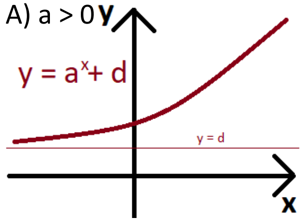
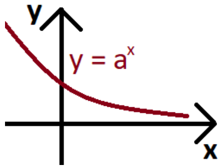
Wiskunde – schema exponentiële functies – basis exponentiële functies

!! $\boldsymbol{a} \in \mathbb{R}_0^+$!!

	Machten met $\mathbb{R}$-exponenten	Exponentiële vergelijkingen	Exponentiële functies	Toepassingen
Algemene (reken)regels	(1) $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow a^n = b$ (2) $a^p . a^q = a^{p+q}$ (3) $\frac{a^p}{a^q} = a^p . a^{-q} = a^{p-q}$ (4) $(a^p)^q = a^{p.q}$ (5) $(a . b)^p = a^p . b^p$ (6) $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$ (7) $a^p = a^q \Leftrightarrow p = q$		Algemeen: $y = d . a^x + b$ --> $a > 1$: strikt stijgend --> $a < 1$: strikt dalend --> continu in heel domein --> dom f = $\mathbb{R}$ --> ber f = $]b, +\infty[$ --> HA: y = b --> BW: x = 0 en x = 1	*Exponentiële daling/groei: $N = N_0 . (1+p)^t$ --> N = eindaantal --> N_0 = beginaantal --> (1 + p) = groeifactor --> p = groeipercentage *E vs. L: L = +/. ⇔ E = ./x^n --> L eerst sneller, maar E haalt in
Het getal van Euler (e)	$e = \lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$ $= \lim\limits_{z\to 0}(1+z)^{\frac{1}{z}}$ $\approx 2{,}72$			De algemene formule voor exponentiële daling/groei wordt meestal herschreven met e-macht. --> Bv.: $N = N_0 . e^{-0{,}15t}$ --> Niet opstellen, wel rekenen
Oplossingsmethode oefeningen **Gebruikte afkortingen:** *HULPONB. = hulponbekende *discr. = discriminant *E = exponentieel *L = lineair	$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\frac{2x+4}{2x+1}\right)^{2x+1}$ $= \lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\frac{2x+1+3}{2x+1}\right)^{2x+1}$ $= \lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\frac{2x+1}{2x+1}+\frac{3}{2x+1}\right)^{2x+1}$ $= \lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{2x+1}{3}}\right)^{2x+1}$ $= \lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{2x+1}{3}}\right)^{(2x+1).\frac{1}{3}.3}$ $= \lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{2x+1}{3}}\right)^{\frac{(2x+1)}{3}.3}$ $= e^3$ Oplossingsmethode: (1) Werk zoveel mogelijk uit naar de standaard-formule van Euler (2) Speel met de machten	<u>(1) Zonder hulponbekende</u> $36^{x-1} = \sqrt{6}$ ⇔ $6^{2x-2} = 6^{\frac{1}{2}}$ ⇔ $2x - 2 = \frac{1}{2}$ ⇔ ... --> rekenregels machten <u>(2) Met hulponbekende</u> $8^x + 4^x = 5 . 2^{x-4}$ ⇔ $(2^3)^x + (2^2)^x = 5 . 2^x . 2^{-4}$ ⇔ $(2^x)^3 + (2^x)^2 = \frac{5}{2^4} . 2^x$ ------> $y = 2^x$ --> HULPONB. ⇔ $y^3 + y^2 - \frac{5}{16}y = 0$ ⇔ ... (afzonderen, discr.) <u>Let op:</u> $a^x = 0$ en $a^x = -iets$ --> Onbepaald: $a \in \mathbb{R}_0^+$	<u>(1) Grafische interpretaties</u> A) a > 0  B) a < 0  <u>(2) Limieten</u> *$\lim\limits_{x\to a} a^{g(x)} = a^{\lim\limits_{x\to a} g(x)}$ *VF ∞: enkel hoogste graad *$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1$ *$\lim\limits_{x\to\pm\infty} a^x = \pm\infty$ (grafisch!)	<u>Opgave: neem een blad papier, 0,1 mm dik. Snijd het in 2 en stapel de 2 delen op elkaar. Herhaal dit proces. Wat is de dikte van de stapel na 40 maal snijden?</u> *$N_0 = 0{,}1\ mm$ *$p = groei\% = 1 = 100\%$ --> Inzicht: als je de 2 stapels op elkaar stapelt, dan is de dikte met 100% toegenomen. *1 + p = groeifactor = 2 ⇨ $N = N_0(1+p)^t$ $= 0{,}1(1+1)^t$ $= 0{,}1 . 2^t$ Deel 2 vraag = 40 invullen. ==> $N = 0{,}1 . 2^{40}$ $= 1{,}1 . 10^{11}$ mm Analoge werkwijze deel 2 bij vraagstukken met e-macht