Zelftest analyse – examen 3 – limieten – made by Abdellah

$Je\ mag\ je\ rekenmachine\ gebruiken.$

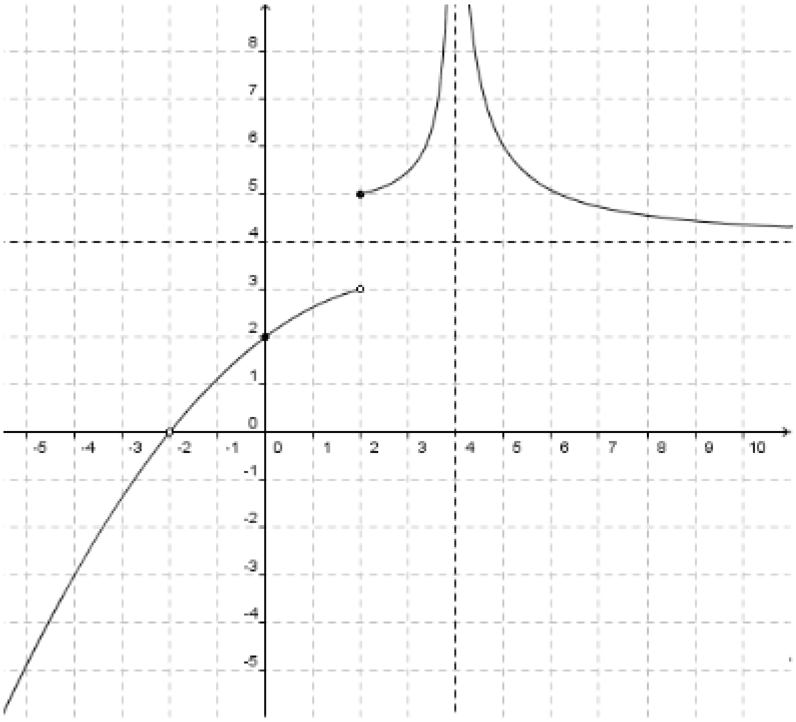
<u>CONTINUÏTEIT (5P)</u> --> zie ander bestand /5

<u>1) LIMIETEN /24</u>

<u>1.1) Definities toepassen /8</u>

1) Geef het verband weer tussen limieten en continuïteit: _______________ /1

2) Lees de limiet in -∞, 4 en 6 af, geef ook de functiewaarden indien ze bestaan. /3



3) Formuleer kort en bondig met het limietbegrip. /1 (0,5 punt per goed antwoord)

$$\forall Q : \exists P : \forall x \in dom\, f :\ x < -P \implies f(x) < -Q$$

$$\forall \epsilon : \exists P : \forall x \in dom\, f :\ x > P \implies |f(x)| < \epsilon$$

4) Schrijf volgende uitdrukking in de $\in - \delta - notatie$. /2

a) $\lim_{\substack{x \to 3 \\ <}} f(x) = -oneindig$

<u>1.2) Limieten berekenen /9</u>

5) Bereken volgende limieten. /7

a) $\lim_{x \to 2}(3x + 16)$ /1

b) $\lim_{x \to \infty}(-3x^2 + 16)$ /1

c) $\lim\limits_{x \to 2} \frac{2x^2-x-6}{x^2-x-2}$ /2

d) $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{2x^2+3x-9}{x^3+7x^2+16x+12}$ /1

e) $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{2x^4+3x-9}{x^3+7x^2+16x+12}$ /1

f) $\lim\limits_{\substack{x \to -2 \\ <}} \frac{x^4-2x^3+x^2}{x^3-3x+2}$ /1

6) Denkvraag over limieten berekenen: /2

13. (B) De concentraties $f(t)$ en $g(t)$ van twee geneesmiddelen in het bloed, t uren na het inspuiten, worden gegeven door:

$$f(t) = \frac{0{,}21t+100}{3t+5} \qquad g(t) = \frac{0{,}15t}{t^2+4}$$

Bereken $\lim\limits_{x \to +\infty} f(t)$ en $\lim\limits_{x \to +\infty} g(t)$ en leg uit wat het resultaat betekent.

1.3) Asymptoten /4,5

7) Bereken de asymptoten van onderstaande functies: /4,5 (0,5 punt per asymptoot)

$$f(x) = \frac{2x^4+3x-9}{x^3+7x^2+16x+12}$$

$$g(x) = \frac{2x^2-3x+1}{x^4-2x^2}$$

$$h(x) = \frac{x^3+5}{x}$$

1.4) Kennis over de specifieke rekenregels /2,5

$\lim\limits_{x \to a} \sqrt[3]{\frac{f(x)\,.\,h(x)}{g(x)+(q(x))^2}} = \cdots = \cdots = \cdots = \cdots$ (0,5 punt per juiste tussenstap) /2

$\lim f(x) = \cdots$ /0,5

VOORLOPIG TOTAAL: CONTINUÏTEIT + LIMIETEN ------------------------> /29

OPLOSSINGEN

1) LIMIETEN

1.1) Definities toepassen

1) $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$

2) $\lim_{x \to -oneindig} f(x) = -oneindig$

$\lim_{x \to 4} f(x) = oneindig$

$\lim_{x \to 6} f(x) = 5$

3) $\lim_{x \to -oneindig} f(x) = oneindig$

$\underset{x \to oneindig}{lim} f(x) = 0$

4) $\forall Q: \exists \delta: \forall x \in dom\, f: 3 - \delta < x < 3 \rightarrow f(x) < -Q$

1.2) Limieten berekenen

5)

a) 22

b) – oneindig

c) 7/3 (l'hôpital of Horner)

d) 0 (rekenregels limiet naar oneindig rationale functies: graad teller < graad noemer)

e) $\pm oneindig\ \left(rekenregels\ limiet\ naar\ oneindig\ rationale\ functies: T > N: \frac{+}{+}\right)$

f) $-\ oneindig\ (rekenregels\ limieten: \frac{a}{0} \rightarrow getal\ kortbij\ pakken, kleiner!\ en\ invullen)$

6)

geneesmiddel f: graad teller = graad noemer --> vereenvoudigen, limiet = 0,07

geneesmiddel g: graad teller < graad noemer --> 0

--> f verdwijnt niet in het bloed, g wel.

1.3) Asymptoten

$f(x) = \frac{2x^4+3x-9}{x^3+7x^2+16x+12}$

--> VA? $X^3 + 7x^2 + 16x + 12 = 0$ --> HORNER

--> Delers zoeken: 2 juist antwoorden --> -2 of -3

--> Ontbinden met Horner: $(x^2+5x+6)(x+2) = 0$

--> Nulwaarden zoeken van eerste- en tweede graad = discriminant: (-2, -3)

--> VA: x = -2, x = -3

--> HA? / (graad T 1 graad hoger dan N)

--> SA? Bestaat

--> $m = \frac{h(x)}{x[g(x)]} = \frac{2x^4+3x-9}{x(x^3+7x^2+16x+12)} = 2$

--> $q = f(x) - m(x) = \frac{2x^4+3x-9}{x^3+7x^2+16x+12} - 2x = \frac{2x^4+3x-9}{x^3+7x^2+16x+12} - \frac{2x(x^3+7x^2+16x+12)}{x^3+7x^2+16x+12}$

$= \frac{2x^4+3x-9}{x^3+7x^2+16x+12} - \frac{(2x^4+14x^3+32x^2+24x)}{x^3+7x^2+16x+12} = \frac{2x^4+3x-9-(2x^4+14x^3+32x^2+24x)}{x^3+7x^2+16x+12} =$

$\frac{-14x^3-32x^2-21x-9}{x^3+7x^2+16x+12} = -14\ (rekenregels\ limieten\ naar\ oneindig)$

--> y = mx + q = 2x – 14

$g(x) = \frac{2x^2-3x+1}{x^4-2x^2}$

--> VA? $x^4 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(x^2-2) = 0 \Leftrightarrow x = 0\ \ of\ x = \pm\sqrt{2}$

--> HA ? y = 0 (rekenregels limieten naar oneindig

--> SA ? Neen.

$h(x) = \frac{x^3+5}{x}$

--> VA? x = 0

--> SA? Neen, graad van de teller mag NIET 2 graden hoger zijn!

--> HA? Neen, graad teller mag niet hoger zijn dan graad noemer.

<u>1.4) Kennis over de specifieke rekenregels /3</u>

$$\lim_{x\to a} \sqrt[3]{\frac{f(x)\,.\,h(x)}{g(x)+(q(x))^2}} = \sqrt{\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}} = \sqrt{\frac{\lim_{x\to a} f(x).h(x)}{\lim_{x\to a} g(x)+q(x)}} = \sqrt{\frac{\lim_{x\to a} f(x).\lim_{x\to a} h(x)}{\lim_{x\to a} g(x)+\lim_{x\to a}(q(x))^2}} = \sqrt{\frac{\lim_{x\to a} f(x).\lim_{x\to a} h(x)}{\lim_{x\to a} g(x)+(\lim_{x\to a} q(x))^2}}$$

$$\lim f(x) = f(\lim x)$$