

# 基于粒子群和模拟退火算法的混合算法研究

吕 丹<sup>1,2</sup>, 童创明<sup>1,2</sup>, 钟卫军<sup>1,2</sup>

(1. 空军工程大学 导弹学院, 陕西 三原 713800; 2. 毫米波国家重点实验室, 江苏 南京 210096)

**摘 要**: 在标准粒子群优化算法的基础上给出了一种改进策略, 利用混沌变量的随机性、遍历性、规律性对粒子群进行初始化选择。同时为了增加粒子多样性又不流失适值较好的粒子, 在一定的周期内对所有粒子重新进行有选择的初始化, 并对除了种群最优之外对应的所有个体最优变异。计算结果表明, 改进的粒子群算法提高了收敛精度和速度, 但是个别函数寻优失败。将改进的粒子群算法结合模拟退火算法再次计算了测试函数, 结果表明, 改进的混合算法可以达到目标函数的全局最优值。

**关键词**: 粒子群优化算法; 混沌; 变异; 模拟退火算法; 混合算法

中图分类号: TP301 文献标识码: A 文章编号: 1000-7024 (2011) 02-0663-04

## Study on hybrid algorithm based on particle swarm optimization and simulated annealing algorithm

LÜ Dan<sup>1,2</sup>, TONG Chuang-ming<sup>1,2</sup>, ZHONG Wei-jun<sup>1,2</sup>

(1. Institute of Missile, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, China;

2. State Key Lab of Millimeter Waves, Nanjing 210096, China)

**Abstract**: An improved method is derived from the standard particle swarm optimization. Firstly, the particles are initialized by chaos technique which is ergodic, stochastic and regular. To enhance the diversity and to hold the better particles, all the particles are initialized selectively again for a period of time. Finally, all the individual best positions except the index of global best position are mutated. The results show that convergence speed and accuracy of algorithm are enhanced by the improved particle swarm optimization. But it is impossible to find the best positions of some functions. Then test functions are calculated again by a hybrid algorithm based on improved particle swarm optimization and simulated annealing algorithm, and the results show that the global optimal solution is achieved by the hybrid algorithm.

**Key words**: particle swarm optimization; chaos; mutation; simulated annealing algorithm; hybrid algorithm

## 0 引 言

粒子群优化(particle swarm optimization, PSO)算法的概念比较清晰, 过程简单, 涉及的计算参数比较少, 所需粒子数不多, 比较容易实现。但是它也有缺陷, 比如容易早熟, 收敛速度慢, 容易陷入局部最优等。对 PSO 算法的改进大致归为两类: 一类是在基本的算法基础上通过增加某些策略改进其基本算法的性能; 另一类则是将 PSO 算法与其它的优化算法混合而形成一种混合算法。

Shi 提出了模糊自适应 PSO 算法<sup>[2]</sup>, Clerc 提出用压缩因子方法帮助算法收敛<sup>[3]</sup>, Angeling 提出运用选择机制来增加适应值高的粒子数量以提高算法收敛性<sup>[4]</sup>等。混合运用多种智能

算法可以取长补短, 加快收敛速度的同时有效的避免早熟问题。文献[5]中首先对粒子群基本算法提出了一些改进措施, 然后与模拟退火(simulated annealing, SA)算法相结合。在此启发下, 文中给出了一种更进一步的改进 PSO 算法, 不仅生成了性能较好的粒子作为初始种群, 又间隔性的增强了粒子多样性。采用改进算法仿真计算了几个测试函数, 通过比较发现单独采用 PSO 算法虽然能有效地找到一些函数的全局最优值, 但是对于复杂函数仍然不能寻优成功。设置好 SA 算法的关键参数, 将改进的 PSO 与 SA 算法相结合, 采用混合算法继续对函数进行寻优。结果表明成功收敛到全局最优值, 而且改进方案获得了更高的收敛精度和更快的收敛速度。

收稿日期: 2010-02-11; 修订日期: 2010-09-07。

基金项目: 毫米波国家重点实验室基金项目 (K200907)。

作者简介: 吕丹 (1981 -), 女, 陕西柞水人, 博士研究生, 研究方向为电磁散射与辐射; 童创明 (1964 -), 男, 湖北黄冈人, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为电磁散射与辐射、计算电磁学; 钟卫军 (1983 -), 男, 浙江衢州人, 博士研究生, 研究方向为电磁成像、逆散射。

E-mail: danxcx@163.com

## 1 粒子群算法

### 1.1 标准粒子群算法

在 PSO 算法中,每个优化问题的解都被看作是空间中的一只“鸟”,称之为“粒子”,所有的粒子看成搜索空间中无质量和体积的点。PSO 首先将解空间初始化为一群随机粒子,每个粒子都有一个根据被优化的函数而确定的适应值,都有自己的速度和位置以决定它的飞行方向和距离;然后粒子根据自己迄今找到过的最好位置和整个种群目前找到的最好位置来更新自己的速度与位置,经过不断的迭代过程最终找到最优解。

假设在  $N$  维搜索空间中,种群由  $M$  个粒子组成,每个粒子都有自己的位置矢量  $\mathbf{x}_i = (x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^N)$  速度矢量  $\mathbf{v}_i = (v_i^1, v_i^2, \dots, v_i^N)$  以及一个由被优化的目标函数决定的适应值。适应值的大小由该粒子的位置矢量决定,而速度矢量决定了它的飞行方向和速度。

Shi 和 Eberhart<sup>[6]</sup>给出了标准粒子群算法的迭代公式,假设第  $k$  步迭代的位置和速度分别为  $\mathbf{x}_i(k)$ 、 $\mathbf{v}_i(k)$ ,则第  $k+1$  步迭代的位置和速度分别为

$$\mathbf{v}_i(k+1) = \omega \mathbf{v}_i(k) + c_1 r_1 [\mathbf{p}_i - \mathbf{x}_i(k)] + c_2 r_2 [\mathbf{p}_g - \mathbf{x}_i(k)] \quad (1)$$

$$\mathbf{x}_i(k+1) = \mathbf{x}_i(k) + \mathbf{v}_i(k+1) \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (2)$$

式中  $c_1$  和  $c_2$  为学习因子,  $r_1$  和  $r_2$  为  $[0, 1]$  之间的随机数,  $\omega$  为惯性权重,  $\mathbf{p}_i = (p_i^1, p_i^2, \dots, p_i^N)$  是每个粒子到目前为止搜索到的最优位置,  $\mathbf{p}_g = (p_g^1, p_g^2, \dots, p_g^N)$  是整个种群到目前为止搜索到的最好位置,详细内容可参见文献[15]。

### 1.2 改进粒子群算法

标准 PSO 算法一般较容易陷入局部最优,为了让粒子跳出局部最优点,同时保持收敛速度,本文结合周期初始化和混沌初始化思想,给出了另一种改进策略,详细算法过程如下:

步骤 1 给出参与 PSO 算法的粒子个数、变量维数、学习因子、惯性权重以及选择式初始化粒子速度与位置的周期大小。混沌初始化粒子群中粒子的位置和速度,进化代数  $k=1$ 。

一个混沌变量在一定的范围内具有随机性、遍历性和规律性。采用混沌序列初始化粒子的位置和速度,既不改变 PSO 优化算法初始化时所具有的随机本质,又利用混沌提高了种群的多样性和粒子搜索的遍历性,在产生大量初始群体的基础上,从中选择出较优的初始群体,以提高收敛速度。文献[7]中给出了混沌算法的定义,Logistic 方程是一个典型的混沌系统

$$z_{n+1} = \mu z_n (1 - z_n) \quad n = 0, 1, \dots \quad (3)$$

式中  $\mu$ ——控制参量,任意初值  $z_0$  取值在  $[0, 1]$  区间,由它可迭代出一个确定的时间序列  $z_1, z_2, \dots$ 。然后将混沌序列通过映射到解空间  $[x_{\min}, x_{\max}]$ ,计算每个混沌变量的适应值,从中选择性能较好的  $M$  个作为种群的初始位置。

步骤 2 将粒子的  $\mathbf{p}_i$  设置为当前值,  $\mathbf{p}_g$  设置为初始群体中的最佳粒子的位置。

步骤 3 判断算法收敛准则是否满足,如满足,输出结果;否则执行下一步。

步骤 4 按式(1)和式(2)计算粒子当前的速度与位置矢量,并找到当前的个体最优与种群最优。

步骤 5 在迭代过程中,如果迭代次数达到了预先设置的

周期数的整数倍时,则对所有粒子重新初始化。本文采取了选择策略,计算所有粒子的适应值,保留较好的一半粒子,而重新初始化较差一半的粒子,所有粒子都保留原来个体最优和种群最优位置的记忆。这样做不仅增加了粒子的活性,又保留了较好的历史纪录,增加了收敛速度。

步骤 6 如果满足收敛条件,结束计算,输出结果;否则,对除了种群最优所对应的粒子之外的所有其它粒子的个体最优位置进行变异。

步骤 7 令  $k = k+1$ ,返回执行步骤 4。

## 2 模拟退火算法

首先对固体物质高温加热,随着温度的升高,物体内的原子逐渐处于高速运行的能量状态,固体融化为液体,原子的有序运动为无序运动;然后慢慢冷却,原子的热运动逐渐减弱,又慢慢从无序运动变为有序运动;当温度降至结晶温度后,物体由原子运动变为围绕晶体格点的微小振动,液体凝固成固体。由高能向低能转变的降温过程称为退火,这个过程是缓慢执行的,要使系统在每一温度下都达到平衡状态。

根据物理退火过程,Metropolis 提出了 Metropolis 算法,后来 Kirkpatrick 将 Metropolis 准则应用到了组合优化问题,提出了 SA 算法。在迭代过程中不像粒子群算法只是用更好的值来代替原来的位置,在 SA 算法中,是以概率接受新状态,也就是说当前状态劣于原状态的情况下,仍然有可能取代原状态,所以模拟退火算法具有跳出局部最优的能力。标准 SA 算法的具体流程如图 1 所示。

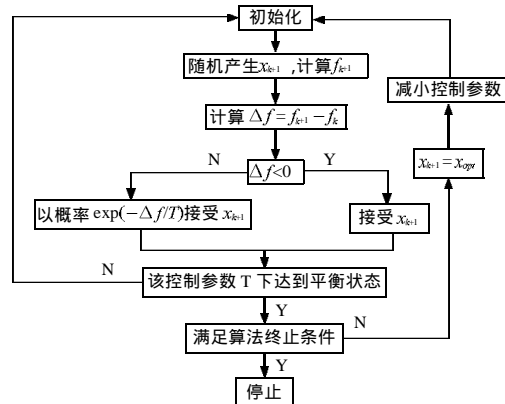


图 1 模拟退火算法流程

文献[8-12]对 SA 算法提出了改进,在此启发下,在进行优化计算时需注意以下问题:

### (1) 初始温度

初始温度设置的过高,全局搜索的能力增强,但是要耗费大量的时间;相反若设置的太小,节约了搜索时间,但有可能找不到全局最优。所以要折中考虑这两方面的影响,选择合适的初始温度。

随机产生一组状态,选出两状态间的最大目标函数差值  $|\Delta f_{\max}|$ 。设初始接受概率为  $p_r$ ,一般  $p_r$  在  $[0.7, 0.9]$  之间,初始温度可由下式决定

$$T_0 = -\frac{|\Delta f_{\max}|}{\ln p_r} \quad (4)$$

## (2) 状态产生函数

状态产生函数的出发点应该是尽可能的保证产生的候选解遍布全部解空间。常用的随机扰动机制主要有柯西分布、高斯分布、均匀分布和混沌机制。这里就按照式(3)以混沌寻优的方式产生下一个状态位置。

## (3) 温度管理

每一次外循环结束后都要下降温度, 再进行下一次的内循环过程。这里采取较简单的温度线形下降策略

$$T_{i+1} = \lambda T_i \quad 0 < \lambda < 1 \quad (6)$$

式中  $\lambda$  越接近 1, 温度下降的越慢;  $\lambda$  越接近 0, 温度下降的越快。

## (4) 增加记忆功能

最优解记忆: 首先将最优解设置为初始状态, 通过比较新状态与当前状态的目标函数值确定最优解是否需要更新, 注意在以概率接受较差状态时最优解不变。这样保证了当前状态改变时历史最优解得以保留。

已接受解记忆: 将已经接受过的状态存入禁忌表中, 每次产生新状态后先对照禁忌表, 如果曾经被接受过则重新产生新状态; 否则按步骤 4 进行下面的判断。这样保证了同样的状态不会重复出现, 节省了计算时间。

## (5) 内循环终止条件

依据 SA 算法, 要求在每一个温度下产生的候选解平稳概率分布。对于时齐算法, 候选解趋于无穷多个, 无法满足这样的条件。常用的抽样稳定准则有: 检验目标函数的均值是否稳定; 连续若干步的目标值变化最小; 按一定的步数抽样。文中采用了第 3 种原则, 抽样步数设为  $L$ 。

## (6) 外循环终止条件

SA 算法要求最终温度要下降到 0 度才能结束退火过程, 这在实际应用中是不太能实现的。常用的终止准则有: 设置终止温度阈值; 设置外循环迭代次数; 最优值连续若干步保持不变。同样文中采用了最后一种选择, 迭代次数设为  $H$ 。

## 3 混合算法

单独运用改进的 PSO 算法很难使 Rosenbrock 函数收敛到全局最优, 为此将改进的 PSO 算法与 SA 算法相结合。混合算法的流程很简单, 在 PSO 算法进行到第 6 步时如果不满足结束算法的条件, 就对除了种群最优对应粒子之外的所有其它粒子的个体最优位置进行变异, 然后以变异后的个体最优为初始状态分别对各粒子进行 SA 优化, 最后将最优值返回给各粒子的个体最优位置。最后以种群最优为基础利用混沌机制产生候选解, 选出最优解随机取代种群中的任一粒子。

## 4 仿真计算

算例 1, 运用改进的 PSO 算法对文献[5]中给出的 6 个测试函数进行了仿真计算, 参数设置与文献一致, 其中算法规模设置为 30 个粒子, 两个学习因子均为 2.0, 惯性权重简单考虑为 0.375, 迭代到 10000 步时算法结束, 同时对粒子重新选择式初始化的周期设置为 30, 当适值小于  $10^{-10}$  时输出 0。测试函数的初始化取值范围如表 1 所示, 50 次运算的最优适值平均值的计算结果与文献结果(PSO 算法)如表 2 所示。寻优成功的函数在  $N=30$  时的平均种群最优值的变化曲线如图 2 至图 6 所示。

表 1 测试函数初始化范围

测试函数	初始化范围	$x_{\max}$	$v_{\max}$
Sphere	(-1000, 1000)	1000	1000
Rastrigrin	(-5.12, 5.12)	5.12	10
Griewank	(-600, 600)	600	600
Rosenbrock	(-30, 30)	30	100
Ackley	(-30, 30)	30	30
Schaffer	(-5.12, 5.12)	5.12	1

表 2 粒子群算法仿真计算测试函数

测试函数	维数	文献结果	计算结果
Sphere	10	0	0
	20	0	0
	30	0	0
Rastrigrin	10	0	0
	20	0	0
	30	0	0
Griewank	10	0	0
	20	0	0
	30	0	0
Rosenbrock	10	8.253105	0.833011
	20	18.428578	10.8572
	30	28.586416	21.6252
Ackley	10	0	0
	20	0	0
	30	0	0
Schaffer	2	0	0

$$\text{Sphere 函数 } f(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$$

$$\text{Rastrigrin 函数 } f(x) = \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10)$$

$$\text{Griewank 函数 } f(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$$

$$\text{Rosenbrock 函数 } f(x) = \sum_{i=1}^n (100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2)$$

$$\text{Ackley 函数 } f(x) = -20 \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i)\right) + 20 + e$$

$$\text{Schaffer 函数 } f(x) = 0.5 + \frac{(\sin(\sqrt{x^2 + y^2}))^2 - 0.5}{1.0 + 0.001(x^2 + y^2)}$$

从表 2 和图 3 至图 6 中看出单独运用改进的 PSO 算法计算时, Sphere、Rastrigrin、Griewank、Ackley 和 Schaffer 函数在很少的迭代次数内就达到了收敛精度, 收敛速度的提高很明显; Rosenbrock 函数是一个复杂的优化问题, 虽然没有寻优成功, 但是相比较文献中采用的改进策略得到的结果已经有了很大改善。

算例 2, 将改进 PSO 与 SA 算法相结合仿真计算 Rosenbrock 函数。抽样进行 2000 次认为稳定, 外循环 5000 次认为退火结束。Rosenbrock 函数 10 维的平均种群最优值的变化曲线如图 7 所示。

从图 7 看到运用混合算法对 Rosenbrock 函数进行寻优计算, 函数最后收敛到  $10^{-10}$  以下, 达到了收敛精度的要求。

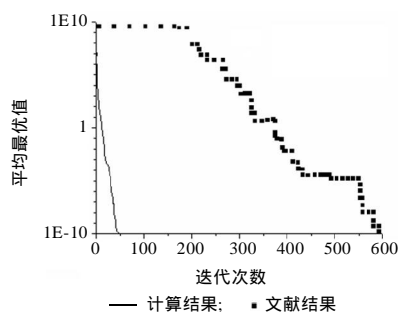


图2 Sphere 函数(N=10)平均种群最优值变化曲线

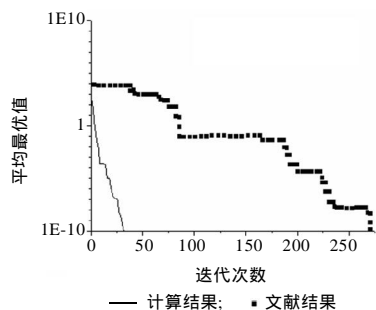


图3 Rastrigrin 函数(N=10)平均种群最优值变化曲线

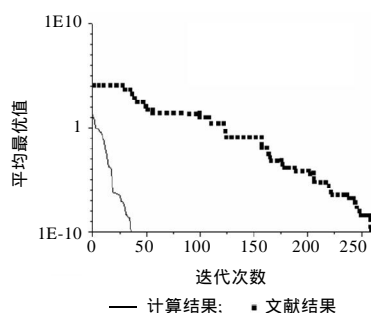


图4 Griewank 函数(N=10)平均种群最优值变化曲线

## 5 结束语

本文给出了一种改进的粒子群算法,运用混沌序列初始化种群,使粒子的初始状态得到提高;周期性重新初始化增强了种群粒子的多样性,避免过早陷入局部最优。结果证明除了Rosenbrock函数以外改进方案均能成功找到函数的全局极值点,而且收敛速度和精度都明显提高。将改进的粒子群算法与SA算法相结合对测试函数再次进行了仿真计算,结果显示混合算法成功对Rosenbrock函数进行了寻优计算,在收敛精度上优于文献结果,从而也说明了改进的混合算法性能良好。

## 参考文献:

- [1] 王芳.粒子群算法的研究[D].重庆:西南大学,2006:34-51.
- [2] Shi Yuhui,Russell C Eberhart.Fuzzy adaptive particle swarm optimization [C]. Congress on Evolutionary Computation, 2001: 101-106.
- [3] Maurice Clerc.The swarm and the queen:Towards a deterministic and adaptive particle swarm optimization [C]. Congress on

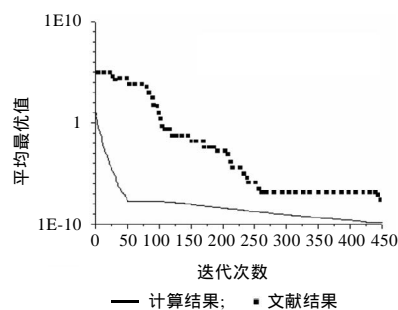


图5 Ackley 函数(N=10)平均种群最优值变化曲线

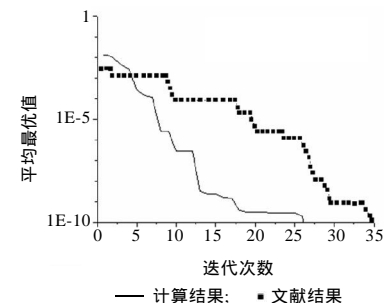


图6 Schaffer 函数平均种群最优值变化曲线

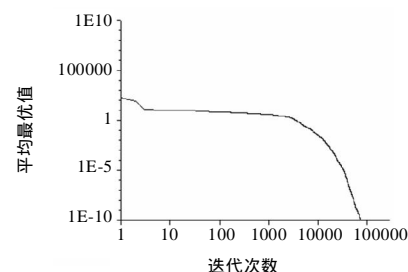


图7 Rosenbrock 函数(N=10)平均种群最优值变化曲线

Evolutionary Computation,1999:1951-1957.

- [4] Peter J Angeling.Using selection to improve particle swarm optimization[C].IEEE World Congress on Computational Intelligence,1998:84-89.
- [5] 杨光友.混合粒子群优化及其在嵌入式智能控制中的应用[D].武汉:武汉理工大学,2006:22-62.
- [6] Shi Yuhui,Russell Eberhart.A modified particle swarm optimizer[C]. IEEE World Congress on Computational Intelligence,1998:69-73.
- [7] 唐贤伦.混沌粒子群优化算法理论及应用研究[D].重庆:重庆大学,2007:21-36.
- [8] 朱颢东,钟勇.一种改进的模拟退火算法[J].计算机技术与发展,2009,19(6):32-35.
- [9] 闫利军,李宗斌,卫军胡.模拟退火算法的一种参数设定方法研究[J].系统仿真学报,2008,20(1):245-247.
- [10] 杨金辉.若干组合优化的智能计算方法与应用研究[D].长春:吉林大学,2008.
- [11] 尹霄丽,张琦,张寅,等.用改进的模拟退火算法构造光正交码[J].半导体光电,2008,29(3):399-402.
- [12] 康果果,谢敬辉,莫晓丽,等.用改进的两步模拟退火法进行二元光学元件的设计[J].光子学报,2008,37(7):1416-1419.