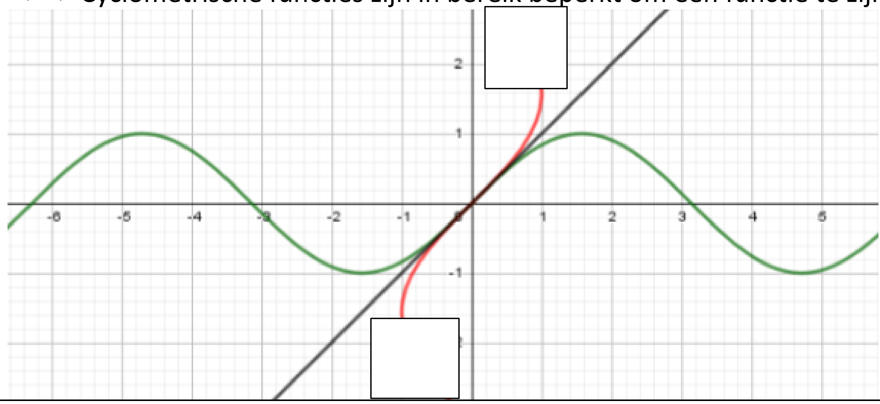
Wiskunde – schema functies – examen M4 - Abdellah

	IRRATIONALE FUNCTIE	**GONIOMETRISCHE FUNCTIE**				**CYCLOMETRISCHE FUNCTIE**			
Functies		sin (x)	cos (x)	tan (x)	cot (x)	Bgsin x	Bgcos x	Bgtan x	Bgcot x
Domein & continuïteit	$f(x) = \sqrt{g(x)} + q$ --> $g(x) > 0$ -->--> Ongelijkheid oplossen: dom!	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$ zonder $\frac{\pi}{2} + k\,.\,\pi$	$\mathbb{R}$ zonder $\pi + k\,.\,\pi$	$[-1,1]$	$[-1,1]$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
Bereik		[-1, 1]	[-1, 1]	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$	$[0, \pi]$	$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$	$[0, \pi]$
Asymptoten	VA: Nulwaarden van de noemer. --> Let op: 0/0 = géén asymptoot! HA: graad teller = graad noemer. --> $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{ax}}{x}$ --> $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{ax}}{x}$ HA: graad teller < graad noemer --> y = 0 SA: graad teller > graad noemer --> $m = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{h(x)}{x\,.g(x)}$ $= \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{h(x)}{x\,.g(x)}$ --> $q = \lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) - m(x)$	Géén	Géén	$x = \frac{\pi}{2}$ => V.A. Herhaalt zich om de π	$x = \pi$ => V.A. Herhaalt zich om de π	Géén	Géén	$y = \pm\frac{\pi}{2}$ => H.A.	$y = \pm\pi$ => H.A.
Grafieken		Begint vanaf oorsprong, maximum in $\frac{\pi}{2}$, π als nulwaarde.	Begint vanaf 1, $\frac{\pi}{2}$ als nul-waarde, maximum in π	Begint vanonder in $-\frac{\pi}{2}$, π als nul-waarde en stijgt.	Begint vanboven bij 0π, daalt, $\frac{\pi}{2}$ als nulwaarde.	Begint bij $(-1, -\frac{\pi}{2})$, stijgt met 0 als nulwaarde	Begint bij $(-1, \pi)$, daalt met $\frac{\pi}{2}$ als snijpunt met y-as	Begint bij x nadert $-\frac{\pi}{2}$, stijgt met 0 als nulwaarde	Begint bij x naderend tot π, daalt met $\frac{\pi}{2}$ als snijpunt y-as
Periodiciteit	Niet-periodiek	2π	2π	π	π	Niet-periodiek			
Even/oneven	Hangt er vanaf	Even	Oneven	Oneven	Oneven				
Uitgebreide functies		Algemene (co)sinusfunctie: $y = a\,.\cos \text{ of } \sin(bx + c) + d$ $\boldsymbol{a = amplitude}$ --> uitrekking t.o.v. y-as $\boldsymbol{b = pulsatie}$ --> Uitrekking t.o.v. x-as.							

		--> $periode = \frac{2\pi}{\lvert b \rvert}$ $\boldsymbol{c = geen\ naam}$ --> Verschuiving t.o.v. x-as. $fase = -\frac{c}{b}$ --> fase = negatief ==> naar links verschuiven. --> fase = positief ==> naar rechts verschuiven $\boldsymbol{d = evenwichtsstand}$ --> Verschuiving t.o.v. y-as. $y = d = evenwichtsstand$ → Let op: je verschuift de rechte y = d!	
Speciale betrekkingen	**<u>Rekenen met wortels:</u>** $*\sqrt[n]{a^n} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$ $*\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$ $*\sqrt[n]{a\,.\,b} = \sqrt[n]{a}\,.\,\sqrt[n]{b}$ $*\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m\,.\,n]{a}$ $*\ \sqrt[k\,.\,n]{a^{k\,.\,m}} = \sqrt[n]{a^m}$ $*\ \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ **<u>Rekenen met machten:</u>** $*a^p.a^q = a^{p+q}$ $*\ \frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$ $*(a^p)^q = a^{p\,.\,q}$ $*(a\,.\,b)^p = a^p\,.\,b^p$ $*\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$ $*\left(\frac{a}{b}\right)^{-p} = \left(\frac{b}{a}\right)^p$	**<u>Basisbetrekkingen:</u>** Grondformule goniometrie: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ Definitie secans: $\sec x = \frac{1}{\cos x}$ Definitie cosecans: $\csc x = \frac{1}{\sin x}$ Definitie tangens: $\tan x = \frac{1}{\cot x} = \frac{\sin x}{\cos x}$ Definitie cotangens: $\cot x = \frac{1}{\tan x} = \frac{\cos x}{\sin x}$ ***<u>(Enkel voor ingangsexamen GNK) – verdubbelingsformules:</u>*** $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$ $= 2\cos^2\alpha - 1$ $= 1 - \sin^2\alpha$ $\tan 2\alpha = \frac{2t}{1-t^2}$ $\sin 2\alpha = \frac{2t}{1+t^2}$ $\cos 2\alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ Deze, en alle andere formules kan je op het examen natuurlijk aflezen van je formuleblad goniometrie.	**<u>Speciale betrekkingen:</u>** $\cos^2 x = \frac{1}{1+\tan^2 x}$ $\sin^2 x = \frac{1}{1+\cot^2 x}$ **<u>Eigenschappen cyclometrische functies:</u>** $\sin(Bgsin\ x) = 1$ --> Geld voor elke vorm maar geldt NIET omgekeerd: $Bgsin(\sin x) \neq 1$. $\sin(Bgcos\ x) = \cos(Bgsin\ x) = \sqrt{1 - x^2}$ $\tan(Bgcot\ x) = \cot(Bgtan\ x) = \frac{1}{x}$

Wiskunde – schema functies – examen M4 - Abdellah

Vergelijkingen	Stappenplan: (1) Kwadrateren om zoveel mogelijk wortelvormen weg te werken. (2) Bij het kwadrateren de equivalentie (⇔) vervangen door een implicatie (==>) (3) Op het einde nachecken welke oplossingen vals zijn.	SINUSVERGELIJKING: $\sin\beta = \sin\alpha \Leftrightarrow \beta = \alpha + k\,.\,2\pi$ ∨ $\beta = (\pi - \alpha) + k\,.\,2\pi$ COSINUSVERGELIJKING: $\cos\beta = \cos\alpha \Leftrightarrow \beta = \pm\alpha + k\,.\,2\pi$ TANGENSVERGELIJKING $\cos\beta = \cos\alpha \Leftrightarrow \beta = \alpha + k\,.\,\pi$	
Limieten	Hoofdeigenschap: $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$ Rekenregel: $\lim_{x\to a} \sqrt{f(x)} = \sqrt{\lim_{x\to a} f(x)}$ Speciale rekenregels: $(-\infty)^{2n+1} \to tekens\ omkeren$ $(-\infty)^{2n} \to tekens\ behouden$ $(\infty)^{2n(+1)} \to tekens\ behouden$ + uitleg van 'andere limieten' bij goniometrische functies	Bijzondere limiet: $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ Andere limieten: Zoals elke bij alle functies. --> invullen. --> b/0 --> teken teller en noemer apart nachecken voor + of – oneindig. --> 0/0 --> L'hôpital toepassen. = teller en noemer apart afleiden, daarna opnieuw invullen. --> Limieten kunnen ook <u>numeriek</u> opgezocht worden, dit steunt op de grafische definitie van limieten, je gaat het getal naderen door een getal kortbij in te vullen (bij oneindig bv. een groot getal).	Alle limieten (idem goniometrische functies). Let op: bij cyclometrische functies zal je (vaker dan bij andere functies) soms moeten redeneren. Hou de asymptoten goed in je achterhoofd! BGTAN: $x \to +\infty = \frac{\pi}{2}$ $x \to -\infty = -\frac{\pi}{2}$ BGCOT: $x \to +\infty = 0$ $x \to -\infty = \pi$
Afgeleiden	Voor vierkantswortels: $D\sqrt{f(x)} = \frac{1}{2\sqrt{f(x)}}\,.\,Df(x)$ Voor alle n-demachtswortels: $D[f(x)]^q = q\,.\,[f(x)]^{q-1}\,.\,Df(x)$ --> q = een rationale exponent **--> Kettingregel NIET vergeten**	**<u>Afgeleiden van de goniometrische functies:</u>** $Dsin\,[f(x)] = \cos[f(x)]\,.\,Df(x)$ $Dcos\,[f(x)] = -\sin[f(x)]\,.\,Df(x)$ $Dtan\,[f(x)] = \frac{1}{\cos^2[f(x)]}\,.\,Df(x)$ $Dcot[f(x)] = -\frac{1}{\sin^2[f(x)]}\,.\,Df(x)$ **--> Kettingregel NIET VERGETEN!**	$DBgsin\,x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $DBgcos\,x = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $DBgtan\,x = \frac{1}{1+x^2}$ $DBgcot\,x = -\frac{1}{1+x^2}$ **--> Kettingregel NIET VERGETEN!**

Verloop	$f'(x): stijgen, dalen, extrema$ --> $f'(x) > 0: stijgen$ --> $f'(x) = 0: extrema$ --> $f'(x) < 0: dalen$	Idem irrationale functies (zie hierlangs). Merk op (makkelijkere werkwijze): $\sin(x) = \max \quad als \quad x = \frac{\pi}{2}$ $\sin(x) = \min \quad als \quad x = -\frac{\pi}{2}$ $\cos(x) = \max \quad als \quad x = 0$ $\cos(x) = \min \quad als \quad x = \pi$	
Inverse relatie	Inverse relatie: GRAFISCH: spiegelen t.o.v. eerste bissectrice (= rechte: y = x). ALGEBRAÏSCH: x en y van plaats wisselen, opnieuw afzonderen naar y. --> Gevolg: $dom\ f = ber\ f^{-1}$ $ber\ f = dom\ f^{-1}$ **<u>Speciale gevallen:</u>** $y = x^n$ --> $x = y^n$ ⇔ $y = \sqrt[n]{x}$ -----> n even = relatie n oneven = functie $y = \sqrt{x}$ ⇔ $x = \sqrt{y}$ ⇔ $y = x^2$ --> dom f = $\mathbb{R}^+$, domein moet dus beperkt worden.	Goniometrische en cyclometrische functies zijn elkaars inverse relaties. --> Dit betekent dat je beide grafieken kan spiegelen t.o.v. de eerste bissectrice. Goniometrische functies maken van eenderwelke hoekgrootte een getal. --> bv.: $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ Cyclometrische functies maken van eenderwelk getal een hoekgrootte. --> bv.: $Bgsin\ (1) = \frac{\pi}{2}$ -->--> Cyclometrische functies zijn in bereik beperkt om een functie te zijn. 	
Einde	Dit zijn alle functies die je moet kunnen bespreken op het examen wiskunde van M4!		