

## 6 - Ciało skończone ma $p^k$ elementów

Wednesday, 19 June 2024

20:19

### Charakterystyka ciała

$$C: \underbrace{1+1+\dots+1}_C = 0$$

Charakterystyka ciała skończonego jest liczbą pierwszą:

$$\text{Zał. } c = a \cdot b. \text{ Wtedy } \underbrace{(1+\dots+1)_a + (1+\dots+1)_a + \dots + (1+\dots+1)_a}_{a} = 0$$

Zatem  $0 = a \cdot b$ , więc istnieją dzielniki  $0$ .

Ciało skończone  $\mathbb{F}$  ma  $p^k$  elementów

Niech  $p$  to charakterystyka ciała.

Mozemy wprowadzić mnożenie przez element  $\mathbb{Z}_p$ :

$$aX = \underbrace{X+X+\dots+X}_a \in \mathbb{F}$$

Zatem  $\mathbb{F}$  to przestrzeń wektorowa nad  $\mathbb{Z}_p$ .

Ma jakiś wymiar:  $k$ , zatem  $|\mathbb{F}| = p^k$ .  $\square$