Optymalizacja z ograniczeniami

Wednesday, 31 January 2024 15:09

Problem

$f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ zminimalizować

przy założeniu $g_i(\vec{x}) = 0$

Mnożniki Lagrange'a

$$f_\lambda(\vec{x}, \vec{\lambda}) = f(\vec{x}) - \sum_i \lambda_i \cdot g_i(x_i)$$

Ekstrema warunkowe f: $\nabla f_\lambda = 0$

Programowanie liniowe

Zminimalizować $f(\vec{x}) = c^T \vec{x}$

przy założeniach $A\vec{x} \leqslant b$ $\vec{x} \geqslant 0$

Obszar dopuszczalny: (hiper) wielościan wypukły

Rozwiązanie optymalne leży w jakimś wierzchołku.

Simplex

- Zaczynamy w dowolnym wierzchołku
- Idziemy do sąsiedniego lepszego

KKT Twierdzenie Karusha-Kuhna-Tuckera

x^* jest minimum funkcji f z ograniczeniami równościowymi g_i oraz nierównościowymi h_i to:

$$\nabla f(x^*) - \sum_i \lambda_i \nabla g_i(x^*) - \sum_i \mu_i h_i(x^*) = 0$$

$$g_i(x^*) = 0, \quad h_i(x^*) = 0$$

$$\mu_i h_i(x^*) = 0$$

$$\mu_i \geqslant 0$$

2D LP

- Utrzymujemy przecięcie półpłaszczyzn i optymalny wierzchołek
- Jeśli w nowym ograniczeniu zawiera się optimum to zostaje.
- Jeśli nie, to na nowej prostej w naszym obszarze jest minimum