Samenvatting wiskunde – analyse – examen M4 – Elementaire en uitgebreide goniometrische functies – gemaakt door Abdellah

---

(Y) VOORWOORD
Dit is de samenvatting wiskunde ter voorbereiding van het examen M4, let op: deze samenvatting behandelt niet alles van goniometrische functies.

SAMENVATTING 1: Goniometrische vergelijkingen (zie website)
**SAMENVATTING 2: Elementaire en uitgebreide goniometrische functies (deze samenvatting)**
SAMENVATTING 3: Verloop van goniometrische functies en vraagstukken (zie website)

(X) FOUTJE
Ik kan fouten maken, als je twijfelt of iets fout is of als je zeker bent dat ik een fout heb gemaakt, stuur me dan via Facebook (messenger) of Smartschool. Ik ben je alvast dankbaar.

(Z) INHOUDSTAFEL
Over twee pagina's

# Samenvatting wiskunde – analyse – elementaire en uitgebreide goniometrische functies

# Inhoud

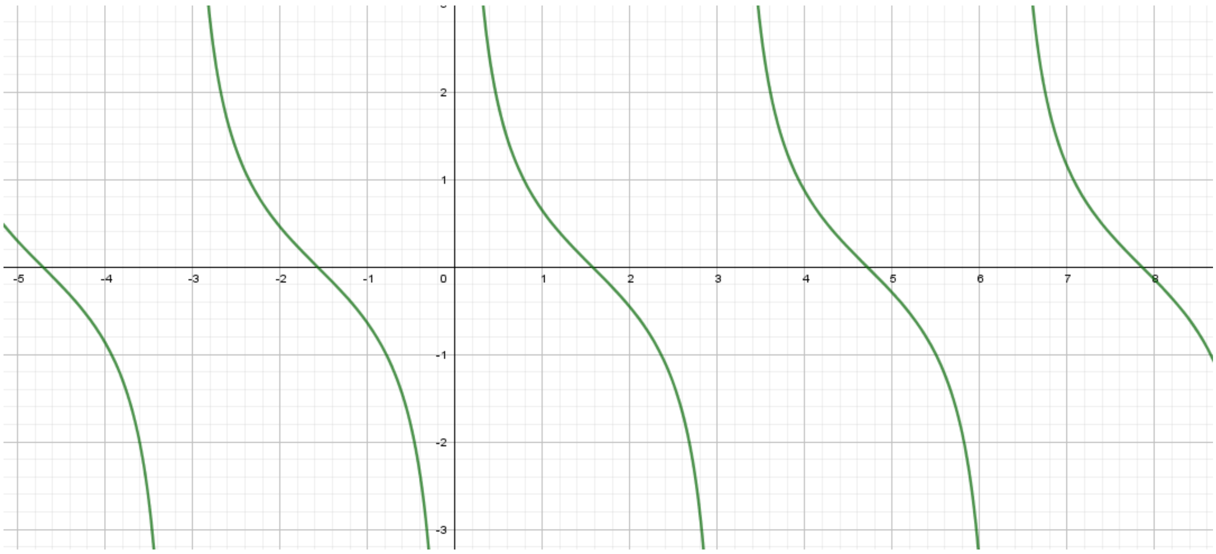
# 1) Elementaire goniometrische functies

Er zijn 4 elementaire goniometrische functies die je moet kunnen bespreken:
(1) $y = \sin(x)$
(2) $y = \cos(x)$
(3) $y = \tan(x)$
(4) $y = \cot(x)$

Vooraleer we deze goniometrische functies bespreken, gaan we dieper in op wat een periodieke functie nu is. Goniometrische functies zijn immers periodiek.

## 1.1) Periodieke functie

Een functie is periodiek in $\mathbb{R}$ als ze constant wordt herhaald en over een welbepaalde periode, p, dezelfde beelden heeft.



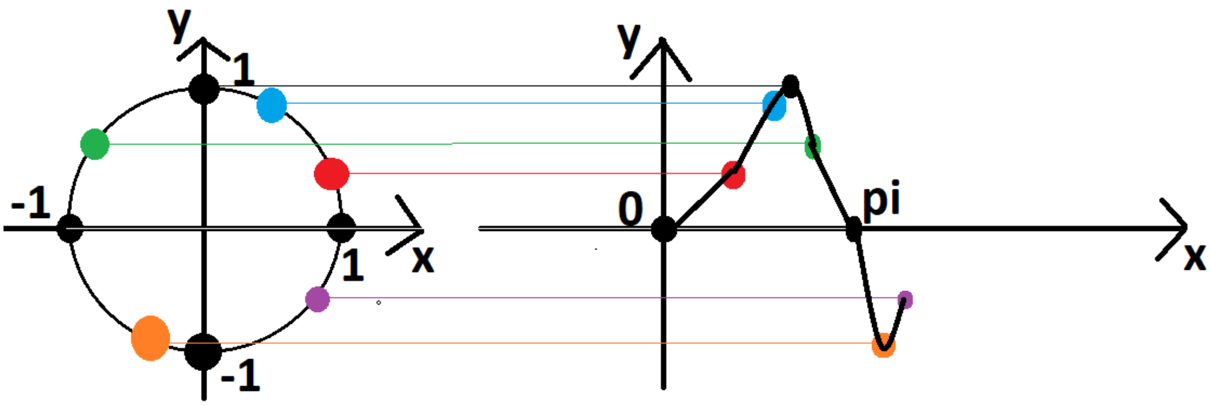

Bovenstaande functie is bijvoorbeeld periodiek omdat ze constant wordt herhaald. Meer moet je niet kennen, je moet de elementaire goniometrische functies enkel in verband kunnen brengen met hun periodiciteit.

**Elke goniometrische functie die we zien is een periodieke functie.**

## 1.2) Elementaire sinusfunctie

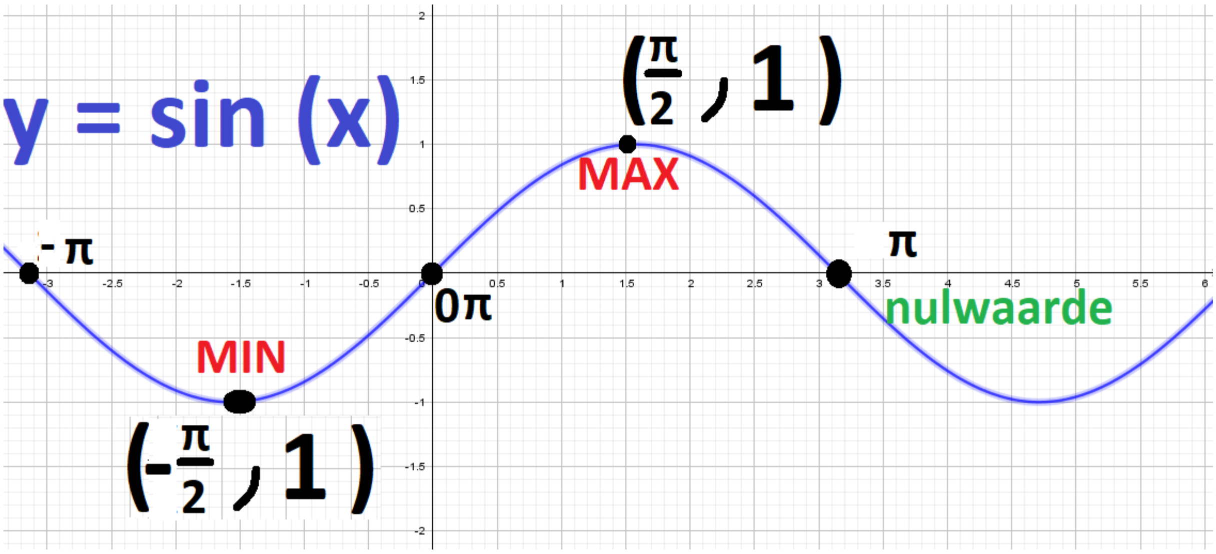
### 1.2.1) Grafiek (tekenen)

De grafiek van de elementaire sinusfunctie kan je makkelijk afleiden uit de goniometrische cirkel als je de beeldpunten van de cirkel weergeeft in een orthonormaal assenstelsel.




De nauwkeurigheid op paint is niet wat het zou moeten zijn, maar je snapt de werkwijze. Je duidt punten aan op de goniometrische cirkel en beeldt ze af op een assenstelsel zoals ik hierboven heb gedaan.

Hieronder zie je de grafiek van de elementaire sinusfunctie getekend door Geogebra.




## 1.2.2) Sinusfunctie bespreken

$*dom\ f = \mathbb{R}$ --> Herinner jezelf: het domein van een functie is alle mogelijke x-waarden van die functie. Je kan van elk reëel getal de hoekgrootte (sinus) bepalen.

$*continuïteit = \mathbb{R}$ --> Een functie is continu in heel haar domein

$*ber\ f = [-1, 1]$ --> De straal van de goniometrische cirkel = 1.

$*periode = 2\pi$ --> Na 360° (= $2\pi$) is de goniometrische cirkel rond, je sinusfunctie herhaalt zich dan.

$*tekenverloop\ in\ [0, 2\pi]$ -->

| $x$ | $0$ | | $\pi$ | | $2\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 0 | + | 0 | - | 0 |

➔ De sinusfunctie is positief tot en met de nulwaarde π, daarna is ze negatief. Na 2π herhaalt ze zich.

*Asymptoten --> geen.
*Stijgen, dalen, extrema -->

| $x$ | $0$ | | $\frac{\pi}{2}$ | | $\frac{3\pi}{2}$ | | $2\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 0 | ↗ | 1 | ↘ | -1 | ↗ | 0 |
| | | | max | | min | | |

➔ De functie stijgt tot 90° (= $\pi/2$) op de G.C. en daalt dan tot 270°.
➔ Herinnering: extremawaarde is een verzamelnaam voor maxima/ minima.

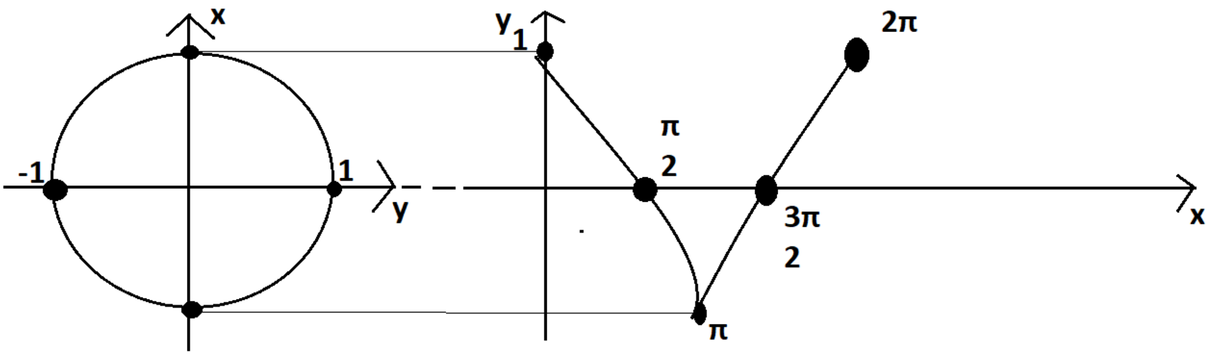
*De sinusfunctie is een oneven functie aangezien je de functie kan puntspiegelen t.o.v. de oosprong, het punt (0,0).

# 1.3) Elementaire cosinusfunctie

## 1.3.1) Grafiek tekenen

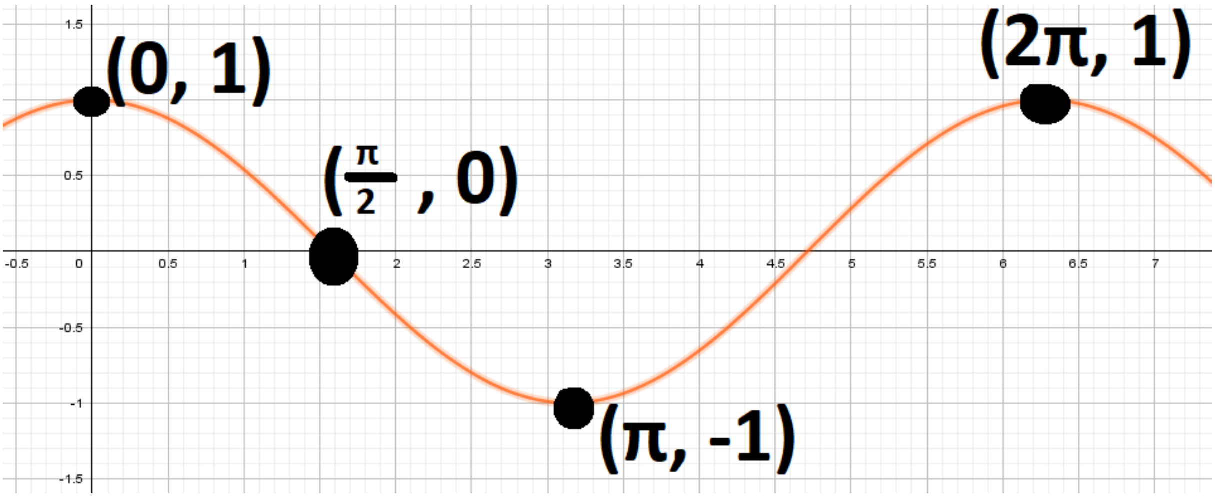
Zoals je al weet lees je de cosinus op de goniometrische cirkel af op de x-as. Aan de hand van de goniometrische cirkel kan je de grafiek van de cosinusfunctie reconstrueren.

**Exclusieve tip van Abdellah: Om de cosinusfunctie te tekenen verwissel je de y- en de x-as van de goniometrische cirkel om en gebruik je dezelfde werkwijze als bij de sinusfunctie!**




De nauwkeurigheid op Paint is natuurlijk niet perfect, maar jullie begrijpen wat ik bedoel. Als je de x- en y-as omwisselt op de goniometrische cirkel kan je de elementaire cosinusfunctie perfect aflezen op de cirkel met nulwaarden, extrema … op de juiste plaats. Dit staat niet zo uitgelegd in de cursus maar kan zeer handig zijn. **Het enige wat je moet onthouden is dat je vanaf x = 1 moet beginnen.**

Hieronder zie je de cosinusfunctie getekend door Geogebra.




Ik heb al enkele bijzondere punten aangeduid die ons zullen helpen.

## 1.3.2) De elementaire cosinusfunctie bespreken

$*dom\ f = \mathbb{R}$ (elk reëel getal heeft een cosinuswaarde)
$*ber\ f = [-1, 1]$ (straal goniometrische cirkel)
$*periode = 2\pi$ (na 360° herhaalt de cirkel zich)
$*tekenverloop\ en\ extremawaarden =$

*Tekenverloop in het periode-interval* $[0,2\pi[$

| $x$ | $0$ | | $\pi$ | | $2\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 0 | + | 0 | - | 0 |

*Stijgen, dalen en extrema in het periode-interval* $[0,2\pi[$

| $x$ | $0$ | | $\frac{\pi}{2}$ | | $\frac{3\pi}{2}$ | | $2\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 0 | ↗ | 1 | ↘ | -1 | ↗ | 0 |
| | | | max | | min | | |

*Asymptoten: geen
*Even functie omdat je de cosinusfunctie kan spiegelen t.o.v. de x-as.

# 1.4) Elementaire tangensfunctie

## 1.4.1) Grafiek van de tangensfunctie

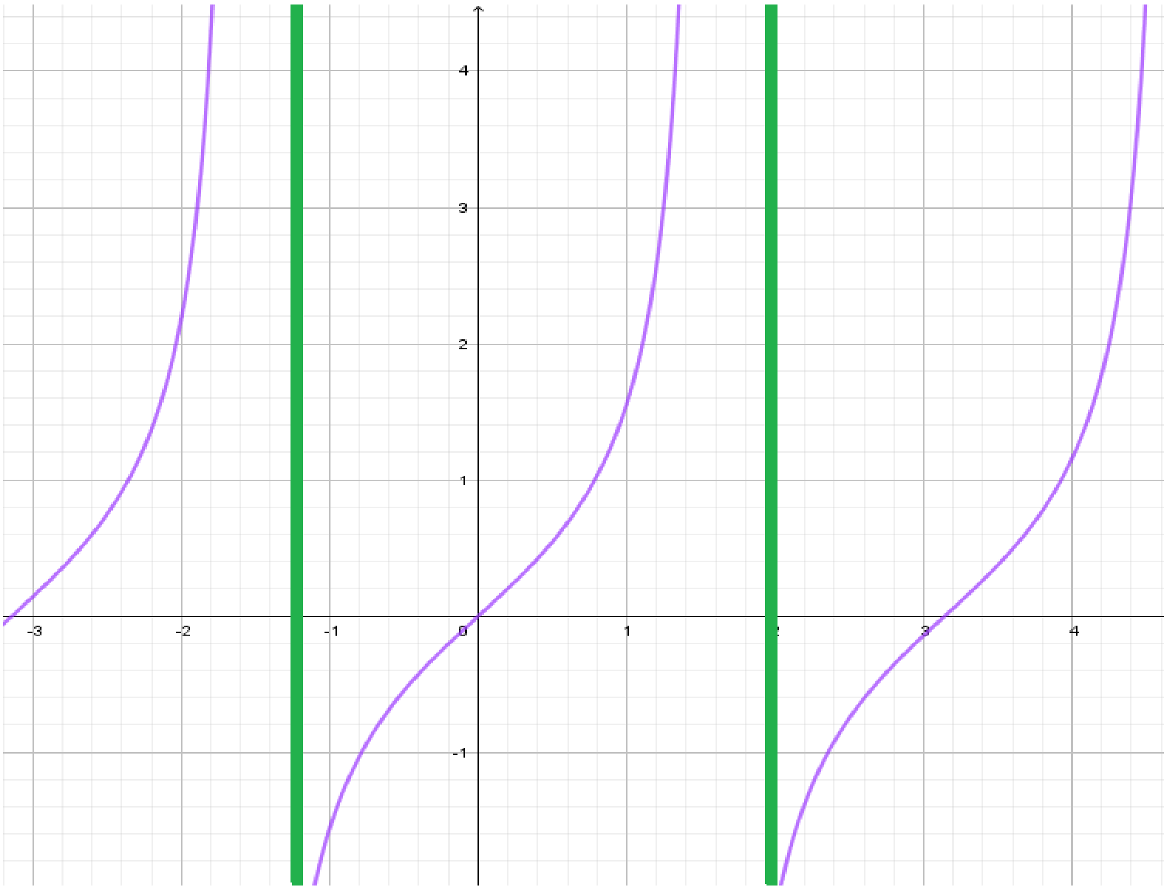
Als je te lang ligt te zonnen, kan je jezelf verbranden of bruin worden. Maar het gedeelte bedekt door je zwembroek, bikini of badpak blijft wit, die witte lijnen die je hebt noemt men in het engels ‘tan lines’.


Deze jongen hiernaast heeft zich zeer goed geamuseerd op het strand dat hij letterlijk 'tan lines' op zijn lichaam heeft gekregen.

Het wit gedeelte op de jongen zijn rug is toevallig de tangensfunctie, zie voorstelling met Geogebra hieronder.

(Begrijpen jullie de grap? Tan lines, tangensfunctie, ha ha ha ha ha)

$$y = \tan(x)$$



Merk op dat de tangensfunctie telkens een asymptoot heeft bij 90° $\left(=\frac{\pi}{2}\right)$ omdat de tangens van 90° zinledig is, het bestaat niet.

--> Waarom? $\tan(\frac{\pi}{2}) = \frac{\sin(\frac{\pi}{2})}{\cos(\frac{\pi}{2})} = \frac{1}{0} = MATH\ ERROR$

--> Dit kan je ook zien aan de G.C., de tangens heeft géén snijpunten.

➔ Gevolg: telkens bij een maatgetal van $\frac{\pi}{2}$ zal er een verticale asymptoot zijn (groene lijnen op grafiek). Dus bij 90°, 270°, 450° … heb je een asymptoot.

Merk ook op dat je om de $\pi$ radialen (= 180°) een nulwaarde hebt.

## 1.4.2) Bespreking van de tangensfunctie

*$dom\ f = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\,.\,\pi\right\}$ ==> De tangensfunctie bestaat niet per maatgetal van $\frac{\pi}{2}$.

*$continuïteit = (ga\ zelf\ na!)$

*$ber\ f = \mathbb{R}$

*$periode = \pi$ --> Om de $\pi$ radialen herhaalt de grafiek zich (= 180°)

--> Daarom had je bij goniometrische vergelijkingen + k . π i.p.v. +k . 2π!

*$asymptoot\ in\ [0, 2\pi]$ --> x = $\frac{\pi}{2}$ (verticale asymptoot)

*Tekenverloop en stijgen, dalen, extrema:

*Tekenverloop in het periode-interval* $[0, \pi[$

| $x$ | $0$ | | $\frac{\pi}{2}$ | | $\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 0 | - | \| | + | 0 |

*Stijgen, dalen en extrema in het periode-interval* $[0, \pi[$

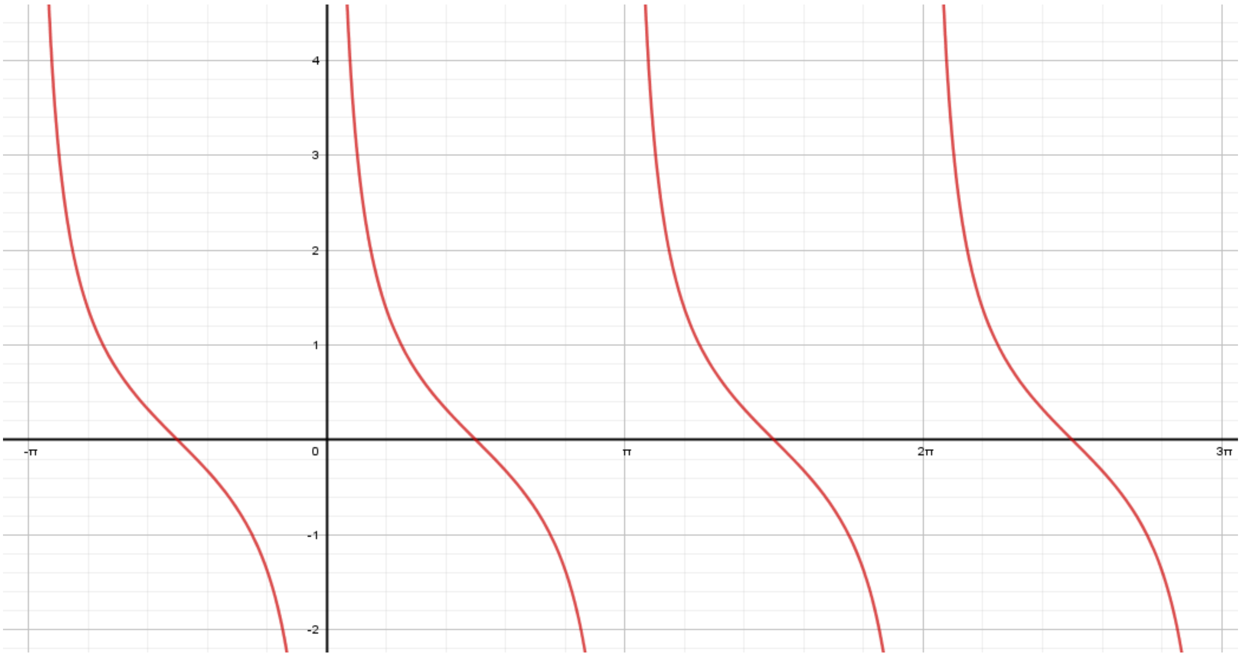
| $x$ | $0$ | | $\frac{\pi}{2}$ | | $\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 0 | ↗ | \| | ↗ | 0 |
| | | | V.A. | | |

*Oneven functie want je kan spiegelen t.o.v. symmetriemiddelpunt de oorsprong, (0,0).

# 1.5) Elementaire cotangensfunctie

## 1.5.1) Grafiek

*De cotangens van π (= 180°) is zinledig aangezien cot = cos/sin en sin(π) = 0.



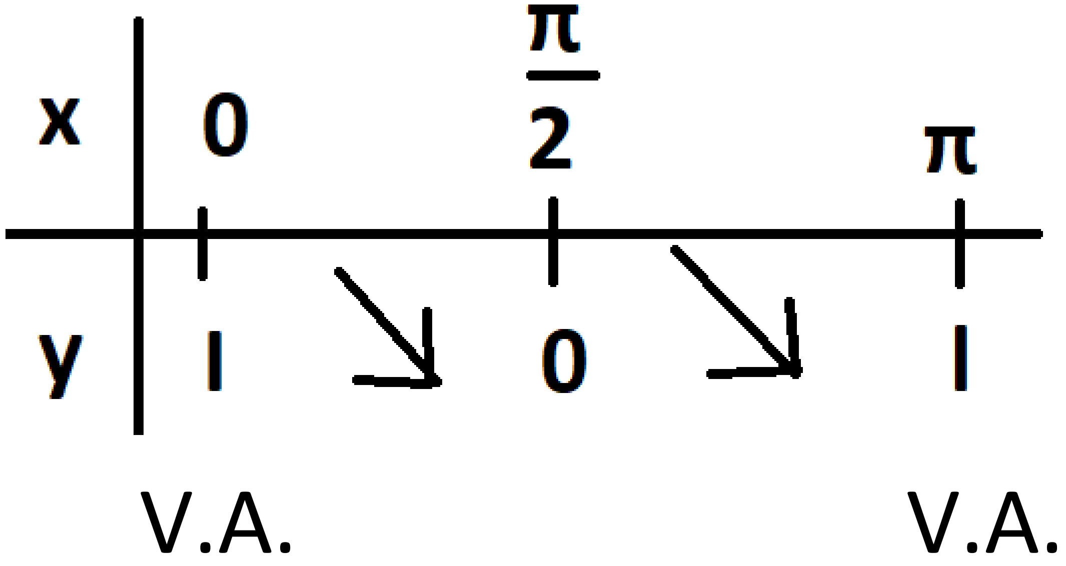

--> $x = \pi$ is met gevolg een verticale asymptoot van de cotangensfunctie.

## 1.5.2) Bespreking

*$dom\ f = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k\,.\,\pi\}$ --> De cotangens van 180° is zinloos (zinledig).
*$continuïteit = (ga\ zelf\ na!)$
*$ber\ f = \mathbb{R}$
*Periode = $\pi$
*Tekenverloop in [0, π]:

| x | $0$ | | $\frac{\pi}{2}$ | | $\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|
| y | \| | + | 0 | - | \| |

*Stijgen, dalen, extrema in [0, π]:



# 2) Uitgebreide goniometrische functies

*Volgens de eindtermen moet je de uitgebreide (algemene) sinusfunctie en de algemene cosinus-functie kunnen bespreken.
*De uitgebreide goniometrische functies zien er telkens zo uit:

$$y = a \sin of \cos(bx + c) + d$$

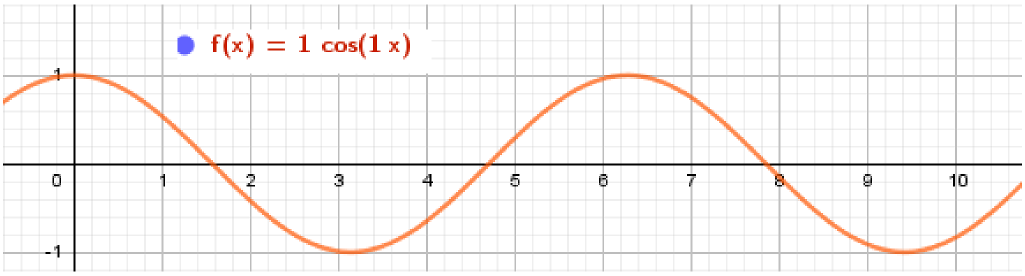
--> We onderzoeken de parameters voor de sinus- en cosinusfunctie apart.

*Ik behandel hier enkel de cosinusfunctie, de cursus behandelt de sinusfunctie. Neem de cursus naast je terwijl je dit leest, je zult zien dat de parameters wijzigen voor beide functie hetzelfde is.

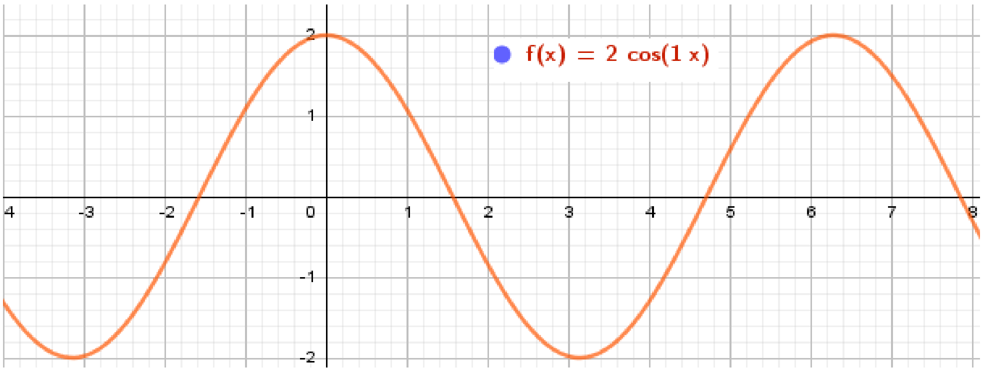
## 2.1) De algemene (co)sinusfunctie

### 2.1.1) parameter a wijzigen

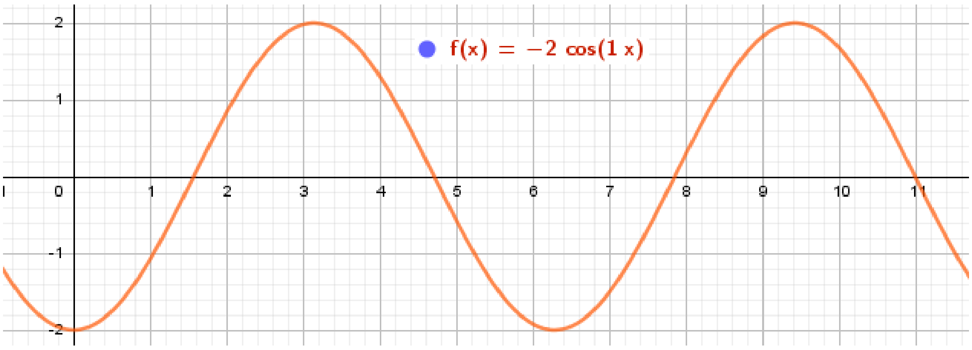
We beginnen van de elementaire functie y = cos (x).



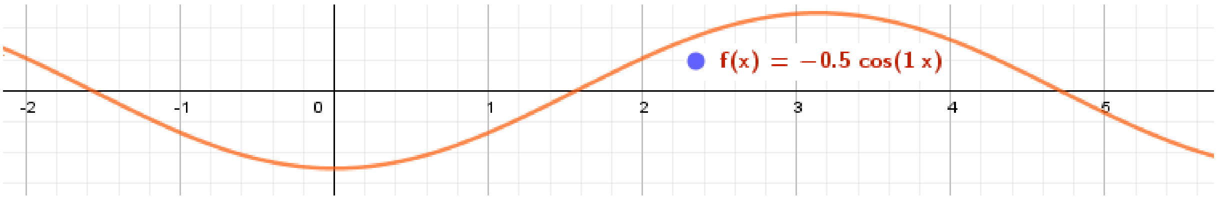

Als we parameter a wijzigen dan rek je de grafiek t.o.v. de x-as uit, stel we veranderen de 1 voor de cosinus naar een 2, dan verandert het bereik van de functie naar [-2, 2].




Als je parameter a negatief maakt, dan spiegel je de functie t.o.v. de x-as.



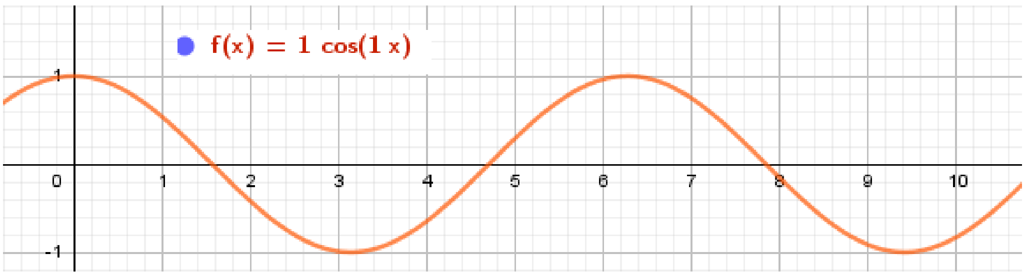

Als parameter a kleiner is dan 1, dan krimp je de grafiek in.




We noemen parameter a de amplitude van de (co)sinusfunctie.
--> De maxima van de (co)sinusfunctie zijn $|a|$ en $|-a|$

## 2.1.2) Parameter b wijzigen

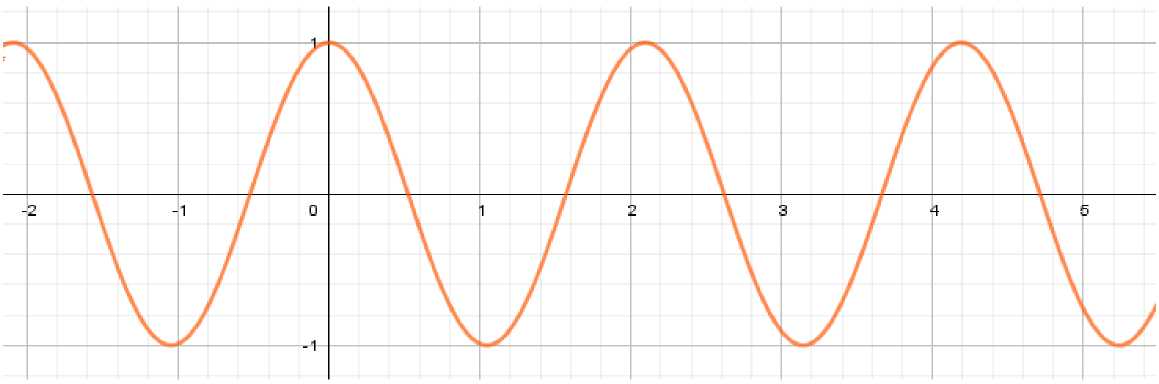
We beginnen van de elementaire functie y = cos (x).




Als je parameter b wijzigt, dus bijvoorbeeld naar y = cos(3x) wordt de waarde voor x eerder bereikt. Bij y = cos (x) heb je 30° nodig om cos (30°) te krijgen. Bij y = cos(3x) heb je 10° nodig om cos (30°) te verkrijgen (want: 3 x 10° = 30°!).

Als b groter wordt dan 1, dan komen de golven van de (co)sinusfunctie dichterbij elkaar te staan. De pulsatie van de (co)sinusfunctie wordt groter (parameter lbl = pulsatie!).

<u>y = cos(3x)</u>

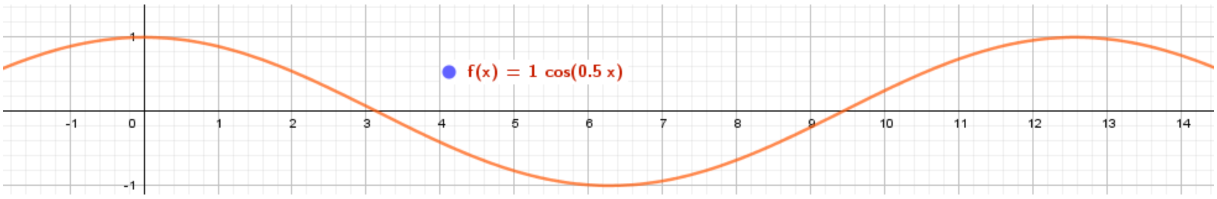


Merk op dat de wijziging van parameter b gepaard gaat met een wijziging in periode (de tijd waarna de functie zichzelf herhaald).

$periode = \frac{2\pi}{|b|}$ --> In dit geval is lbl = 3, dus de periode is: $\frac{2\pi}{3}$, de functie herhaalt zich nu constant na $\frac{2\pi}{3}$ radialen wat respectievelijk overeenkomt met 120°.

Als b < 1 dan rek je de grafiek uit. Je hebt namelijk méér graden nodig om een functiewaarde te bereiken.

y = cos(0,5x)




Merk op dat de periode opnieuw is verandert.

$$periode = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{0{,}5} = 4\pi$$

Als b < 0 dan gebeurt er niks extra want bij de pulsatie pak je de absolute waarde van b, lbl!

## 2.1.3) Parameter c wijzigen

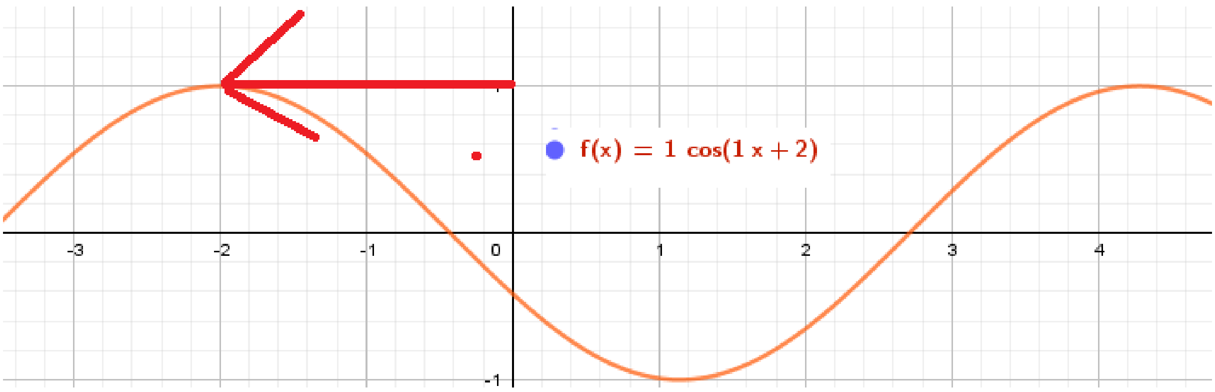
*Parameter c staat samen met parameter b in voor een verschuiving t.o.v. de x-as.

$$fase\ (verschuiving) = -\frac{c}{b}$$

Als verschuiving positief is, verschuif je in de positieve zin (naar rechts) op de x-as.
Als verschuiving negatief is, verschuif je in de negatieve zin (naar links) op de x-as.

*Neem bijvoorbeeld c = 2 en b = 1.

$y = \cos(x + 2)$

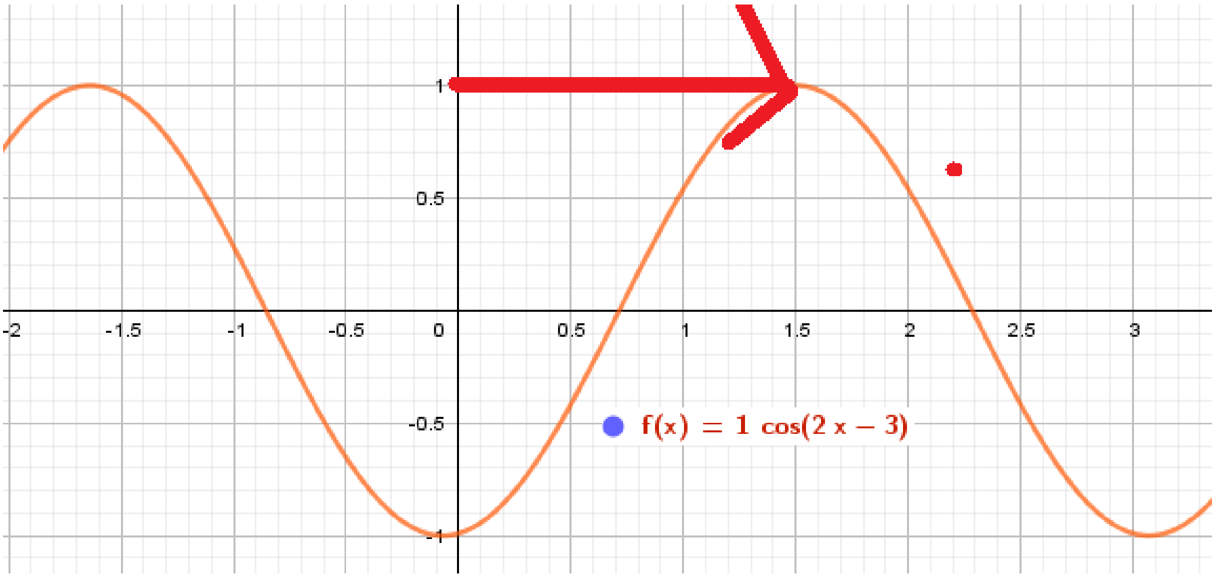



Fase = $-\frac{c}{b} = -\frac{2}{1} = -2$

--> Je ziet dat je 2 plaatsen bent verschoven in de negatieve zin van de x-as. Je ziet dit ook grafisch, de elementaire cosinusfunctie begint immers vanaf het punt 1, dit punt is met -2 verschoven.

y = cos(2x - 3)

Verschuiving = $-\frac{c}{b} = -\frac{-3}{2} = \frac{3}{2} = 1{,}5$
--> Alles verschuift dus met 1,5 in de positieve zin van de x-as (naar rechts).




Je ziet duidelijk dat alles met getal 1,5 in de positieve zin van de x-as is verschoven.

Merk op dat een verandering in factor b ook een verandering in periode geeft.
$periode = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{2} = \pi$

## 2.1.4) Parameter d wijzigen

*d zorgt dus voor een verschuiving t.o.v. de y-as.
--> Als d > 0 verschuif je naar boven (de snijpunt met je y-as verschuift naar boven).
--> Als d < 0 verschuif je naar onder (de snijpunt met je y-as verschuift naar onder).

**Let op: omdat de elementaire cosinusfunctie, y = cos(x), begint vanaf het getal 1 moet je vanaf daar beginnen met verschuiven! Bij de elementaire sinusfunctie heb je dat probleem niet.**

Y = cos(x) + 1
Merk op dat de nieuwe snijpunt met de y-as 2 is.


We noemen de rechte y = d de evenwichtsstand van de functie. Deze rechte gaat door het 'midden' van de functie en is als het ware in evenwicht.

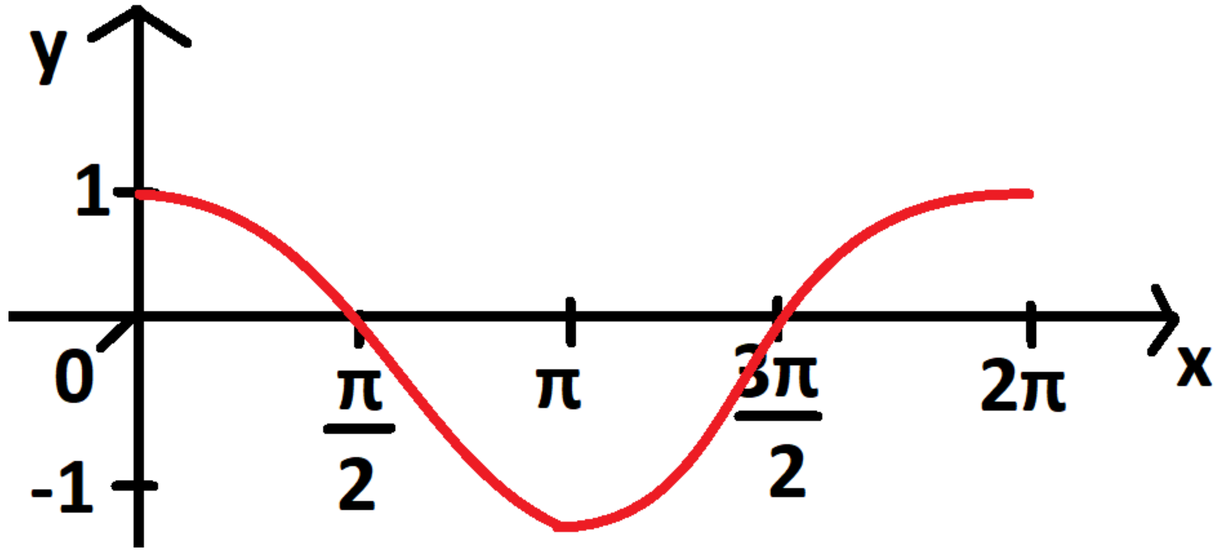
De rechte y = 1 is dus de evenwichtsstand van deze goniometrische functie.

## 2.1.5) De algemene (co)sinusfunctie tekenen

Je moet deze functies ook kunnen tekenen, dit doe je door de parameters geleidelijk aan in de functie te voeren. We beperken onze grafiek, voor de overzichtelijkheid, tot één periode.

<u>Bijvoorbeeld: teken $y = 1{,}2\,.\cos(3x - 2) + 0{,}5$</u>

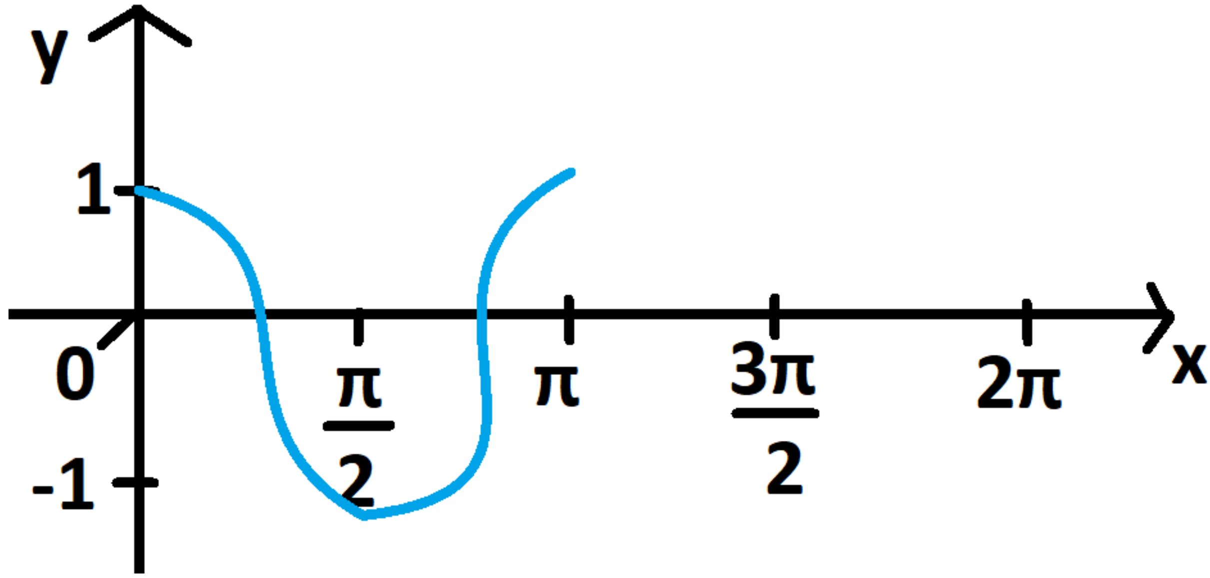
**(1) We starten vanaf y = cos(x)**




**(2) We brengen de parameter lbl erin met de periodeverandering.**

$$periode = \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

$$y = 1{,}2\,.\cos(3x - 2) + 0{,}5$$



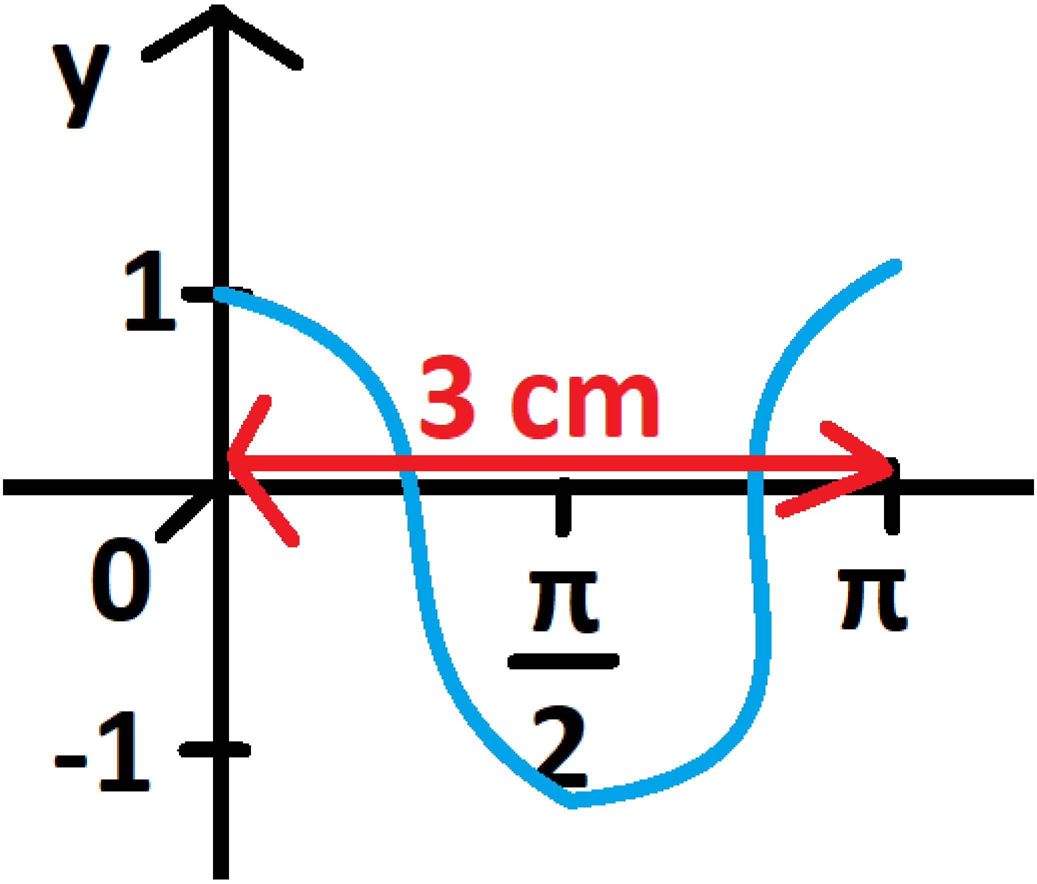

De functie herhaalt zich nu om de π radialen, echter hebben we afgesproken slechts één periode te tekenen.

**(3) We brengen parameter c erin door de fase (verschuiving) te berekenen**

$$y = 1{,}2\,.\cos(3x - 2) + 0{,}5$$

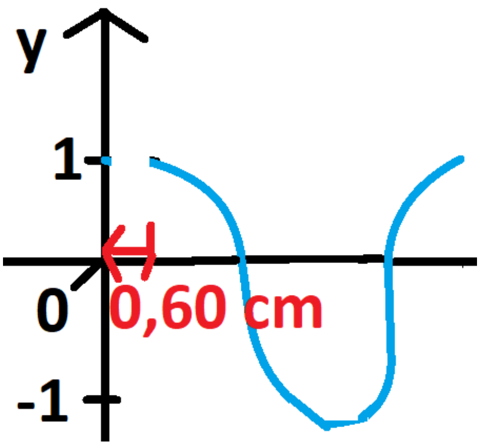
$fase = -\frac{c}{b} = -\frac{-2}{3} = \frac{2}{3}$

Alles verschuift met een getal 2/3 t.o.v. de x-as.
--> Je moet ongeveer nameten hoeveel dat is.



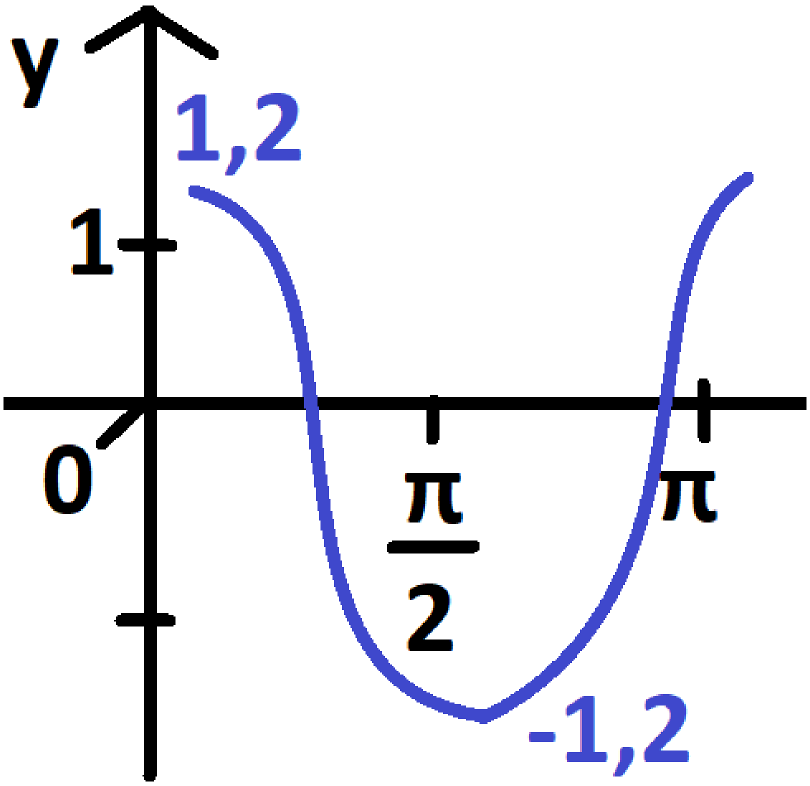

Stel de afstand van 0 tot π is op jouw assenstelsel 3 cm. Dan moet je narekenen hoeveel de afstand van 0 tot 2/3 is met de regel van 3.

$3cm = 3{,}14\ (afgerond)$
==> $0{,}60\ cm = \frac{2}{3}$

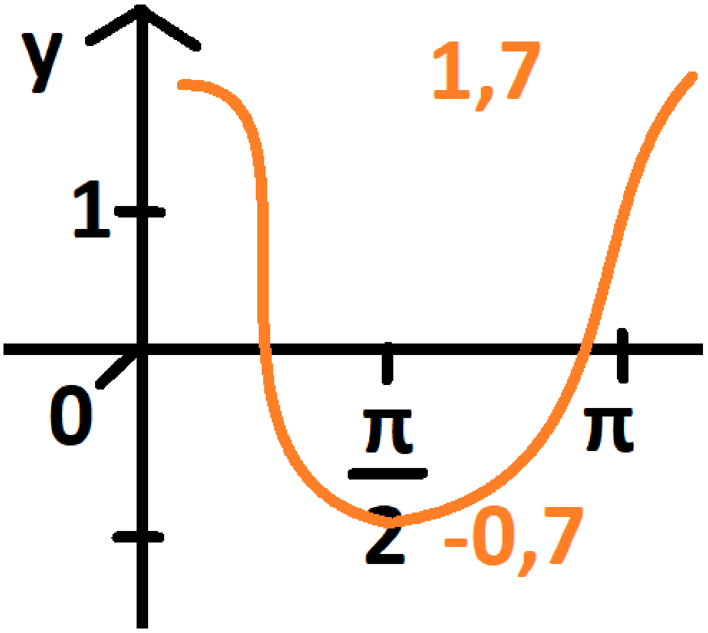



Je hele grafiek verschuift dus met 0,60 cm.

**(4) We brengen parameter a in onze grafiek door uit te rekken**




**(5) We brengen parameter d erin door met factor 0,5 in de positieve zin van de y-as te verschuiven.**




Dit is de grafiek van je functie $y = 1{,}2\,.\cos(3x - 2) + 0{,}5$!

# 3) Zelftest goniometrische functies (I)

Of je nu geneeskunde wil studeren of niet, deze oefeningen zijn een goede aanvulling op de oefeningen van de cursus om te kijken of je het kent!

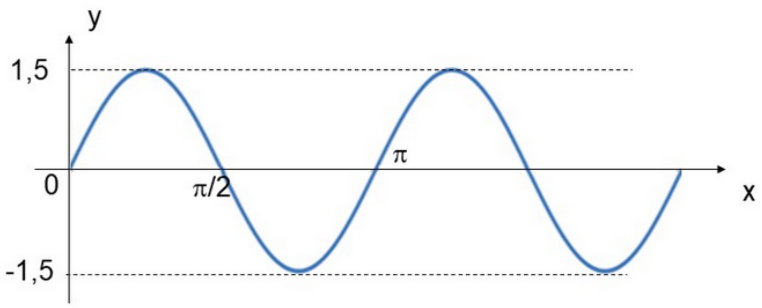
## 3.1) Oefeningen ingangsexamen GNK

VRAAG 1:

**Sinus- en cosinusfunctie** Vraag 5 Augustus 2011

! Selected ★★☆☆☆

- Hieronder staat een functie f(x) = c.sin(a.x + b)




- Geef de waarden van de parameters a, b en c.

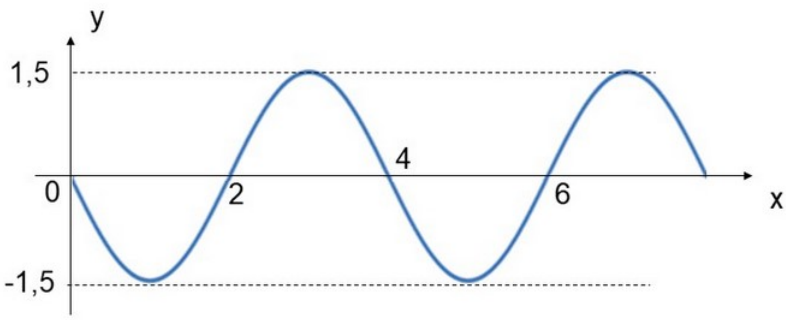
<A> a=2 b= 0 c=1,5
<B> a=2 b= -π/2 c=3
<C> a=1 b= - π c= 3
<D> a=1 b= 0 c=1,5

VRAAG 2:

Vraag 3 Juli 2011

★★☆☆☆

- Gegeven is een grafiek van een bepaalde functie.




- Welke functie *y*(*x*) wordt in deze grafiek weergegeven?

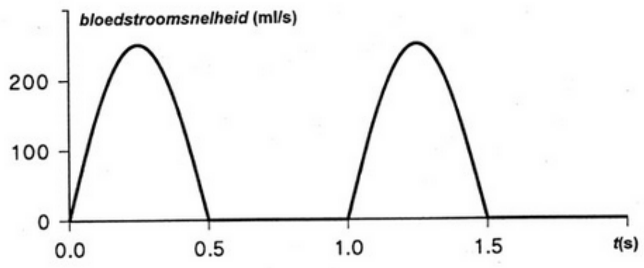
<A> y = 3.sin(πx/2 + π/2)
<B> y = 3.sin(πx/2 - π/2)
<C> y = 1,5. sin(πx/2 + π)
<D> y = 1,5.sin(8πx + π)

VRAAG 3:

## Vraag 7 Augustus 1997

★★☆☆☆

- Bij een volwassene in rust pompt het hart bloed in de grote bloedsomloop. De bloedstroomsnelheid kan benaderd worden door het positieve deel van een sinusoïde:




- Bij inspanning verdubbelt de frequentie van de cyclus en wordt de bloedstroomsnelheid vier keer zo groot.
- Bij welke van de volgende sinusoïden is het positieve deel de beste benadering van de bloedstroomsnelheid bij inspanning?

<A> 1000 sin $2\pi t$
<B> 1000 sin $4\pi t$
<C> 1000 sin $8\pi t$
<D> 2000 sin $\pi t$

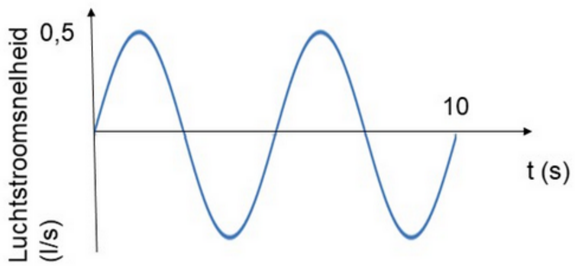
VRAAG 4:

## Vraag 6 Juli 1997

! Selected

★★★☆☆

- Een volwassene ademt gemiddeld twaalf keren per minuut. De luchtstroomsnelheid (in liter per seconde) wordt bij het inademen positief en bij het uitademen negatief gerekend. De luchtstroomsnelheid kan benaderd worden met de volgende sinusoïde.



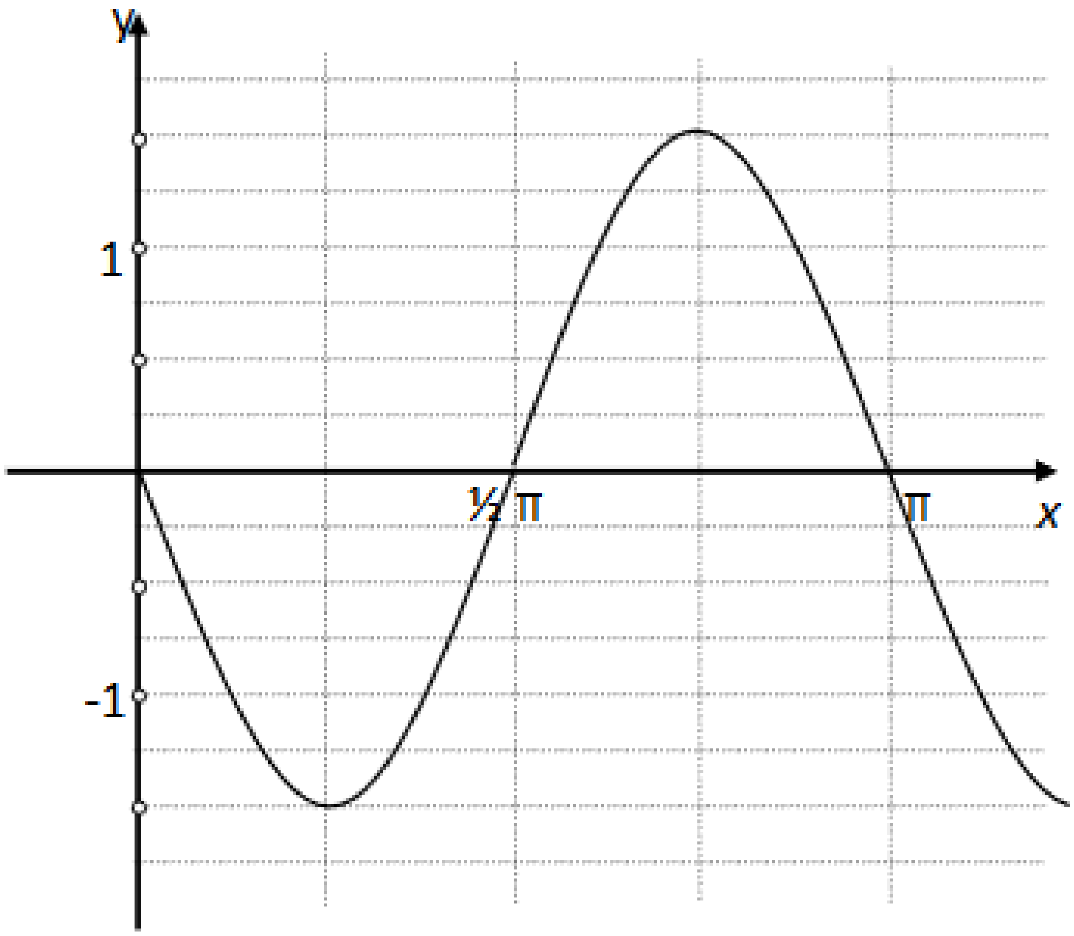

- Bij hardlopen wordt de periode van de ademhalingscyclus gedeeld door 3 en de luchtstroomsnelheid wordt 4 keer zo groot.
- Welke van de volgende antwoorden is de beste benadering van de sinusoïde bij hardlopen?

<A> $0{,}125.\sin(0{,}4\pi t / 3)$
<B> $0{,}125.\sin(1{,}2\pi t)$
<C> $2.\sin(0{,}4\pi t / 3)$
<D> $2.\sin(1{,}2\pi t)$

VRAAG 5:

2011 Augustus Vraag 8b

Hieronder staat een functie F(x) = c.sin(a.x + b)



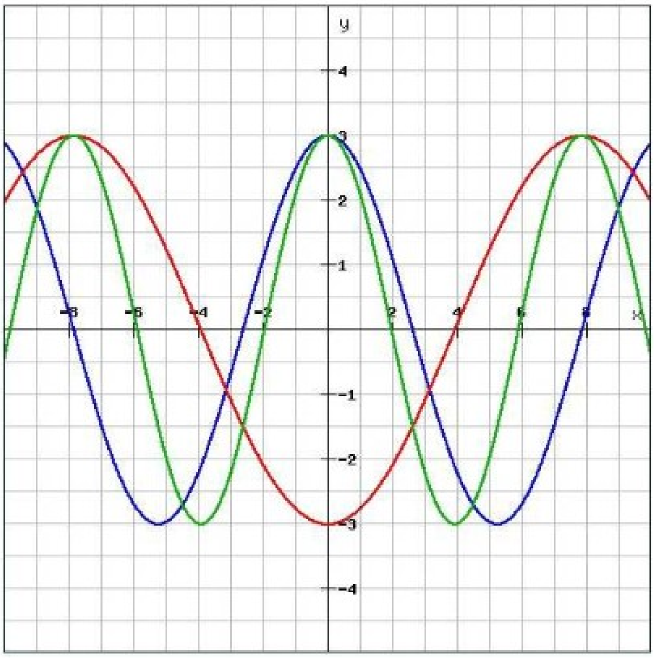

Geef de waarden van de parameters *a*, *b* en *c*.

| | | | |
|---|---|---|---|
| <A> | a=2 | b= $^{-\pi}/_2$ | c=1,5 |
| <B> | a=1 | b= $^{-\pi}/_2$ | c=3 |
| <C> | a=1 | b= $-\pi$ | c= 3 |
| <D> | a=2 | b= $-\pi$ | c=1,5 |

VRAAG 6:

2014 – Juli Vraag 5

Gegeven is een grafiek met drie goniometrische functies.




Welke goniometrische functie staat hier niet bij?

<A> $y = 3.Sin(0,6x + \frac{\pi}{2})$

<B> $y = 3.Sin(0,8x - \frac{3\pi}{2})$

<C> $y = 3.Sin(0,4x - \frac{\pi}{2})$

<D> $y = 3.Sin(1,6x + \frac{3\pi}{2})$

VRAAG 7: ***(VERDIEPING!)***

2017 – Juli geel Vraag 9

Beschouw de functie f met functievoorschrift $f(x) = \sin^2 x$. Neem $\alpha \in \mathbb{R}$ met $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

Waaraan is de volgende som gelijk?

$$f(\alpha) = f(\alpha + \frac{\pi}{2}) + f(\alpha + \pi) + f(\alpha + \frac{3\pi}{2}) + \ldots + f(\alpha + 99\pi) + f(\alpha + \frac{199\pi}{2})$$

<A> $99 \sin^2\alpha$

<B> $100 \sin^2\alpha$

<C> 99

<D> 100

# 3.2) Oplossingen

VRAAG 1:

**LET OP: Ze hebben (om je te verwarren) parameters omgewisseld!**

normaal: f(x) = a . sin (bx + c) ⇔ hier: f(x) = c . sin(ax + b)

We bestuderen de functie met onze, normale parameters en dan passen we ze aan.

$$a = amplitude = maximale\ y - uitwijking = uitrekking\ t.o.v.y - as$$

--> Je ziet duidelijk dat a = 1,5.

$b = pulsatie = hoe\ dicht\ of\ ver\ de \sin of \cos golven\ van\ elkaar\ staan$
--> Je kan dit niet aflezen, maar je kent de formule: $periode = \frac{2\pi}{b}$

$\pi = \frac{2\pi}{b} \Leftrightarrow b = \frac{2\pi}{\pi} = 2$

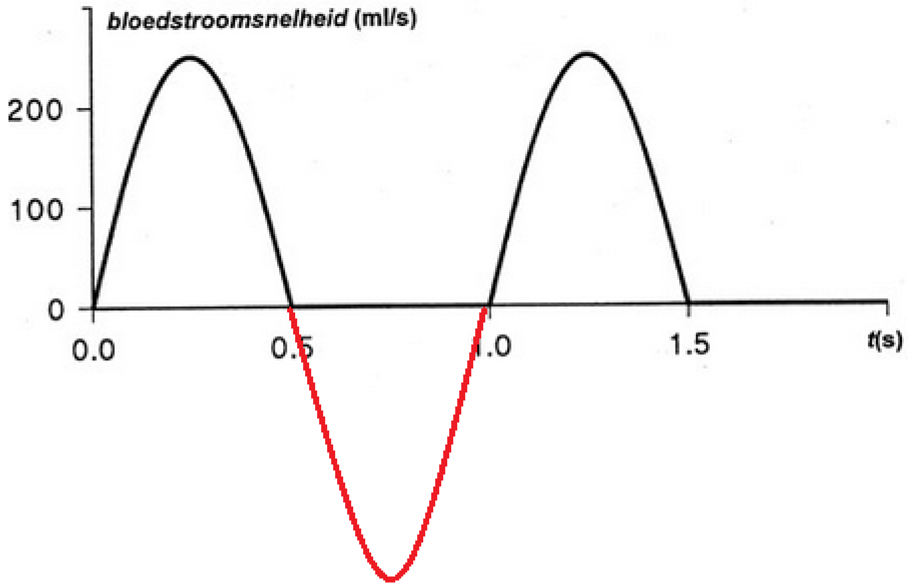
$c = fase = verschuiving\ t.o.v.de\ x - as$
--> De fase (verschuiving) wordt berekend door de formule: $fase = -\frac{c}{b}$
--> Hier halen we c uit: $\Leftrightarrow c = fase\,.(-b)$
--> We zien overduidelijk dat er geen verschuiving (fase) is, dus is c met gevolg 0.

We hebben: a = 1,5 ---- b = 2 ---- c = 0
--> In de functie die het ingangsexamen gaf wordt dit: c = 1,5 --- a = 2 --- b = 0
➔ Dit komt overeen met antwoord A!

VRAAG 2:
Je ziet direct dat a = 1,5. De maximale uitwijking op de y-as = 1,5.
--> Dus: A = B = KO.

Nu moet je nog oordelen over parameter b, parameter c is immers bij C en D hetzelfde (π).
--> Je kan hiervoor de formule van de periode gebruiken: $periode = \frac{2\pi}{b}$
➔ Hieruit haal je b: $b = \frac{2\pi}{periode} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \rightarrow dit\ komt\ overeen\ met\ antwoord\ C!$

VRAAG 3:




Je ziet duidelijk dat a = 250
b kan je berekenen: $periode = \frac{2\pi}{b} \Leftrightarrow b = \frac{2\pi}{periode} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$
➔ De functie herhaalt zich per 1 keer.

Om duidelijk te zijn: dit is de grafiek voor een volwassene in rust.
--> Gegeven is dat bij inspanning de frequentie van de cyclus 2x verdubbelt
➔ Let op: de frequentie verdubbelt 2x, dit betekent dat je periode halveert.
--> Waarom? Nu wordt het bloed 2x gepompt in 1 vroegere periode. Dus is de nieuwe periode 0,5. Je kan ook fysisch redeneren:
periode = T ⇔ frequentie f = $\frac{1}{T}$

$\Leftrightarrow 2 = \frac{1}{T}$ (de frequentie verdubbelt!)

$\Leftrightarrow T = \frac{1}{2}$ (de periode halveert!)

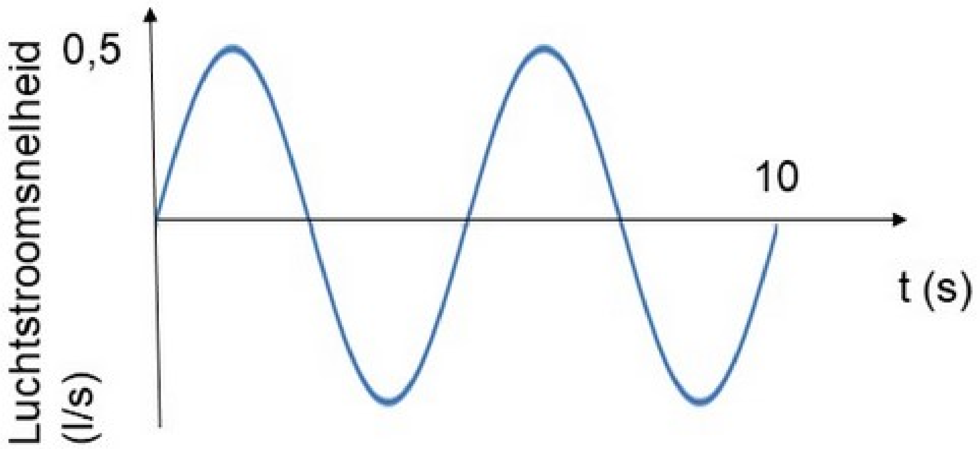
--> $b = \frac{2\pi}{periode} = \frac{2\pi}{0,5} = 4\pi$

--> Gegeven is dat de bloedstroomsnelheid bij inspanning 4x zo groot is.

➔ Dus: 4 . parameter a = 4 . 250 (zie grafiek) = 1000

We komen tot de functie bij inspanning: y = 1000 . sin (4π . t) ==> B = OK!

VRAAG 4:




We zien duidelijk op de grafiek dat a = 0,5.
We zien duidelijk dat periode = 5.
--> $periode = \frac{2\pi}{b} \Leftrightarrow b = \frac{2\pi}{periode} = \frac{2\pi}{5} = \frac{2}{5}\pi$

Gegeven is:
--> Bij hardlopen wordt de periode van de ademhalingscyclus door 3 gedeeld.

--> Dus: periode = $\frac{5}{3}$.

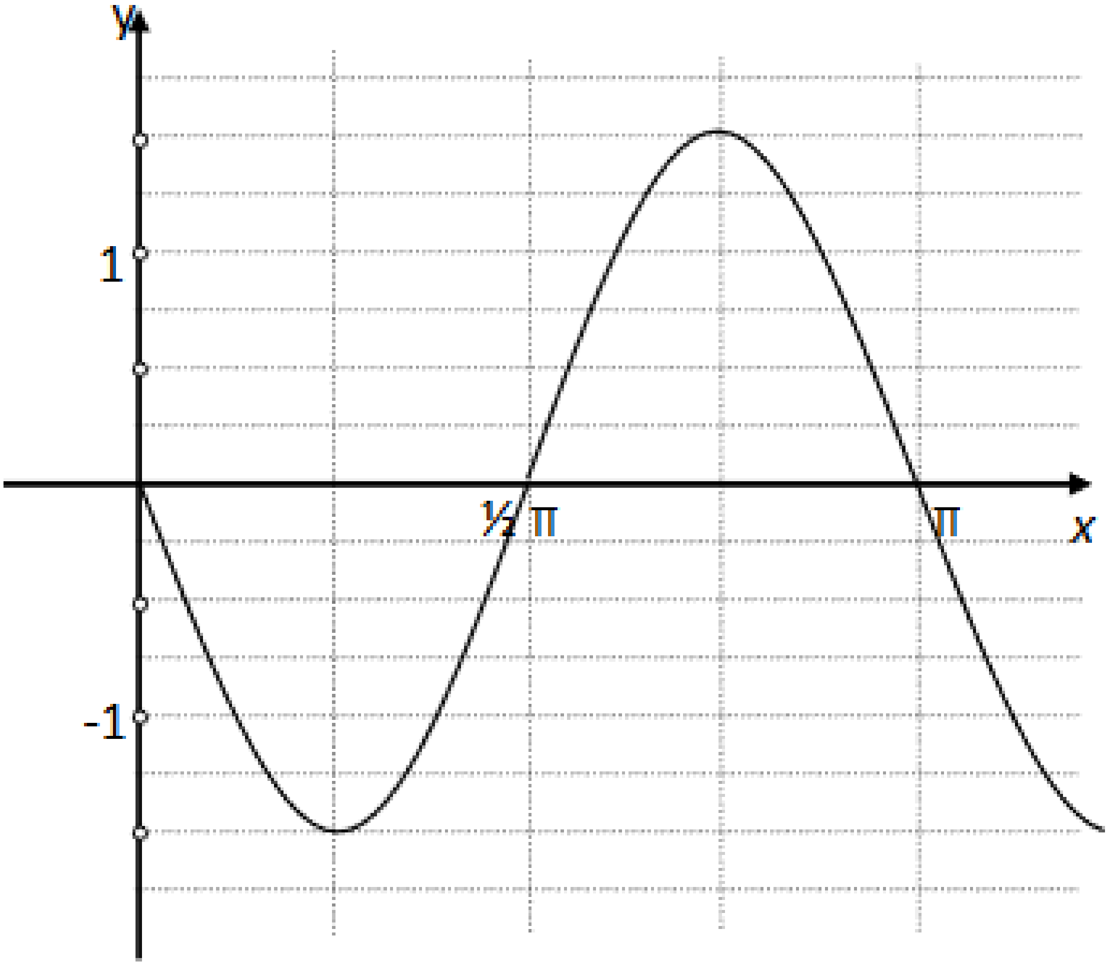
--> $b = \frac{2\pi}{periode} = \frac{2\pi}{\frac{5}{3}} = \frac{6\pi}{5} = 1,2\pi$ --> Nu weet je al dat D = OK

--> Bij hardlopen wordt de luchtstroomsnelheid 4 keer zo groot.

--> Dus: a . 4 = 0,5 . 4 = 2.

--> Nu weet je zeker dat D = OK, de functie is: y = 2 . sin (1,2π . t).

VRAAG 5:




**LET OP: Ze hebben (om je te verwarren) parameters omgewisseld!**

normaal: f(x) = a . sin (bx + c) ⇔ hier: f(x) = c . sin(ax + b)

We bestuderen de functie met onze, normale parameters en dan passen we ze aan.

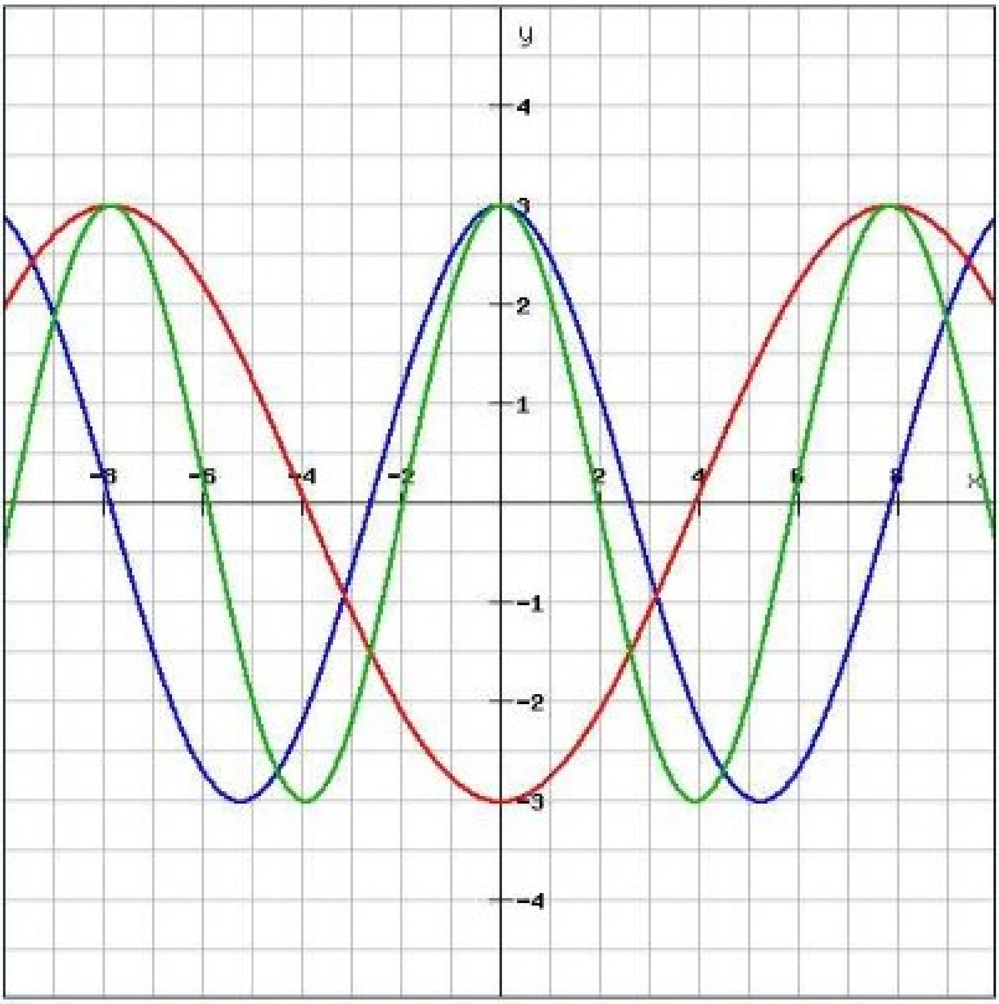
Je ziet duidelijk dat a (amplitude) = 1,5.
Je ziet duidelijk dat periode = $\pi$ --> Hier haal je b uit: b = 2 (ga zelf na!)
Er is hier wel een verschuiving gebeurt t.o.v. de x-as
--> Normaal begint de sinusfunctie te stijgen vanaf x = 0, nu is dat pas vanaf x = $\frac{\pi}{2}$.

--> Fase (verschuiving) = $-\frac{c}{b} \Leftrightarrow c = fase \,.\, (-b) = \frac{\pi}{2} \,.\, (-2) = -\pi$

a = **c = 1,5.**
b = **a = 2**
c = **b = -π**

→ **Antwoord D = OK!**

VRAAG 6:
Gevraagd is welke goniometrische functie niet in de grafiek staat.
--> Je ziet dat alle functies verschoven zijn én telkens een andere periode hebben, je kan dus gaan zoeken welke parameter b of c er niet bij staat. We kiezen het makkelijkste, we onderzoeken parameter b.




Groene functie: je ziet dat de functie zich om de 8 eenheden herhaalt, periode = 8

--> $b = \frac{2\pi}{periode} = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4} = \frac{3{,}14}{4} = (ongeveer)\frac{3{,}20}{4} = 0{,}80$

--> Dit staat in functie <B>, dus B = KO.

Blauwe functie: herhaalt zichzelf ongeveer om de 10,5 keren, periode = 10,5

--> $b = \frac{2\pi}{periode} = \frac{2\pi}{10{,}5} = \frac{\pi}{5{,}25} = \frac{3{,}14}{5{,}25} = (ongeveer)\frac{3}{5} = 0{,}6$

--> Dit staat in functie <A>, dus A = KO.

Rode functie: herhaalt zichzelf ongeveer om de 16 eenheden, periode = 16.

--> Bij de groene functie was de periode 8 en b bij benadering 0,80 (zie berekening).

--> Nu de periode 16 is moet b dan bij benadering 0,40 zijn (ga zelf na!)

==> Dit staat zo in functie <C>, dus C = KO

De functie die er dus niet bij staat, is functie <D>, dus D = OK!

<u>VRAAG 7:</u>

Dit heeft eigenlijk meer te maken met goniometrie over het algemeen.

f(x) $= sin^2(A) + sin^2\left(A + \frac{\pi}{2}\right) + sin^2(A + \pi) + sin^2\left(A + \frac{3\pi}{2}\right) + \cdots + sin^2\left(A + \frac{199\pi}{2}\right)$

Supplementaire hoeken: $\sin(A + \pi) = \sin(-A)$

➔ $sin^2(A + \pi) = \sin^2(A)$ (kwadraat maakt positief!)

Anticomplementaire hoeken: $\sin\left(A+\frac{\pi}{2}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}+A\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}-(-A)\right)=\cos(-A)=\cos(A)$

--> Dus: $sin^2\left(A+\frac{\pi}{2}\right)=\cos^2(\mathrm{A})$

Je kan f(x) dus vervangen door: $sin^2(A)+cos^2(A)+sin^2(A)+cos^2(A)+\cdots$
--> grondformule: $\sin^2 + \cos^2 = 1$
--> Dus: $1+1+\cdots+1\ (100\ termen)=100$

--> D = OK