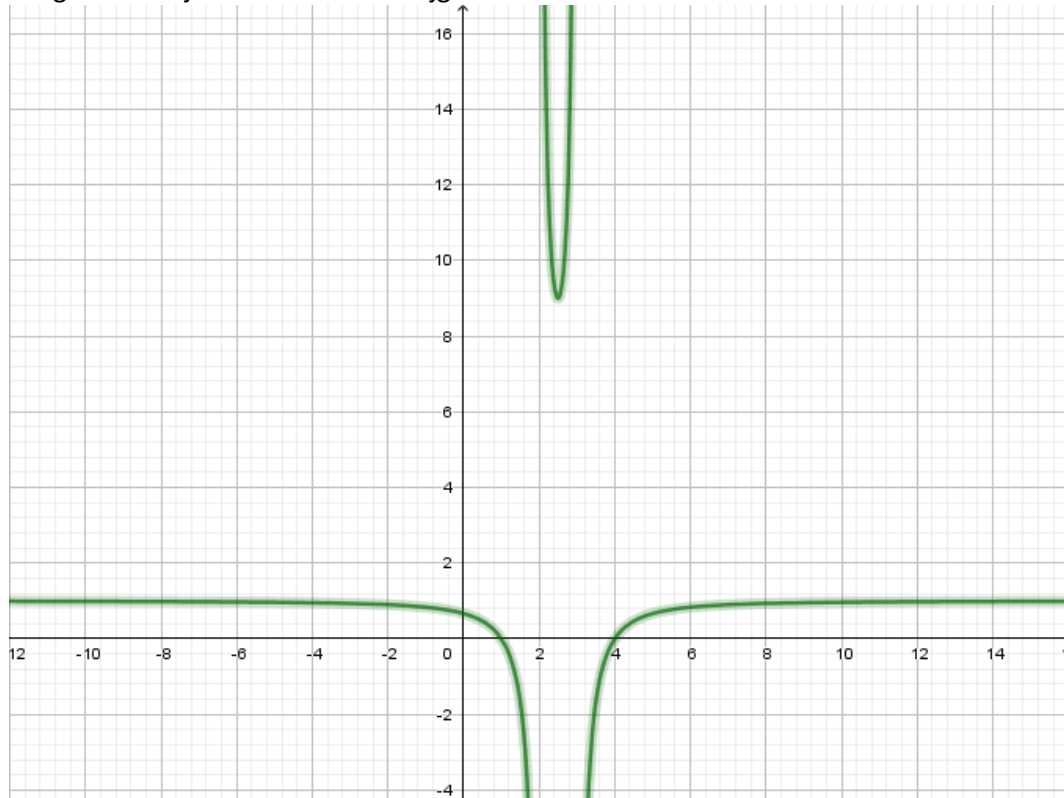


*Het is **belangrijk** dat je je machten zoals het voorbeeld ingeeft en alle haakjes zet! Anders interpreteert Geogebra de functie verkeerd! Zie foto hieronder als voorbeeld:

Input: $y = (x^2 - 5x + 4)/(x^2 - 5x + 6)$

*De grafiek die je nu zou moeten krijgen ziet er zo uit:



(2B) DOMEIN EN ASYMPTOTEN VAN EEN RATIONALE FUNCTIE AFLEZEN

*Om te weten te komen wat de asymptoten zijn doe je volgende dingen op Geogebra:

(1) Typ in INVOER: Asy --> Geogebra geeft je suggesties, pak: asymptoten(< veelterm >)

(2) Nu hoor je te hebben --> asymptoten(f)

→ Dit hangt af a.d.h.v. hoe je functie heet, als je functie 'g' heet typ je: asymptoten(g)

Input: $\text{Asymptote}(f)$

(3) Druk op [ENTER]

(4) Geogebra hoort je nu alle asymptoten te geven van je functie zoals de foto hieronder:

(5) In het algebrafenster kan je nu

ook de asymptoten letterlijk

aflezen:

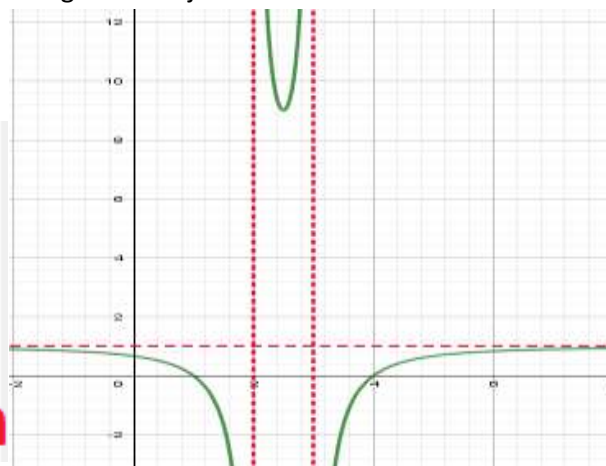
Function

• $f: y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 5x + 6}$

List

• $L_1 = \{y = 1, x = 2, x = 3\}$

Asymptoten

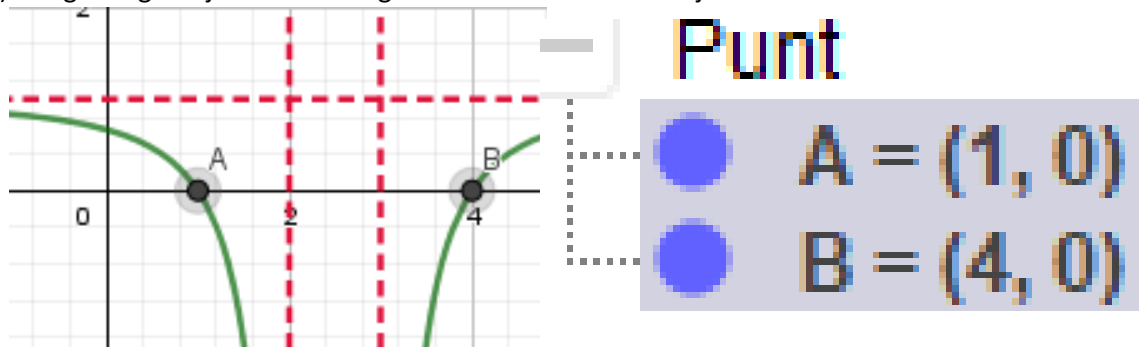


*Nu je de asymptoten weet kan je zelf het bereik bepalen, het bereik is alle mogelijke x-waarden.
 $\rightarrow Ber = \mathbb{R} \setminus \{2, 3\}$ --> want: we hebben als asymptoten $x = 2$ en $x = 3$!

(2C) NULWAARDEN RATIONALE FUNCTIE

*Om de nulwaarden precies te bepalen in Geogebra doe je dit:

- (1) Ga naar INVOER
- (2) Typ in/kies: Nulpunten(< veeltem >)
- (3) Nu typ je de naam van je functie: Nulpunten(f)
- (4) Geogebra geeft je nu normaal gezien de nulwaarden van je functie.



- (5) De nulwaarden zijn dus: (1,0) en (4,0)

(2D) TEKENVERLOOP RATIONALE FUNCTIE

*A.d.h.v. de nulwaarden en de asymptoten zou je nu een tekenverloop moeten kunnen maken met behulp van de grafiek.

x	1	2	3	4			
y	+	0	-	+	+	0	+

Je kan letterlijk van de grafiek aflezen waar hij positief en negatief is. **Let wel op dat we bij een rationale functie de asymptoten (polen) in de functie zetten.** In een veeltermfunctie zijn dit alleen nulwaarden.

(2E) STIJGEN, DALEN EN EXTREMA VAN EEN RATIONALE FUNCTIE

*Extrema (absolute en/of relatieve maxima/minima) van rationale functies bepalen met Geogebra:

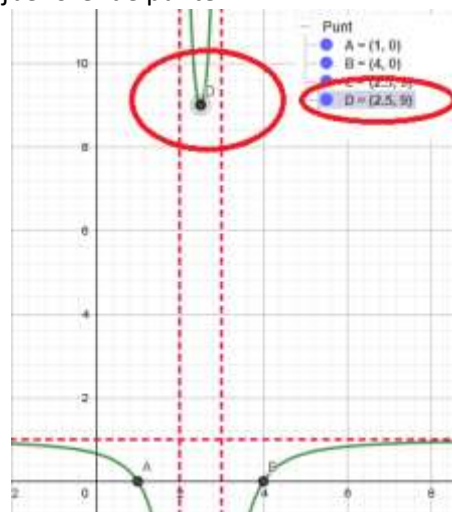
- (1) Ga naar INVOER
- (2) Geef in: extrema(f) --> herinnering: f = naam van mijn functie! **Invoer: Extrema(f)**
- (3) Geogebra geeft je nu normaal gezien de extrema met de bijbehorende punten.

\rightarrow Ons relatief minimum is dus (2,5; 9)!

*A.d.h.v. je asymptoten (juiste benaming: pool --> nulwaarde van de noemer) en de extrema kan je nu bepalen wanneer de functie stijgt, daalt of constant blijft.

Let op: bij veeltermfuncties heb je natuurlijk geen asymptoten dus heb je enkel extrema (of geen extrema) nodig om een tabel te maken van stijgen/dalen/extrema.

x	2	2,5	3
y	↓	9	↑



(2F) BEREIK VAN EEN RATIONALE FUNCTIE BEPALEN

*Het bereik kan je letterlijk aflezen van de grafiek, dit zijn alle mogelijke y-waarden:

$$\text{Ber } f =] - \text{oneindig}, 1[\cup]9, \text{oneindig}[$$

(3) RATIONALE VERGELIJKING BESPREKEN

*We bespreken volgende vergelijking: $\frac{x+2}{x-2} + \frac{x+1}{x} = 2$

(3A) INVOER RATIONALE VERGELIJKING

*Je brengt alle getallen over en stelt de vergelijking gelijk aan 0.

$$\frac{x+2}{x-2} + \frac{x+1}{x} - 2 = 0$$

→ In Geogebra voer je dit zo in: $(x+2)/(x-2) + (x+1)/(x) - 2 = 0$ --> haakje bij x mag je laten wegval.

→ LET OP JE HAKEN EN BREUKEN!!!

→ LET OP! JE SCHRIJFT ALLEEN HET LINKERLID OVER MET DE X'EN, IN GEOGEBRA LAAT JE DE ' = 0 ' WEGVALLEN!

Invoer: $(x+2)/(x-2) + (x+1)/x - 2$

(3B) DE OPLOSSINGEN (NULWAARDEN) BEPALEN

*De oplossingen van de vergelijking zijn de nulwaarden van de grafiek, deze bepaal je door (herh.):

(1) INVOER: Nulpunten(< veelterm >)

(2) Nulpunten(f)

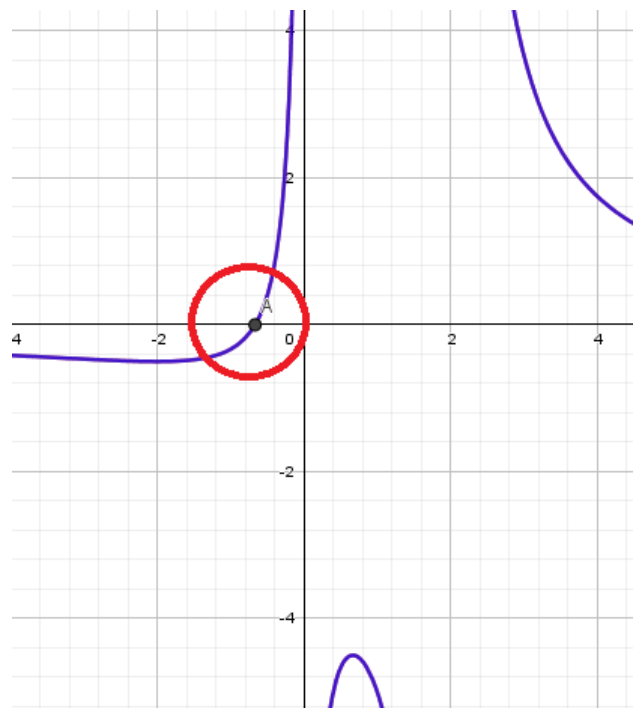
→ Herinnering: jouw veelterm heeft een eigen naam, de mijne heeft toevallig f!

(3) Nu geeft Geogebra je de nulwaarden en heb je de oplossingen gelijk.

Punt
A = (-0.67, 0)

(4) De oplossing van je vergelijking is dus:

$$\text{Opl} = \{-0,67\}$$



(3C) TOEPASSING: KLEIN VRAAGSTUKJE

Stel dat deze functie de functie was die het aantal werknemers van een bedrijf uitbeeld op de winst.

VRAAG 1: Hoeveel winst heb je als je 5 werknemers hebt?

--> In Geogebra typ je: $f(5)$ --> ALLEEN ALS JE FUNCTIE f HEET!

Invoer: $f(5)$

--> Geogebra geeft je de bijbehorende y -waarde in het algebra-venster: 17/15 Getal

$a = 17/15$

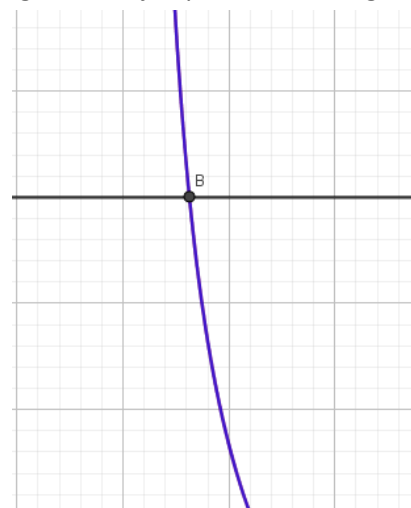
--> Het bedrijf heeft dus 17/15 euro winst bij 5 werknemers.

VRAAG 2: Hoeveel werknemers heb ik nodig om 6 euro winst te maken?

--> In Geogebra typ je de vergelijking $y = 6$ in INVOER. Invoer: $y = 6$

--> Je bepaalt het snijpunt tussen de grafiek van $y = 6$ en je oorspronkelijke grafiek.

--> Je drukt hierop:



--> Vervolgens lees je het verkregen punt af in het ALGEBRAVENSTER

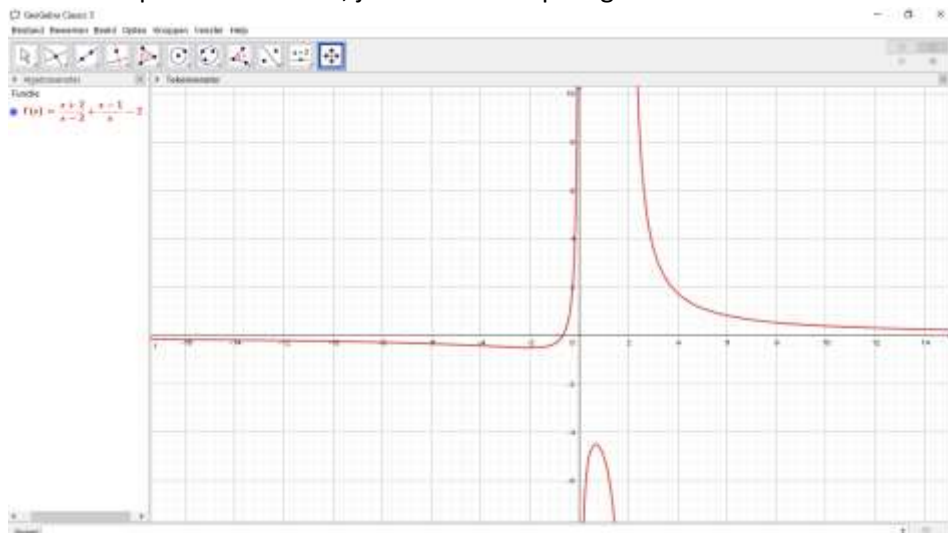
$B = (2.63, 6)$

→ Voor 6 werknemers maak je 2,63 euro winst.

(3D) WAT ALS DEZE VERGELIJKING EEN ONGELIJKHEID WAS

Stel: $\frac{x+2}{x-2} + \frac{x+1}{x} - 2 < 0$

Dan verloopt alles hetzelfde, je moet énkél op de grafiek aflezen wanneer het kleiner is dan 0.



We lezen af dat de oplossing van de ongelijkheid (onder de x-as) is:
 $]-\infty; 0,67[\cup]0, 2[$