

Różniczkowanie i Całkowanie

Wednesday, 31 January 2024

15:57

Długość krzywej

$$\Gamma = (x(t), y(t))$$

$$d(\Gamma) = \int_t \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2} dt$$

Kwadratura

Mamy wartości funkcji w kilku punktach, chcemy pole

Zamknięte - bierzemy wartości w węzłach

Otwarte - bierzemy wartości w środku przedziału

Metoda prostokątów

$$\int_a^b f = (b-a) f\left(\frac{a+b}{2}\right) \quad O((b-a)^3)$$

Metoda trapezów

$$\int_a^b f = (b-a) \frac{f(b) + f(a)}{2} \quad O((b-a)^3)$$

Metoda Simpsona

$$\int_a^b f = \frac{b-a}{6} \left(f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right) \quad O((b-a)^5)$$

Metoda Simpsona $\frac{3}{8}$

$$\int_a^b f = \frac{b-a}{8} \left(f(a) + 3f\left(\frac{2a+b}{3}\right) + 3f\left(\frac{a+2b}{3}\right) + f(b) \right)$$

Różniczkowanie

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad O(h)$$

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} \quad O(h^2)$$

Z wzoru Taylora

$$f''(x) = \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2}$$