

Transformata Fouriera

Wednesday, 31 January 2024

16:33

Antogonalna baza

$1, \sin x, \sin 2x, \dots, \cos x, \cos 2x, \dots$ na przedziale $[-\pi, \pi]$

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos kx + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin kx$$

$$a_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos kx$$

$$b_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin kx$$

Transformata Fouriera

$$\hat{f}(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-2\pi i x \xi}$$

Jak istotna jest
część okresowa ξ

$$= \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cos(2\pi x \cdot \xi) - i \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \sin(2\pi x \cdot \xi)$$

Dyskretna transformata Fouriera

Wybieramy N punktów i w nich ewaluujemy

$$\omega = e^{-2\pi i \cdot \frac{1}{N}} \quad \text{częstotliwość } \frac{1}{N}$$

$$\hat{f}\left(\frac{j}{N}\right) = \sum_{k=0}^{N-1} f(k) e^{-2\pi i \cdot \frac{k}{N}}$$

$$\hat{a}_j = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \omega^{jk}$$

Zamieniamy ciąg wartości $f(0), \dots, f(N-1)$

na ciąg wartości transformaty $\hat{f}(0), \hat{f}(\frac{1}{N}), \dots, \hat{f}(\frac{N-1}{N})$