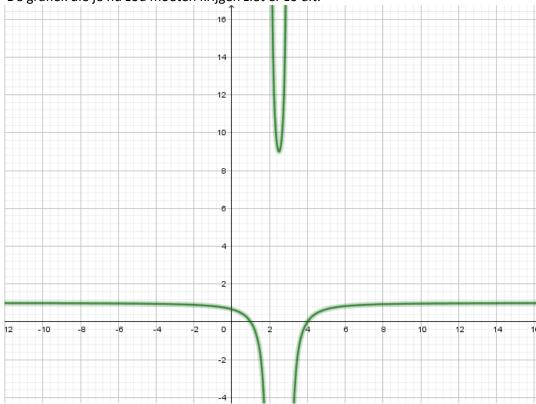
Samenvatting Geogebra – alternatief examen wiskunde – functies – gemaakt door Abdellah
(Y) VOORWOORD Dit is de (last-minute) samenvatting Geogebra voor het oplossen/bespreken van rationale- en veeltermfuncties morgen. Veel succes gewenst op het examen!
(X) INHOUDSTAFEL (1) HANDIGE TIPS
(2) RATIONALE FUNCTIES BESPREKEN
(2A) HET INVOEREN VAN RATIONALE FUNCTIES
(2B) DOMEIN EN ASYMPTOTEN VAN EEN RATIONALE FUNCTIE AFLEZEN (2C) NULWAARDEN RATIONALE FUNCTIE
(2D) TEKENVERLOOP VAN EEN RATIONALE FUNCTIE
(2E) STIJGEN, DALEN EN EXTREMA VAN EEN RATIONALE FUNCTIE
(2F) BEREIK VAN EEN RATIONALE FUNCTIE BEPALEN
(3) RATIONALE VERGELIJKING BESPREKEN
(3A) INVOER RATIONALE VERGELIJKING
(3B) DE OPLOSSINGEN (NULWAARDEN) BEPALEN
(3C) TOEPASSING: KLEIN VRAAGSTUKJE (3D) WAT ALS DEZE VERGELIJKING EEN ONGELIJKHEID WAS
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
(1) HANDIGE TIPS
(1A) DE SCHAALVERDELING VAN DE GRAFIEK VERANDEREN
*Om de schaalverdeling te veranderen druk je op dit knopje en ga je vervolgens naar een van de assen, je zult zien dat je de schaalverdeling nu kunt veranderen. Dit kan handig zijn.
(1B) VOOR ALS JE IETS FOUT HEBT GEDAAN
*Als je een fout bent begaan, druk je op [Ctrl] [z] om terug naar het vorige te gaan.
*Als de eerste methode niet werkt doe je het via Geogebra, je gaat naar 'bewerk' rechtsboven en je
drukt op: Undo Ctrl+Z , zo zal je terug kunnen gaan naar je vorige stap.
(2) RATIONALE FUNCTIES BESPREKEN
*Als voorbeeld bespreken we: $\frac{f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 5x + 6}}{x^2 - 5x + 6}$
(2A) HET INVOEREN VAN RATIONALE FUNCTIES
*Om de rationale functie in te voeren ga je eerst naar 'INVOER' (rechtsonder).
*Je typt de rationale functie zo in: $y = (x^2 - 5x + 4)/(x^2 - 5x + 6)$.

*Het is **belangrijk** dat je je machten zoals het voorbeeld ingeeft en alle haakjes zet! Anders interpreteert Geogebra de functie verkeerd! Zie foto hieronder als voorbeeld:

Input:
$$y = (x^2 - 5x + 4)/(x^2 - 5x + 6)$$

*De grafiek die je nu zou moeten krijgen ziet er zo uit:



(2B) DOMEIN EN ASYMPTOTEN VAN EEN RATIONALE FUNCTIE AFLEZEN

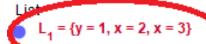
- *Om te weten te komen wat de asymptoten zijn doe je volgende dingen op Geogebra:
- (1) Typ in INVOER: Asy --> Geogebra geeft je suggesties, pak: asymptoten(< veelterm >)
- (2) Nu hoor je te hebben --> asymptoten(f)
- → Dit hangt af a.d.h.v. hoe je functie heet, als je functie 'g' heet typ je: asymptoten(g)

Input: Asymptote(f)

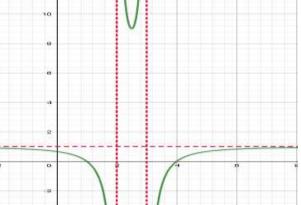
- (3) Druk op [ENTER]
- (4) Geogebra hoort je nu alle asymptoten te geven van je functie zoals de foto hieronder:
- (5) In het algebravenster kan je nu ook de asymptoten letterlijk aflezen:

Function

•
$$f: y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 5x + 6}$$







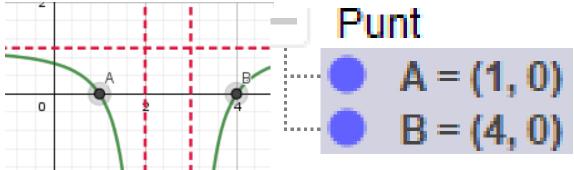
*Nu je de asymptoten weet kan je zelf het bereik bepalen, het bereik is alle mogelijke x-waarden.

 \rightarrow Ber = $\mathbb{R} \setminus \{2,3\}$ --> want: we hebben als asymptoten x = 2 en x = 3!

(2C) NULWAARDEN RATIONALE FUNCTIE

*Om de nulwaarden precties te bepalen in Geogebra doe je dit:

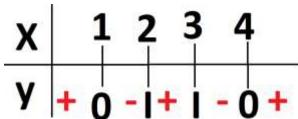
- (1) Ga naar INVOER
- (2) Typ in/kies: Nulpunten(< veeltem >)
- (3) Nu typ je de naam van je functie: Nulpunten(f)
- (4) Geogebra geeft je nu normaal gezien de nulwaarden van je functie.



(5) De nulwaarden zijn dus: (1,0) en (4,0)

(2D) TEKENVERLOOP RATIONALE FUNCTIE

*A.d.h.v. de nulwaarden en de asymptoten zou je nu een tekenverloop moeten kunnen maken met behulp van de grafiek.



Je kan letterlijk van de grafiek aflezen waar hij positief en negatief is. Let wel op dat we bij een rationale functie de asymptoten (polen) in de functie zetten. In een veeltermfunctie zijn dit alleen nulwaarden.

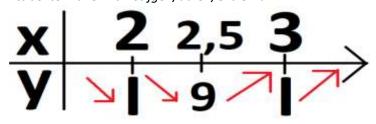
(2E) STIJGEN, DALEN EN EXTREMA VAN EEN RATIONALE FUNCTIE

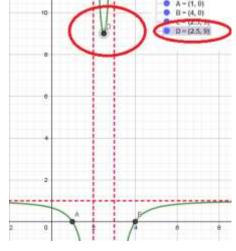
*Extrema (absolute en/of relatieve maxima/minima) van rationale functies bepalen met Geogebra:

- (1) Ga naar INVOER
- (2) Geef in: extrema(f) --> herinnering: f = naam van mijn functie! Invoer: Extrema(f)

- (3) Geogebra geeft je nu normaal gezien de extrema met de bijbehorende punten.
 - → Ons relatief minimum is dus (2,5; 9)!
- *A.d.h.v. je asymptoten (juiste benaming: pool --> nulwaarde van de noemer) en de extrema kan je nu bepalen wanneer de functie stijgt, daalt of constant blijft.

Let op: bij veeltermfuncties heb je natuurlijk geen asymptoten dus heb je enkel extrema (of geen extrema) nodig om een tabel te maken van stijgen/dalen/extrema.





(2F) BEREIK VAN EEN RATIONALE FUNCTIE BEPALEN

*Het bereik kan je letterlijk aflezen van de grafiek, dit zijn alle mogelijke y-waarden:

$$Ber f =] - one indig, 1[U]9, one indig[$$

(3) RATIONALE VERGELIJKING BESPREKEN

*We bespreken volgende vergelijking: $\frac{x+2}{x-2} + \frac{x+1}{x} = 2$

(3A) INVOER RATIONALE VERGELIJKING

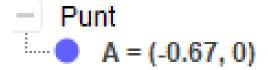
*Je brengt alle getallen over en stelt de vergelijking gelijk aan 0.

$$\frac{x+2}{x-2} + \frac{x+1}{x} - 2 = 0$$

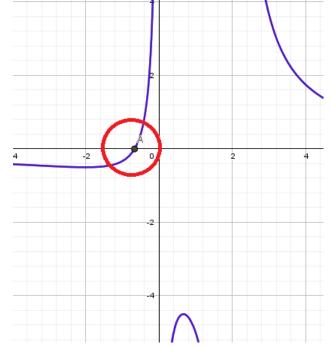
- \rightarrow In Geogebra voer je dit zo in: (x + 2)/(x 2) + (x+1)/(x) 2 = 0 --> haakje bij x mag je laten wegval.
 - → LET OP JE HAKEN EN BREUKEN!!!
 - → LET OP! JE SCHRIJFT ALLEEN HET LINKERLID OVER MET DE X'EN, IN GEOGEBRA LAAT JE DE '= 0' WEGVALLEN!

(3B) DE OPLOSSINGEN (NULWAARDEN) BEPALEN

- *De oplossingen van de vergelijking zijn de nulwaarden van de grafiek, deze bepaal je door (herh.):
- (1) INVOER: Nulpunten(< veelterm >)
- (2) Nulpunten(f)
 - → Herinnering: jouw veelterm heeft een eigen naam, de mijne heeft toevallig f!
- (3) Nu geeft Geogebra je de nulwaarden en heb je de oplossingen gelijk.



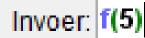
(4) De oplossing van je vergelijking is dus: Opl = {-0,67}



(3C) TOEPASSING: KLEIN VRAAGSTUKJE

Stel dat deze functie de functie was die het aantal werknemers van een bedrijf uitbeeld op de winst.

VRAAG 1: Hoeveel winst heb je als je 5 werknemers hebt?



- --> In Geogebra typ je: f(5) --> ALLEEN ALS JE FUNCTIE f HEET!
 - --> Geogebra geeft je de bijbehorende y-waarde in het algebra-venster: 17/15 Getal
 - --> Het bedrijf heeft dus 17/15 euro winst bij 5 werknemers.

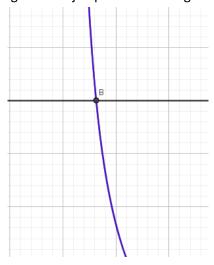
a = 17 / 15

VRAAG 2: Hoeveel werknemers heb ik nodig om 6 euro winst te maken?

- --> In Geogebra typ je de vergelijking y = 6 in INVOER. Invoer: y = 6
- --> Je bepaalt het snijpunt tussen de grafiek van y = 6 en je oorspronkelijke grafiek.

--> Je drukt hierop: 🔼 📜 🕞 🧓 --> Vervolgens druk je op rechte en de grafiek:





--> Vervolgens lees je het verkregen punt af in het ALGEBRAVENSTER



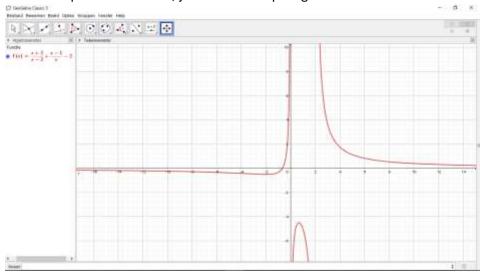
$$B = (2.63, 6)$$

→ Voor 6 werknemers maak je 2,63 euro winst.

(3D) WAT ALS DEZE VERGELIJKING EEN ONGELIJKHEID WAS

Stel:
$$\frac{x+2}{x-2} + \frac{x+1}{x} - 2 < 0$$

Dan verloopt alles hetzelfde, je moet énkel op de grafiek aflezen wanneer het kleiner is dan 0.



We lezen af dat de oplossing van de ongelijkheid (onder de x-as) is:]- oneindig; $0,67[\ U\]0,2[$