Model wzrostu Domara

Wednesday, 4 June 2025 00:34

Model rozpatrujący długoterminowe analizy gospodarki w których zmiany wielkości kapitału mają znaczenie

$\dot{Y}^D(t) = m_I \cdot \dot{I}(t)$

Przyrost zagregowanego popytu jest uzależniony od przyrostu inwestycji oraz mnożnika inwestycyjnego m_I. Równoważne z def. m_I w modelu mnożnikowym Keynesa

$Y^S(t) = \kappa K(t)$

Zagregowana podaż zależy od kapitału K i produktywności kapitału κ.

$v_K \equiv \frac{K(t)}{Y^S(t)} = \frac{1}{\kappa}$ - "kapitałochłonność"

Przyjmujemy $v_K > 1$, zatem $\kappa \in (0,1)$

$\dot{K}(t) = I(t)$ - kapitał wzrasta poprzez inwestycje

$Y_0 = Y_0^S = Y_0^D$ – na początku gospodarka jest zrównoważona

Problem ostrza noża

$\frac{\dot{I}(t)}{I(t)} = \iota$ oraz $I(0) = I_0$ gdzie ι to stopa wzrostu inwestycji

$I(t) = I_0 \cdot e^{t\iota}$ całkując powyższe stronami i przekształcając

$\dot{Y}^D(t) = m_I \cdot \frac{d}{dt}\left(I_0 e^{t\iota}\right) = m_I I_0 \iota \cdot e^{t\iota}$ - wzrost popytu

$Y^D(t) = m_I I_0 e^{\iota t} + Y_0 - I_0 m_I$ - popyt w czasie

$\dot{K}(t) = I_0 e^{\iota t}$ - Wzrost kapitału jest równy inwestycjom

$K(t) = \frac{I_0}{\iota} e^{\iota t} + \frac{Y_0}{\kappa} - \frac{I_0}{\iota}$ - po scałkowaniu i znalezieniu C

$Y^S(t) = \kappa \frac{I_0}{\iota} e^{\iota t} + Y_0 - \kappa \frac{I_0}{\iota}$ - podaż zależy od kapitału

Niech $D(t) = Y^S(t) - Y^D(t)$

$D(t) \overset{\vee}{=} I_0\left(\frac{\kappa}{\iota} - m_I\right)\left(e^{\iota t} - 1\right)$ - nadwyżka podaży nad popytem

Zatem gospodarka jest w równowadze tylko wtedy jeśli:

$\iota = \frac{\kappa}{m_I}$

Co więcej, jeśli na nadwyżkę podaży nad popytem, inwestycje się zmniejszą, to problem się pogłębi