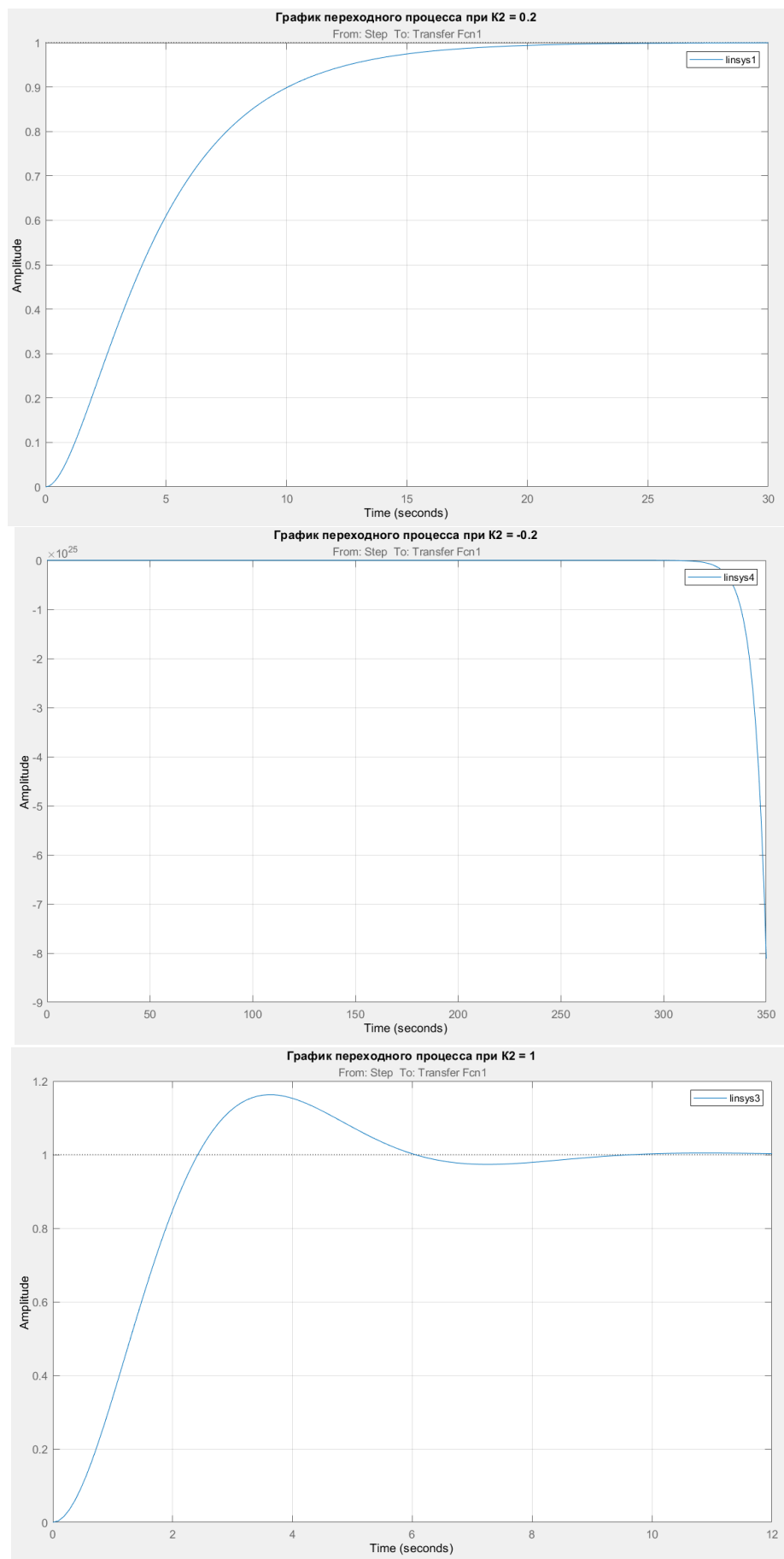


Рисунок 2 – Графики переходных процессов при различных значениях K_2

Из рис.2 видно, что только при $K_2 = 0,2$ (из рассчитанного диапазона) переходный процесс получается сходящимся аperiodическим. При $K_2 < 0$ он расходящийся, при $K_2 = 1$ – колебательный затухающий.

5. Переходный процесс будет колебательным затухающим при выполнении условий:

$$d_1 > 0, d_2 > 0, d_1^2 - 4d_0d_2 < 0$$

При этом корни характеристического уравнения получаются комплексными сопряженными с отрицательной вещественной частью.

При рассчитанных коэффициентах условие будет выглядеть следующим образом:

$$K_2 > \frac{1}{4}$$

На рис.3 приведены переходные процессы на выходе звена при $K_2 = 1$ и $K_2 = 10$.

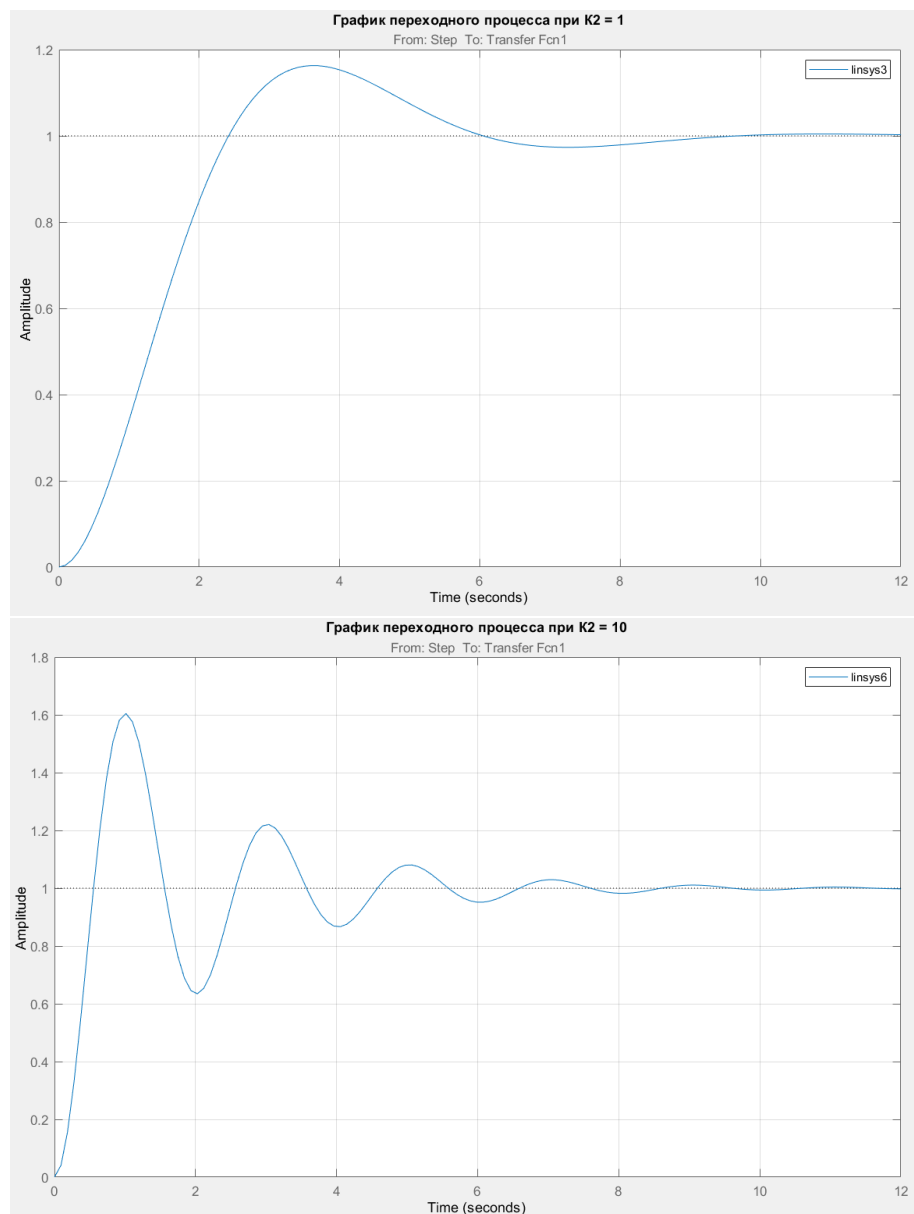


Рисунок 3 – Графики переходных процессов при различных значениях K_2

Таким образом, при $0 < K_2 \leq \frac{1}{4}$, например, при $K_2 = 0.2$, характер переходного процесса – аperiodический, тип звена – аperiodическое второго порядка, устойчивое.

При $K_2 > \frac{1}{4}$, например, при $K_2 = 10$, характер переходного процесса – периодический, тип звена – колебательное, устойчивое.

5. Создадим в окне программы MatLab-Simulink схему моделирования динамического звена второго порядка, приведенную на рис.4.

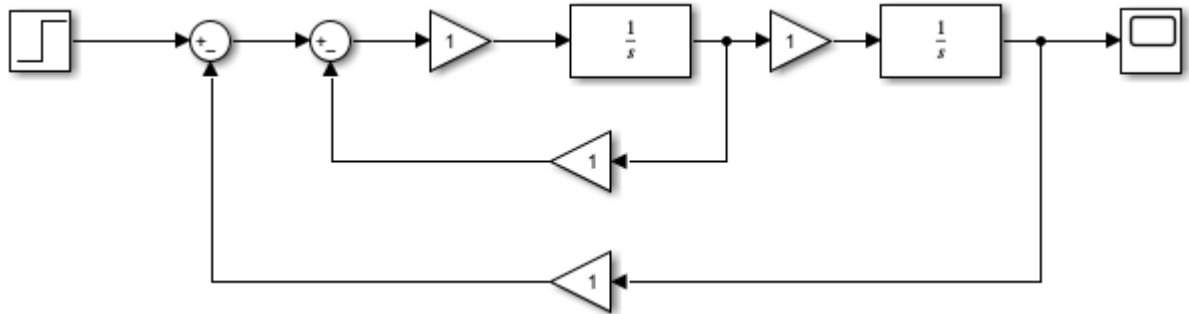


Рисунок 4 – Схема моделирования динамического звена второго порядка

6. Пользуясь правилами структурных преобразований, получаем выражение для передаточной функции звена:

$$W(s) = \frac{K_{\text{ии}}^2 K_1 K_2}{s^2 + a_1 K_{\text{ии}} K_1 s + a_2 K_{\text{ии}}^2 K_1 K_2}$$

Приравняв знаменатель $W(s)$ к нулю, получаем характеристическое уравнение:

$$s^2 + a_1 K_{\text{ии}} K_1 s + a_2 K_{\text{ии}}^2 K_1 K_2 = 0$$

Коэффициенты характеристического уравнения равны:

$$d_0 = 1$$

$$d_1 = a_1 K_1 K_{\text{ии}}$$

$$d_2 = a_2 K_1 K_{\text{ии}}^2 K_2$$

Переходный процесс будет незатухающим колебательным с постоянной амплитудой и частотой при выполнении условий:

$$d_1 = 0, d_2 > 0$$

При выполнении данных условий корни характеристического уравнения получаются комплексными сопряженными с нулевой вещественной частью.

Подставив значения коэффициентов характеристического уравнения, получаем:

$$a_1 = 0, a_2 K_2 > 0$$

7. Проверяем результат на модели звена рис.4 при $a_1 = 0, a_2 = K_2 = 1$. График переходного процесса изображен на рис.5.

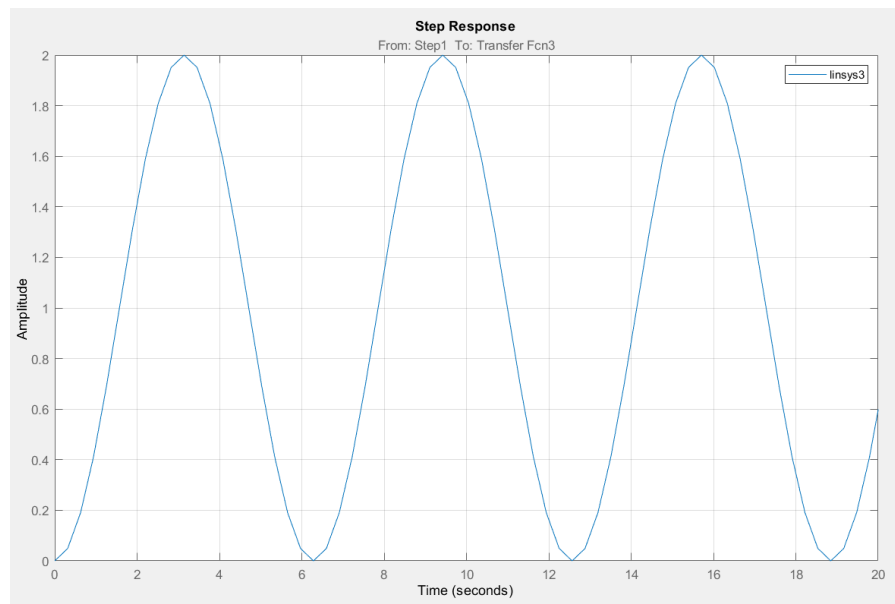


Рисунок 5 – График незатухающего колебательного переходного процесса

При этом корни характеристического уравнения получаются равными:

$$s_{1,2} = \pm i 1$$

Характер переходного процесса – незатухающий колебательный с постоянной амплитудой и частотой, тип звена – консервативное, нейтральное (находится на границе устойчивости).

8. Устанавливаем значение коэффициента a_1 из диапазона от 0 до 1 (например, $a_1 = 0,1$). График переходного процесса приведен на рис.6.

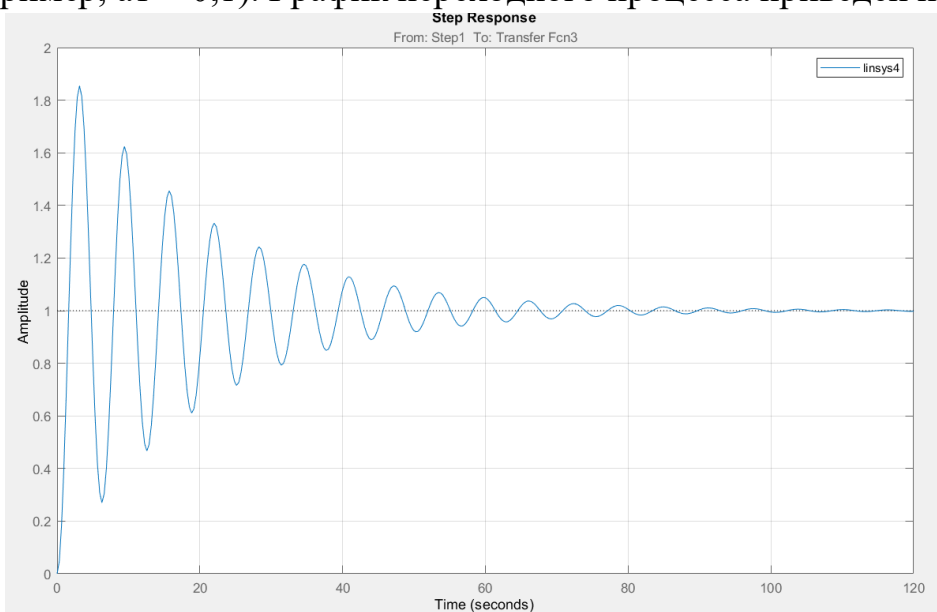


Рисунок 6 – График колебательного переходного процесса при $a_1 = 0.1$

Определяем корни характеристического уравнения:

```
>> roots([1 0.1 1])

ans =

    -0.0500 + 0.9987i
    -0.0500 - 0.9987i
```

Корни комплексные сопряженные с отрицательной вещественной частью. Характер переходного процесса – затухающий периодический, тип звена – колебательное, устойчивое.

9. Устанавливаем значение коэффициента a_1 из диапазона от 0 до -1 (например, $a_1 = -0,1$). В этом случае отрицательная обратная связь становится положительной. График переходного процесса приведен на рис.7.

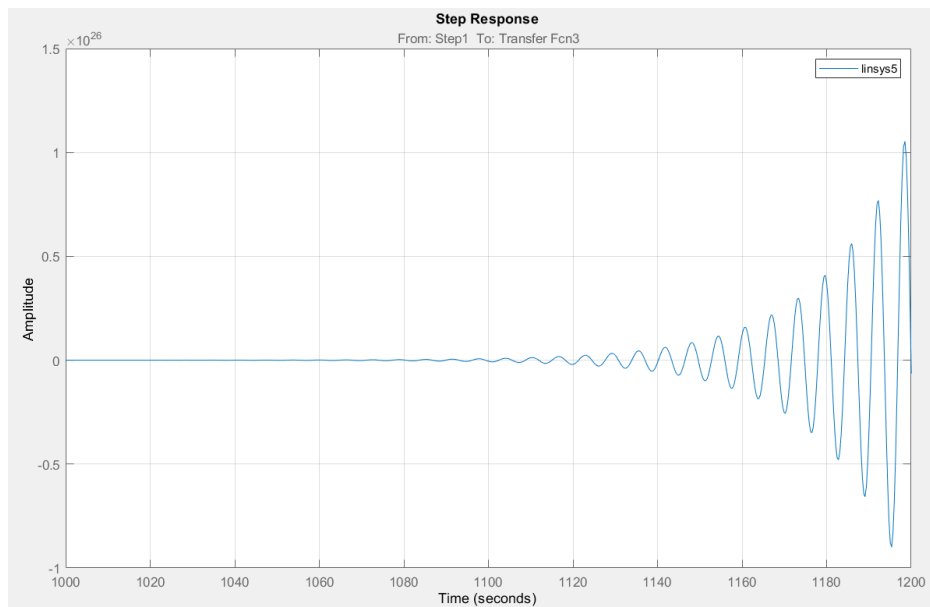


Рисунок 7 – График колебательного переходного процесса при $a_1 = -0,1$

Определяем корни характеристического уравнения.

```
>> roots([1 -0.1 1])

ans =

    0.0500 + 0.9987i
    0.0500 - 0.9987i
```

Корни комплексные сопряженные с положительной вещественной частью. Характер переходного процесса – расходящийся периодический, тип звена – колебательное, неустойчивое.

10.Примем $a_1 = 0,1$. Исследуем влияние коэффициента a_2 на общий коэффициент передачи звена. Устанавливаем значение коэффициента $a_2 = 0,1$. График переходного процесса приведен на рис.8.

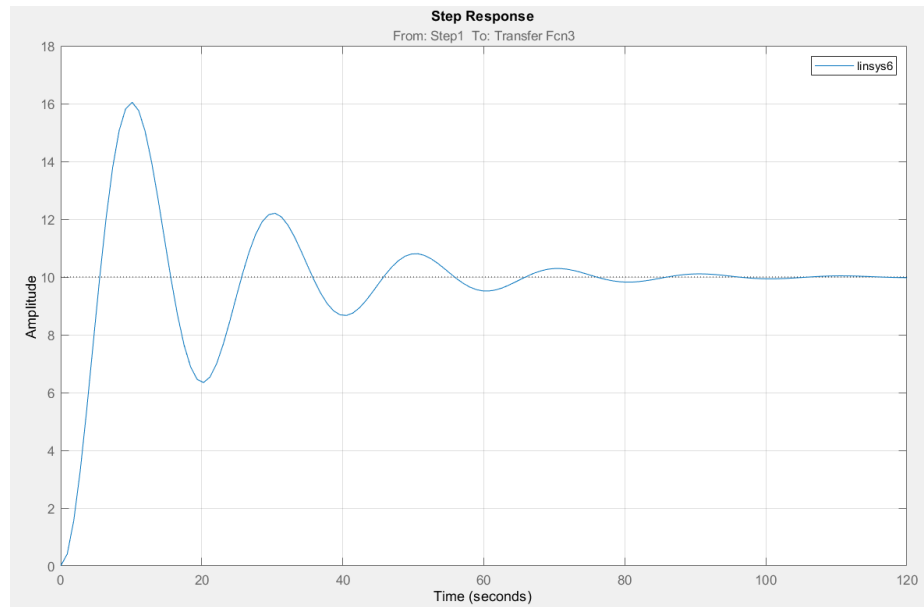


Рисунок 8 – График колебательного переходного процесса при $a_2 = 0,1$

Установившееся значение выходной величины равно 10, следовательно, общий коэффициент передачи звена $K = 10$. Находим корни характеристического уравнения.

```
>> roots([1 0.1 0.1])
```

```
ans =
```

```
-0.0500 + 0.3122i
```

```
-0.0500 - 0.3122i
```

Корни комплексные сопряженные с отрицательной вещественной частью.

11.Устанавливаем значение коэффициента $a_2 = 0,5$. График переходного процесса приведен на рис.9.

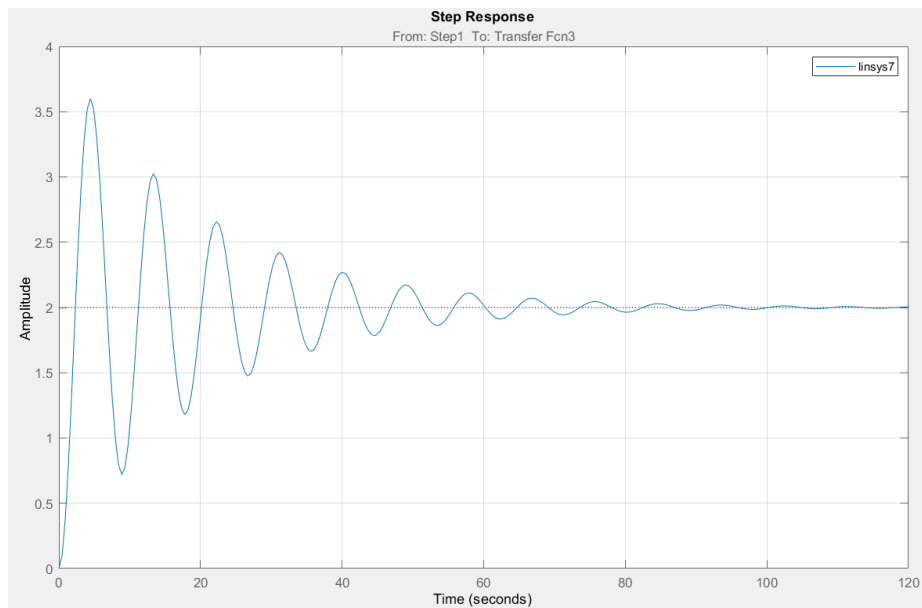


Рисунок 9 – График колебательного переходного процесса при $a_2 = 0,5$

Установившееся значение выходной величины в этом случае равно 2, следовательно, общий коэффициент передачи звена $K = 2$. Находим корни характеристического уравнения.

```
>> roots([1 0.1 0.5])

ans =

-0.0500 + 0.7053i
-0.0500 - 0.7053i
```

Корни комплексные сопряженные с отрицательной вещественной частью.

12.Анализируем результаты. При увеличении коэффициента передачи обратной связи a_2 :

- в пропорциональное число раз уменьшается общий коэффициент передачи звена;

увеличивается мнимая часть корней характеристического уравнения.

13.Используя выражение для передаточной функции звена, покажем, как связан коэффициент передачи звена K с коэффициентом обратной связи a_2 . Преобразуем выражение для передаточной функции:

$$W(s) = \frac{\frac{1}{a_2}}{\frac{s^2}{K_{\text{ии}}^2 K_1 K_2 a_2} + a_1 \frac{s}{K_2 K_{\text{ии}} a_2} + 1}$$

Общий коэффициент передачи звена K при единичном входном воздействии определяется по выражению передаточной функции $W(s)$ при $s = 0$:

$$K = W(0) = \frac{1}{a_2}$$

Таким образом, коэффициенты K и a_2 связаны обратной пропорциональной зависимостью.

Вывод

В результате выполнения лабораторной работы:

1. изучено влияние коэффициента передачи K_2 прямой цепи на характер переходного процесса в схеме динамического звена второго порядка; величина K_2 определяет характер переходного процесса в звене – аperiodический, колебательный, расходящийся;
2. изучено влияние коэффициента передачи обратной цепи a_1 на характер переходного процесса в схеме динамического звена второго порядка; величина a_1 определяет характер переходного процесса в звене – колебательный с постоянной амплитудой и частотой, расходящийся колебательный, сходящийся колебательный (см. рис.5-7);
3. изучено влияние коэффициента передачи обратной цепи a_2 на общий коэффициент передачи K в схеме динамического звена второго порядка; величина a_2 определяет установившееся значение выходной величины, зависимость обратная пропорциональная (см. рис.8 и рис.9);
4. результаты расчетов проверены на моделях звена второго порядка, построенных в программе MatLab-Simulink.