Zelftest analyse – examen 3 – limieten – made by Abdellah

Je mag je rekenmachine gebruiken.

<u>CONTINUÏTEIT (5P)</u> --> zie ander bestand /5

<u>LIMIETEN (24P)</u> --> zie ander bestand /24

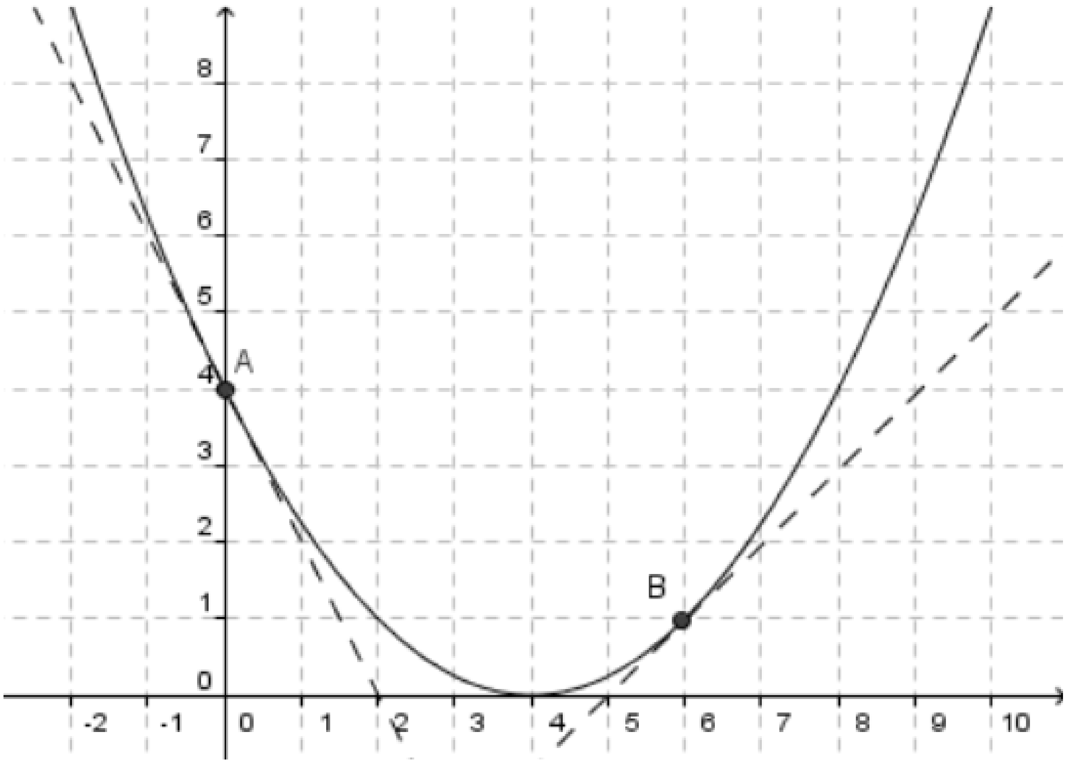
<u>AFGELEIDEN /40</u>

<u>1) THEORIE + INZICHT</u> /25

A) Geef de afgeleide getallen van A en B, verklaar je werkwijze. /2

Punt A = _____________

Punt B = _____________



B) Bepaal de afgeleide functie van $f(x) = \frac{1}{x}$ met de limietdefinitie, bepaal daarna het afgeleid getal van 2. /5

C) In welke punt(en) van de grafiek van $f(x) = x^2$ heeft de raaklijn als rico -5? /3

D) Stel in de punt P(2, 1) de vergelijking op van de raaklijn van de functie $y = x^2 + 4x + 3$.

E) Leg uit hoe je nulwaarden moet benaderen met de methode van Newton-Raphson /5

F) Zoek de nulwaarde tot 4 decimalen nauwkeurig van: p: $y = 2x^3 - 5x^2 + 2x - 1$ /5

G) 21. (B) De grafiek van $f: x \to y = -x^2 + ax + b$ heeft in $P(3,5)$ een raaklijn met richtingscoëfficiënt -4. Bepaal a en b.

/5

2) REKENREGELS /15

Leid volgende functies af:

a) f(x) = 5 /1

b) f(x) = $5x^{11} - 8x^8 - 20$ /2

c) $f(x) = (2x^4 + 1)(x^3 - 2)(x^2 + 3x)$ /3

d) $f(x) = \sqrt[5]{x^9}$ /4

e) $f(x) = \frac{3x^2-2x+1}{(2x+1)^2}$ /5

OPLOSSINGEN:

AFGELEIDEN

1) THEORIE + INZICHT

A)

A = -2 (afgeleid getal = rico raaklijn)

B = 1 (afgeleid getal = rico raaklijn

B)

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a} = \lim_{x\to a}\frac{\frac{1}{x}-\frac{1}{a}}{x-a} = \lim_{x\to a}\frac{\frac{-a}{-ax}-\frac{x}{ax}}{x-a} = \lim_{x\to a}\frac{\frac{-a-x}{ax}}{x-a} = \lim_{x\to a}\frac{a-x}{ax(-1)(a-x)} = \lim_{x\to a}\frac{1}{ax(-1)} = -\frac{1}{ax} = -\frac{1}{a^2}$$

--> Afgeleid getal in 2: $-1/2^2 = -1/4$

C)

rico raaklijn = afgeleid getal

--> $f'(x) = 2x$

--> $-5 = 2x \rightarrow x = -2{,}5$

--> Invullen in gewone functie: $y = (-2{,}5)^2 = 6{,}25$

--> Punt = (-2,5; 6,25)

D)

f(x) = $x^2 + 4x + 3$ en punt (2, 1)

--> Algemene vgl rechte: $y - y1 = m(x - x1)$

--> x1, y1 kennen we: 2, 1

--> $y - 1 = m(x - 2)$

--> m = rico, zoeken door eerste afgeleide

--> $f'(x) = 2x + 4 \rightarrow x\ invullen\ geeft\ 8$

--> $y - 1 = 8(x - 2) \rightarrow y = 8x - 15$

E)

1) Je kiest twee punten, bij één is y positief, bij de andere is ze negatief. Tussen deze punten ligt de nulwaarde (stelling van Bolzano)
2) Je kiest een startpunt (één van die twee punten)
3) Je leid je gegeven functie af (van dewelke je de nulwaarden moet benaderen)
4) Je maakt de vergelijking van de raaklijn (1 punt gegeven, m zoeken door 1ste afgeleide)
5) Je zoekt de nulwaarde van de raaklijn

Loop:

6) Je gaat met deze nulwaarde verder, zoek de bijbehorende y-waarde aan de gewone functie

7) Vul in, in de formule y-y1 = m(x-x1)
8) Zoek de nieuwe m, je gaat verder met je punt in stap 5 en vult ze in, in de eerste afgeleide
9) Zoek nulwaarde van raaklijn
----
10) Ga verder tot de gewenste nauwkeurigheid is bereikt.

F)
$y = 2x^3 - 5x^2 + 2x - 1$ --> $Dy = 6x^2 - 10x + 2$
--> x = 2 --> y = -1
x = 3 --> y = 14
--> Nulwaarden ligt hiertussen
--> Startpunt (2, -1) ➔ $a2 = a1 - \frac{f(a1)}{f'(a1)} = 2 - \frac{-1}{6} = 2{,}166\ldots$
➔ $a3 = a2 - \frac{f(a2)}{f'(a2)} = 2{,}166\ldots - \frac{0{,}203698}{8{,}49999} = 2{,}1427015$
➔ $a4 = 2{,}1427015 - \frac{0{,}0045671088}{8{,}120003726} = 2{,}142139\ldots$
➔ $a5 = 2{,}142138\ldots$
--> 4 eerste cijfers veranderen niet meer: STOP.

G)
Je bepaalt afgeleide
--> Je stelt rico gelijk aan afgeleide, je stelt vult gewone punt ook in de gewone functie, dan haal je a en b daar uit.

21. (B) De grafiek van $f: x \to y = -x^2 + ax + b$ heeft in $P(3,5)$ een raaklijn met richtingscoëfficiënt -4. Bepaal a en b.

$f(3) = 5 \Leftrightarrow -9 + 3a + b = 5 \Leftrightarrow 3a + b = 14 \Leftrightarrow b = 8$

$f'(3) = -4 \Leftrightarrow -6 + a = -4 \Leftrightarrow a = 2$

2) REKENREGELS
a) f'(x) = 0
b) $f'(x) = 55x^{10} - 64x^7$
c) $f(x) = (x^2 - 4)(x^2 + 4)$
$= 2x\,.(x^2 + 4) + (x^2 - 4).2x = 2x[(x^2 + 4) + (x^2 - 4)]$
d) $f(x) = \sqrt[5]{x^9} = x^{\frac{5}{9}} = \frac{5}{9}x^{-\frac{4}{9}} = \frac{5}{9x^{\frac{4}{9}}} = \frac{5}{9\sqrt[4]{x^9}}$
e) $f(x) = \frac{3x^2-2x+1}{(2x+1)^2}$
--> $f'(x) = \frac{(6x-2).(2x+1)^2-(3x^2-2x+1)2(2x+1)(2x)}{(2x+1)^4}$
$= (20x^2 - 2x + 6) / (2x + 1)^4$

VOORLOPIG TOTAALPUNT:
Continuïteit: /5
Limieten: /24
Afgeleiden: /40
--> Voorlopig totaal: /69