Samenvatting fysica – module 4 – kinematica – H1: beschrijving van een beweging – Abdellah

---

(X) VOORWOORD
Dit is de samenvatting fysica ter voorbereiding van de toets over hoofdstuk 1 en het examen aan het einde van de module.

Ik weet niet of het jullie al is opgevallen maar in ons universum wordt er zeer veel bewogen.
Ik beweeg mijn vingers nu om deze samenvatting te typen. Straks beweeg ik naar het toilet om te pissen omdat ik nu cola zero drink. Daarna beweeg ik terug naar mijn kamer om verder te samenvatten. Morgen beweeg ik met mijn fiets naar school, op school beweeg ik constant van klas naar klas. Daarna beweeg ik naar de bib om te studeren.

Bewegingen zijn overal in ons universum, in deze module (en volgende module) van fysica situeren we ons in de mechanica. De mechanica is dus eigenlijk de fysica die bewegingen bestudeert.

De mechanica kunnen we opsplitsen in 2 deelwetenschappen, de kinematica en de dynamica. De dynamica bestudeert de krachten die de beweging veroorzaken (volgende module), de kinematica bestudeert hoe de bewegingen op zich zonder enig rekening te houden met de krachten (deze module). Om de volgende module te snappen moet je deze module dus goed kennen.

Laten we er dus géén woorden meer aan vuil maken, los geht's!

(Y) FOUTJE?
Mail foutjes altijd door via Smartschool naar Abdellah.

(Z) INHOUDSTAFEL
Over 2 pagina's

Samenvatting fysica – module 1 – kinematica – H1: beschrijving van een beweging

Inhoud

0) Welkom terug ... 5
0.1) SI-eenhedenstelsel ... 5
0.2) Afrondingsregels ... 5
0.3) Wetenschappelijke notatie ... 5
0.4) Vectoren ... 5
0.4.1) Basisbegrippen ... 5
0.4.2) Basisvectoren in $\mathbb{R}$, Vect, + ... 6
0.4.3) Rekenen met evenwijdige vectoren ... 6
0.4.4) Rekenen met vrije vectoren ... 6
0.5) Voorkennis 4dejaar over bewegingen ... 7
1) Basisbegrippen bij bewegingen ... 8
1.1) Rust en beweging ... 8
1.1.1) Relatieve begrippen ... 8
1.2) Star voorwerp en puntmassa ... 8
1.3) Soorten bewegingen ... 8
1.3.1) Eenparige rechtlijnige beweging (ERB) ... 8
1.3.2) Kromlijnige bewegingen ... 8
1.4) Soorten bewegingen ... 9
1.4.1) Rotatie en translatie ... 9
2) Een beweging beschrijven ... 10
2.1) Waar bevind ik me op aarde? ... 10
2.2) Plaats en tijd ... 10
2.2.1) Tijd en tijdsinterval ... 10
2.2.2) Plaats en verplaatsing ... 11
2.2.3) Plaatsfunctie ... 11
2.3) Snelheid ... 12
2.3.1) Gemiddelde snelheid ... 12
2.3.2) Ogenblikkelijke snelheid ... 13
2.3.3) De v(t)-grafiek ... 14
2.4) Versnelling ... 15
2.4.1) Gemiddelde versnelling ... 15
2.4.2) Ogenblikkelijke versnelling ... 16
2.4.3) a(t)-grafiek ... 17
2.5) Voorbeeldoefeningen ... 17

2.5.1) Kennis 17
2.5.2) Inzicht 19
2.5.3) Toepassen 20
2.5.4) Vlaamse fysica-olympiade 21
2.5.3) Vraagstukken oplossen 22

0) Welkom terug

Het zesdejaar is begonnen! Omdat iedereen elk jaar, letterlijk elk jaar (elke module), fysische basisbegrippen vergeet zoals afronden op beduidende cijfers, schrijven in de wetenschappelijke notatie, werken met vectoren … de SI-eenhedenstelsel vergeet herhaal ik dit altijd in het begin van elke module.

0.1) SI-eenhedenstelsel

Tx -- / -- / -- Gx -- / -- / Mx -- / -- / -- kx -- hx -- dax -- x -- dx -- cx -- mx -- / -- / -- µx -- / -- / -- nx -- / -- / -- px
10^{12} 10^{9} 10^{6} 10^{3} 10^{2} 10^{1} 10^{0} 10^{-1} 10^{-2} 10^{-3} 10^{-6} 10^{-9} 10^{-12}

→ Moeilijke benamingen: T = terra, G = giga, µ = micro, n = nano, p = pico.
→ Je kan op dit stelsel aflezen: 1 Tx = 10^{12} x ⇔ 1x = 10^{-12} Tx /// 1 kg = 10^{3} g /// 1 Mmol = 10^{6} mol

Het is in de fysica uitermate belangrijk dat je vlot tussen SI-eenheden kan omschakelen.

0.2) Afrondingsregels

*We ronden altijd af op beduidende cijfers (= BC).
*+/-: afronden op het meest onnauwkeurige getal --> 10 m + 23,38 m = 33 m (10 is meest onnauwkeurig!)
--> *Waarom? Op meettoestellen is er altijd een foutenmarge op het laatste getal na de komma. Nauwkeurige getallen zijn dus minder betrouwbaar.*

*:/. : afronden op het getal met minste BC --> 101 C . 0,03 C = 3,03 C = 3C
--> Waarom? 0,03 heeft het minste BC, namelijk 1 (= 3). Nullen voor een getal tellen NIET als beduidende cijfers. Nullen achter een getal (1000) tellen WEL als beduidende cijfers!

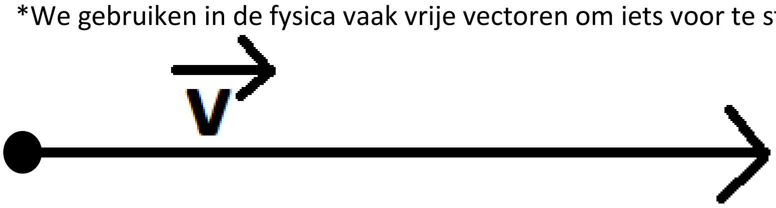
0.3) Wetenschappelijke notatie

*In de wetenschappelijke notatie schrijven we ons resultaat altijd met een macht van 10.
--> 3000 kg = 3 . 10^{3} kg
--> 8500000 C = 85 . 10^{5} C (= Coulomb)
--> 9303 m = 9,3 . 10^{3} m (afgerond)
--> 0,03 mol = 3 . 10^{-2} mol

0.4) Vectoren

0.4.1) Basisbegrippen

*We gebruiken in de fysica vaak vrije vectoren om iets voor te stellen. In dit voorbeeld snelheid.



*Elke vector heeft een grootte (bv. 5 m/s)
richting (in dit geval horizontaal)

zin (in dit geval naar rechts, dit is waar het pijltje naartoe wijst)
aangrijpingspunt (puntmassa helemaal links in dit geval)

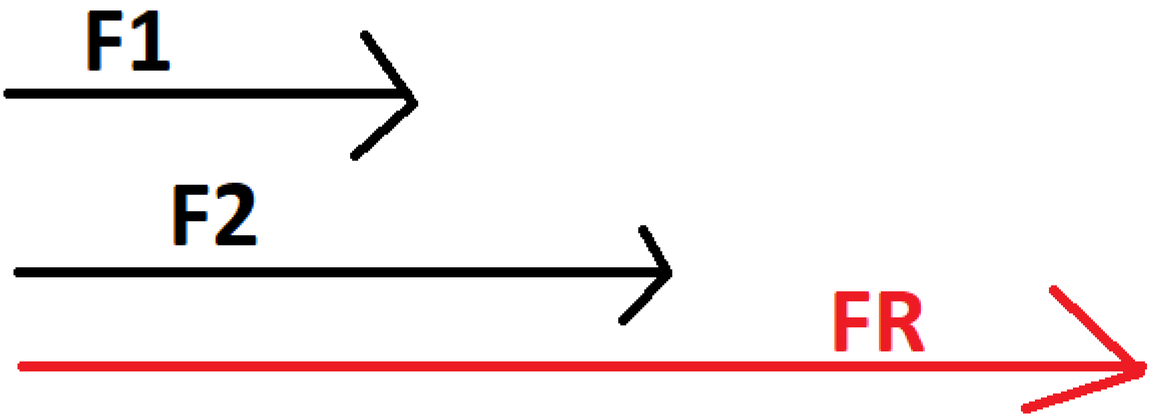
0.4.2) Basisvectoren in $\mathbb{R}, Vect, +$

*We maken gebruik van basisvectoren om een vector in uit te drukken.
--> 2/n-vectoren vormen een basis als ze lineair onafhankelijk zijn van elkaar (m.a.w. je kan de ene niet schrijven als een aantal keren de andere).
--> Je kan elke andere vector schrijven als een lineaire combinatie van die vectoren.

*In onze reële vectorruimte werken we met de basisvectoren (0,1) en (1,0). Dit is de meest eenvoudige basis die je hebt in $\mathbb{R}^2$. De grootte van onze basisvectoren (= ijkingsvectoren) is dus telkens 1.

0.4.3) Rekenen met evenwijdige vectoren

*Twee evenwijdige vectoren in dezelfde zin tel je op met elkaar.



*Twee evenwijdige vectoren in tegengestelde zin trek je af van elkaar.
*De grootte van evenwijdige vectoren kan je makkelijk bepalen.

0.4.4) Rekenen met vrije vectoren

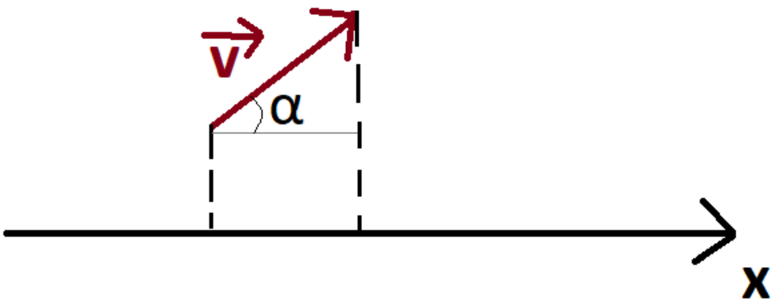
*Als je de grootte van een niet-evenwijdige vector wilt weten, voer je de evenwijdige projectie van die vector uit op een as.
*Om de grootte te weten willen we weten hoe groot de (geprojecteerde) lengte op de x-as is.
--> Die kunnen we bepalen met een beetje goniometrie: SOS CASTOA!

$CAS \rightarrow \cos = \frac{A}{S} = \frac{aanliggende\ zijde}{schuine\ zijde}$

--> Stel v = 5 m/s en $\alpha = 45°$

➔ $\cos(45°) = \frac{A}{5} \Leftrightarrow A = \cos(45°)\,.\,5 = 3{,}5\frac{m}{s}$

--> De grootte van de snelheid t.o.v. de x-as is dus 3,5 m/s. Hetzelfde kan je doen op de y-as. Het is belangrijk dat je dit begrijpt voor als we tweedimensionale bewegingen leren.



0.5) Voorkennis 4dejaar over bewegingen

*Je kent al véél over de eenparige rechtlijnige beweging van het 4dejaar. Even opfrissen…

SYMBOOL	BETEKENIS	UITLEG	FORMULE	VECTORIEEL OF SCALAIR?
x	plaats	Jouw positie		Scalair
Δx	Verplaatsing	Verschil tussen 2 plaatsen	$\Delta x = x_e - x_b$ (eindplaats – begin)	Vectorieel
t	Tijd	De tijd (precies)		Scalair
Δt	Tijdsinterval	Verschil tussen 2 tijdstippen	$\Delta t = t_e - t_b$	Scalair
v	Gemiddelde snelheid	De afstand die je aflegt delen door de tijd	$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$	Vectorieel
Δv	Verandering in snelheid	Als je versnelt dan is Δv positief, anders negatief	$\Delta v = v_e - v_b$	Vectorieel
a	Gemiddelde versnelling	De verandering in snelheid delen door de tijd	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	Vectorieel
--> Tot hier de basisformules die iedereen ooit zou moeten hebben gezien/zich zou moeten herinneren.				
(V) Δx	*Afstand*	*Verschil tussen 2 plaatsen*	$\Delta x = \frac{a \cdot (\Delta t)^2}{2}$	*Vectorieel*
(V) Δx	*Afstand*	*Verschil tussen 2 plaatsen*	$\Delta x = \frac{(\Delta v)^2}{\Delta t}$	*Vectorieel*
--> (V) = formules die handig zijn voor personen die ijkingstoetsen/ingangsexamens willen doen om te onthouden				

*Je zou alle basisformules ooit moeten hebben gezien en nu zou het al terug moeten komen. Als je écht niks meer weet, géén zorgen. In deze samenvatting (en de cursus) worden de formules nog kort toegelicht.

1) Basisbegrippen bij bewegingen

1.1) Rust en beweging

1.1.1) Relatieve begrippen

Ik (= voorwerp 1) fiets naar school en sta aan een stoplicht, er passeren dus auto's (= voorwerp 2) voor mij. Deze auto's (= voorwerp 2) zijn t.o.v. mij (= voorwerp 1) in beweging.

Maar voor een chauffeur in de auto (= voorwerp 2) kan ik (= voorwerp 1) t.o.v. hem in beweging zijn omdat ik (= voorwerp 2) t.o.v. hem (= voorwerp 1) van plaats verander!

Rust en beweging zijn dus relatieve begrippen, om bewegingen/rust te definiëren gebruiken we een referentiepunt, in het besproken voorbeeldje ben of ik of de auto het referentiepunt.

In het vervolg zullen we altijd spreken van bewegingen ten opzichte van de aarde. De aarde is dan het referentiepunt. Dan zou ik in rust zijn (ik sta voor een stoplicht) en de auto in beweging.

1.2) Star voorwerp en puntmassa

Als we in de kinematica geïnteresseerd zijn van de beweging van een heel voorwerp, spreken we van een star voorwerp.
--> Als ik naar school fiets en we bestuderen alle bewegingen van mijn fiets, is mijn fiets een star voorwerp.

Meestal, om alles makkelijker te maken, vervangen we de massa van een voorwerp door één punt. We noemen dat punt dan een puntmassa. We doen in het vorig voorbeeldje alsof de massa van mijn fiets in één punt is geconcentreerd. Dit punt valt samen met het zwaartepunt van het voorwerp.

1.3) Soorten bewegingen

1.3.1) Eenparige rechtlijnige beweging (ERB)

Als een beweging gebeurt volgens een rechte baan, is het een eenparige rechtlijnige beweging (= ERB).
--> Bijvoorbeeld: ik fiets, op een rechte baan (Koningin Astridlaan) naar school.
ik fiets bergop op een brug onderweg naar school.
(zelfs al is de beweging schuin, is ze nog steeds eenparig rechtlijnig!)

Eenparige rechtlijnige bewegingen zijn eendimensionaal. Je laat de beweging dus samenvallen met de x-as. De positie van het onderzochte voorwerp (bijvoorbeeld ik die fiets) kan je dus plaatsen als één puntmassa op de x-as.

1.3.2) Kromlijnige bewegingen

*Als ik bergop fiets en daarna bergaf, beschrijft héél mijn beweging (bergop + bergaf) een parabool.
*De zon draait rond de aarde om een ellips.
*Als je op een draaimolen zit maak je perfecte cirkelvormige bewegingen.

Al de bewegingen in de voorbeelden zitten in een vlak (cirkel, ellips, parabool), deze bewegingen worden dus beschreven door zowel een x- als y-coördinaat (ze zijn tweedimensionaal, leren we later)

1.4) Soorten bewegingen

1.4.1) Rotatie en translatie

*Als je op een draaimolen zit, maak je perfecte cirkelvormige bewegingen.
--> Deze cirkelvormige bewegingen noemen we een rotatie omdat je draait. Een rotatie is dus een ander woord voor een draaiing.

*Als ik fiets, beschrijft mijn beweging een translatie omdat ik fiets naar school, constant hetzelfde pad volg en niet draai.
--> Bij een translatie is er géén draaiing en volg je constant hetzelfde pad.

*Een beweging kan zowel een rotatie als translatie uitvoeren. Ik zal natuurlijk niet constant op een rechte baan naar school fietsen maar soms zal ik ook moeten draaien.

2) Een beweging beschrijven

*Nu we alle basisbegrippen hebben herhaald leren we hoe we daadwerkelijk een beweging beschrijven.

2.1) Waar bevind ik me op aarde?

*In de kinematica gebruiken we 4 grootheden om een beweging te beschrijven. Je kent deze grootheden al.

Tijd = t **Vertelt u meer over op welk tijdstip een bewegend voorwerp waar bevindt.** **Bv.: ik sta voor een stoplicht om 8u15.**	**Plaats = x** **Vertelt u meer over waar het voorwerp zich op aarde bevindt.** **Bv.: Ik bevind me thuis.**
Snelheid = v **Vertelt u meer over de snelheid waarmee de voorwerp zich bewoog op aarde. Je weet de snelheid door de afstand te delen door de tijd.** **Bv.: Ik legde 5 km in 2 uren af, mijn snelheid was dan 2,5 km/h.**	**Versnelling = a** **Vertelt u meer over de veranderingen in snelheid die het voorwerp onderging tijdens zijn beweging op aarde.** **Bv.: als ik op mijn fiets stap om naar school te gaan, versnel ik van rust tot 20 km/h.**

*Nu bevind ik me bijvoorbeeld thuis (= x), het is nu exact 16h29min (= t), ik zit dus is v = 0. Als ik géén snelheid heb, heb ik natuurlijk ook geen versnelling dus a = 0.

2.2) Plaats en tijd

2.2.1) Tijd en tijdsinterval

Uit samenvatting fysica 4dejaar halen we volgende passage:

→ De **tijdsinterval** is de verandering in tijd. Tijd drukken we uit in t, de tijdsinterval drukken we uit in Δt. $\Delta t = t_e - t_b$ (t_e = het eindstijdstip, t_b = het begintijdstip)

Grootheid	Symbool	Eenheid	Symbool	Verband tussen eenheden
Tijd	t	1 seconde 1 minuut 1 uur	1 s 1 min 1 h	$1s = \frac{1}{60}\text{min} = \frac{1}{3600}h$ $1\,\text{min} = 60\,s = \frac{1}{60}h$ $1h = 60\,\text{min} = 3600\,s$

→ Let op: 'h' is de SI-eenheid voor uur, je mag dus géén 'u' schrijven!

→ De SI-eenheid voor tijdsinterval is seconde (s).

2.2.2) Plaats en verplaatsing

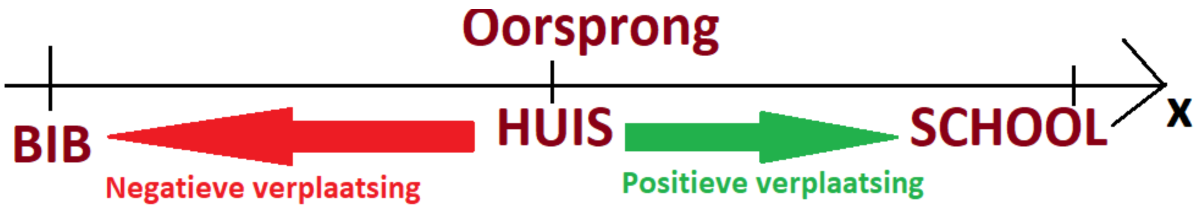
*Uit samenvatting fysica 4dejaar halen we volgende passage:

→ De **verplaatsing** is de verandering in afstand. Bijvoorbeeld: als ik van mijn huis naar school fiets heb ik me verplaatst. Plaats drukken we uit in x, verplaatsing in Δx.

Grootheid	Symbool	Eenheid	Symbool	Verband tussen eenheden
Verplaatsing	x	1 meter 1 kilometer 1 centimeter 1 milimeter	1 m 1 km 1 cm 1 mm	 1 km = 1000 m 1 m = 100 cm 1 m = 1000 mm

→ De SI-eenheid van verplaatsing is meter (m).

LET OP: Omdat verplaatsing een vectoriële grootheid is kan het negatief zijn. We beschouwen een verplaatsing (bij een rechtlijnige beweging) altijd t.o.v. een x-as waar we een oorsprong op kiezen. Bij een positieve verplaatsing is de verplaatsing met de zin van de x-as mee.
Bij een negatieve verplaatsing is de zin tegen de x-as in.

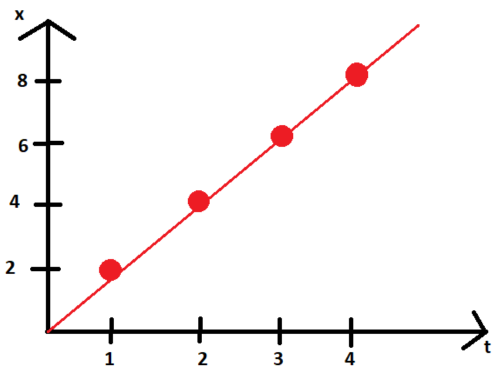


LET OP: De verplaatsing kan negatief zijn, de afgelegde weg daarentegen niet. De afgelegde weg is de daadwerkelijk doorlopen weg. Als ik van Hasselt naar Genk rijd (positieve verplaatsing als Hasselt = oorsprong) en daarna van Genk naar Hasselt (negatieve verplaatsing) geeft de kilometerteller van m'n auto niet 0km aan maar bv. 2 x 25 km = 50 km. De afgelegde weg is dus de daadwerkelijk doorlopen afstand.

2.2.3) Plaatsfunctie

*Je kan de plaats van een voorwerp uitdrukken in de tijd, dit is logisch. Als ik naar school fiets verandert mijn plaats op aarde constant, de tijd verandert ook constant.

*Als ik zit te fietsen naar school met een constante snelheid van 2,0 m/s (wat betekent dat ik elke seconde die voorbij gaat 2,0 m vooruit ga), ziet de grafiek van mijn beweging er zo uit:



--> Uit de wiskunde weet je dat dit een rechte is, die rechte heeft als vergelijking $y = 2x$.

→ Om het toch een beetje fysisch te maken schrijven we de vergelijking van de rechte anders:

$x(t) = 2{,}0\frac{m}{s}\,.\,t$ ➔ Deze functie noemen we de plaatsfunctie.
--> Dit betekent dat ik mij voor elke seconde (t) 2,0 m vooruit ben gegaan.
--> Wil je weten hoe ver ik ben na 138 seconden? We vullen gewoon in:

$$x(t) = 2{,}0\frac{m}{s}\,.\,t = 2{,}0\frac{m}{s}\,.\,138\,s = 276\,m$$

→ Na 138 seconden ben ik dus 276 m verder.

2.3) Snelheid

*De snelheid drukt mijn verandering in plaats per tijdseenheid uit.

2.3.1) Gemiddelde snelheid

De formule voor gemiddelde snelheid is: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. De gemiddelde snelheid drukt uit hoe snel ik gemiddeld bewoog, maar drukt niet uit hoe snel ik op een bepaalde tijdstip bewoog.

De SI-eenheid van snelheid is m/s, echter gebruiken we in het dagelijks leven vaak km/h.
--> Je moet dus vaak kunnen omzetten van km/h naar m/s, dit doe je a.d.h.v. één regel:

$$1\,\frac{km}{h} = 3{,}6\,\frac{m}{s}$$

Voorbeeldoefening:
Je rijdt 30 km tegen een gemiddelde snelheid van 110 km/h (= maximumsnelheid dat je in Frankrijk mag rijen op de autosnelweg in de regen). Je staat daarna 10 min stil op de pechstrook door een panne. Bereken de nieuwe gemiddelde snelheid. Geef zowel je resultaat in km/h als in m/s

GEGEVEN: $\Delta x = 30\,km$
$v_1 = 110\frac{km}{h}$
$\Delta t_2 = 10\,min$ **(= de tijd die je in de file stond).**

GEVRAAGD: v_2

OPLOSSING:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta x}{v} = \frac{30\,km}{110\,km/h} = 0{,}2727\ldots h = 16{,}3636\ldots min\ (maal\ 60!)$$
$$= 16\,min\ 22\,s\ (0{,}3636\ldots maal\ 60!)$$

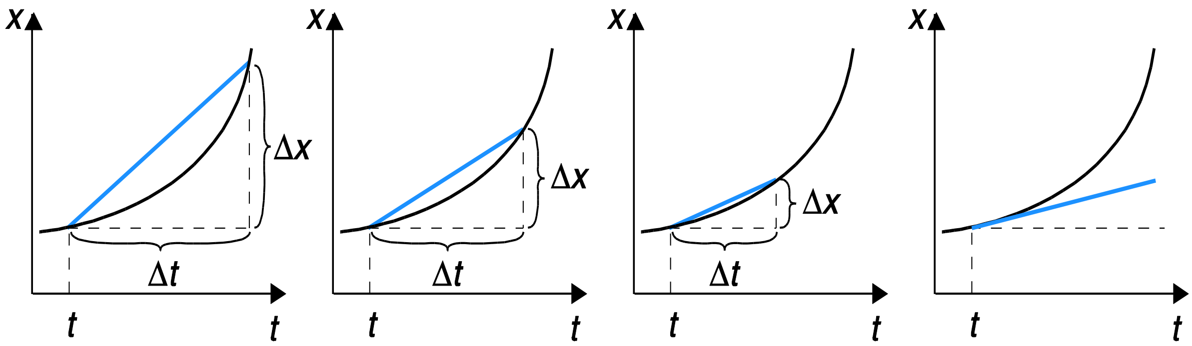
$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 26\,min\ 22\,s = 26{,}3636\ldots min$$

$$v' = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{30\,km}{26{,}3636\ldots min} = \frac{30\,km}{0{,}44\,h}\ (delen\ door\ 60\ in\ noemer!)$$
$$= 68{,}2\frac{km}{h}$$
$$= 245{,}5\frac{m}{s}\ \textbf{(MAAL 3,6)}$$

Je gemiddelde snelheid is dus gedaald naar 68,2 km/h!

2.3.2) Ogenblikkelijke snelheid

We zijn niet altijd geïnteresseerd in de gemiddelde snelheid, vaak willen we weten hoe snel iemand op een bepaald tijdstip is. Dan moeten we gebruik maken van afgeleiden.



De gemiddelde snelheid ($v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$) komt overeen met de rico van de raaklijn <u>tussen</u> 2 punten op een grafiek. Bij grafieken 1-3 zie je dat goed.

Bij grafiek 4 hebben we de raaklijn aan één punt getekend, zo kunnen we de ogenblikkelijke snelheid op dat punt bepalen. Hier zie je ook (grafisch) dat de ogenblikkelijke snelheid overeenkomt met de 1ste afgeleide van de plaatsfunctie want **de eerste afgeleide is de rico van de raaklijn aan de grafiek aan dat punt**.

We komen dus op de formule: $v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = D[x(t)] = x'(t)$

--> Al deze notaties wil gewoon zeggen: de ogenblikkelijke snelheid is de eerste afgeleide van de plaatsfunctie.

INTERMEZZO: Veeltermfuncties afleiden…

Vorig jaar hebben we tijdens wiskunde geleerd hoe we veeltermfuncties moeten afleiden, we herhalen de belangrijkste rekenregels hier snel:

DC = 0 (de afgeleide van een getal is 0)

Dx = 1 (de afgeleide van x is 1)

$\mathbf{D(x^n) = n\,.\,x^{n-1}}$ (de afgeleide van een n-degraads veeltermfunctie bereken je door de reken-regel: macht naar voren, macht éentje minder)

$\mathbf{D(f+g) = Df + Dg}$ (je mag een som van functies apart afleiden)

$D(f.g) = Df\,.\,g + f\,.\,Dg$ (productregel)

$D(x+y)^n = n(x+y)^{n-1}\,.\,D(x+y)$ (kettingregel: eerst buiten haakjes afleiden dan in haakjes)

<u>**Voorbeeldoefening**</u>

Sam reed langs een rechte weg naar school. Zijn beweging wordt weergegeven door volgende plaatsfunctie:

$$x(t) = 6{,}0\frac{m}{s^2}\,.\,t^2 - 18\frac{m}{s}\,.\,t$$

<u>Op welk ogenblik stond Sam stil?</u>

$v = x'(t) = 12{,}0\frac{m}{s^2}\,.\,t - 18\frac{m}{s}$ (de snelheid is de eerste afgeleide van de plaatsfunctie)

--> Let op: Omdat fysici wiskundigen haten schrijven ze toch eenheden in hun functievoorschriften. Als je afleid moet je de eenheden wegdenken en gewoon je onbekende (in dit geval t) afleiden met de regel 'macht naar voor, macht ééntje minder'.

--> $v = 0 \rightarrow 0 = 12{,}0\,t - 18 \Leftrightarrow -12{,}0t = -18 \Leftrightarrow t = \frac{18}{12} = 1{,}5\,s$

(Berekenen waar de snelheid 0 is komt dus overeen met de nulwaarde(s) van de eerste afgeleide van de plaatsfunctie berekenen. Om de overzichtelijkheid te bewaren hebben we de eenheden eventjes weggelaten)

Waar bevind Sam zich op dat moment?

We weten nu dat Sam stilstond (v = 0) op tijdstip t = 1,5s. Om nu te weten waar Sam stilstond moeten we onze tijdstip terug invullen in je gewonde functie.

$x(t) = 6{,}0\frac{m}{s^2}\,.\,t^2 - 18\frac{m}{s}\,.\,t$

$\rightarrow x(1{,}5s) = 6{,}0\frac{m}{s^2}\,.\,1{,}5^2 s^2 - 18\frac{m}{s}\,.\,1{,}5s$ (t = 1,5 invullen)

$= -1{,}5\ m$ *(herinnering: omdat afstand vectorieel is kan het negatief zijn)*

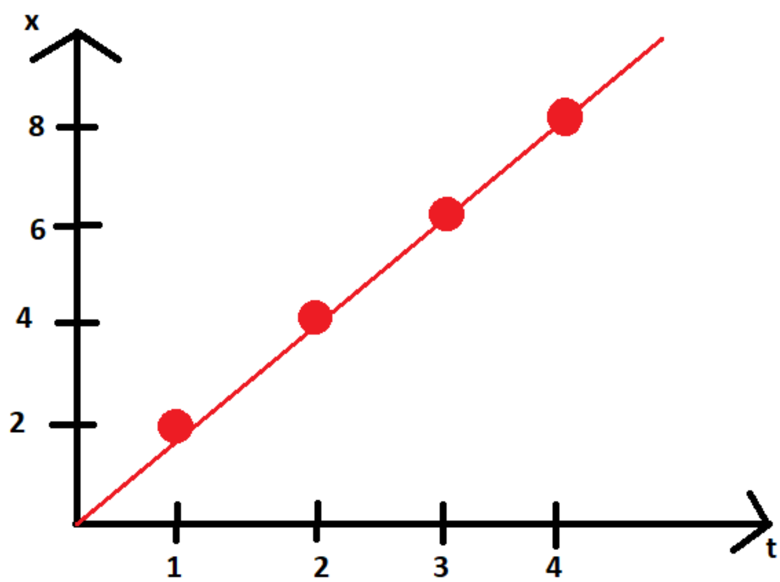
2.3.3) De v(t)-grafiek

*De snelheid kan je ook in functie van de tijd uitzetten in een grafiek, want je kan natuurlijk versnellen of vertragen. We noemen die grafiek de v(t)-grafiek. De functie die beschreven wordt door die grafiek noemen we de snelheidsfunctie.

Je weet nu ook al dat de ogenblikkelijke snelheid gelijk is aan de eerste afgeleide van de plaatsfunctie. De snelheidsfunctie kan je dus afleiden uit de plaatsfunctie.

We hernemen het voorbeeld uit puntje 2.2.3: de plaatsfunctie

*Als ik zit te fietsen naar school met een constante snelheid van 2,0 m/s (wat betekent dat ik elke seconde die voorbij gaat 2,0 m vooruit ga), ziet de grafiek van mijn beweging er zo uit:



*Dit is een eenvoudige grafiek, je ziet dat de rico (= richtingscoëfficiënt) van de grafiek 2 is (ik stijg 2m per seconde), dus kan je de snelheidsfunctie makkelijk maken.

--> Als de rico = 2, dan is mijn snelheidsfunctie: x(t) = 2, want de snelheidsfunctie is de eerste afgeleide (= rico raaklijn) van de plaatsfunctie (de raaklijn valt samen met de rechte).

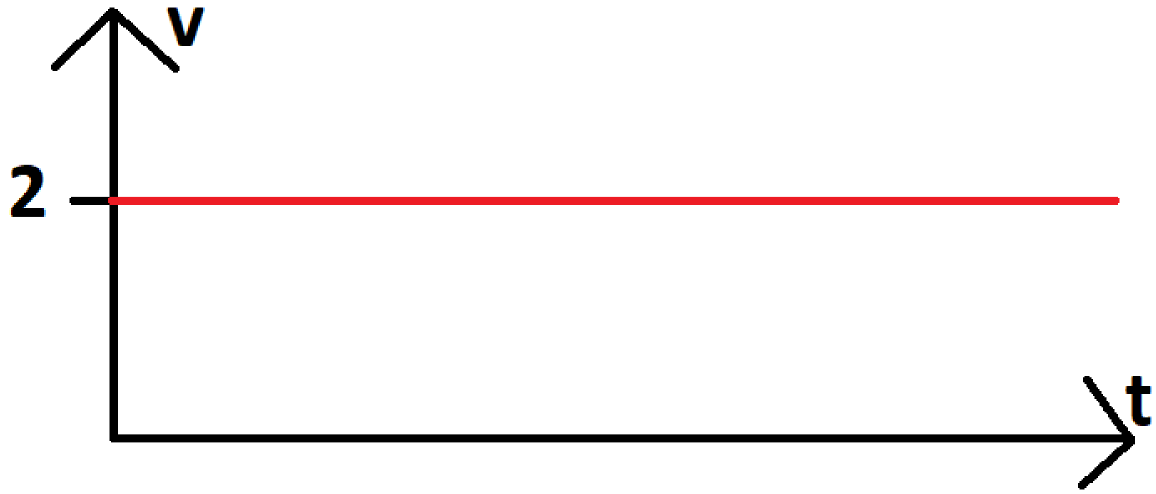
→ We hebben in het laatste hoofdstuk wiskunde (van vorig jaar) geleerd:

(I) Als f'(x) > 0, dan stijgt de functie

(II) Als f'(x) < 0, dan daalt de functie

(III) Als f'(x) = 0, dan is de functie constant.

--> Je kan de snelheid per tijdsinterval ook gewoon uitrekenen, hier is hij constant 2 m/s.



2.4) Versnelling

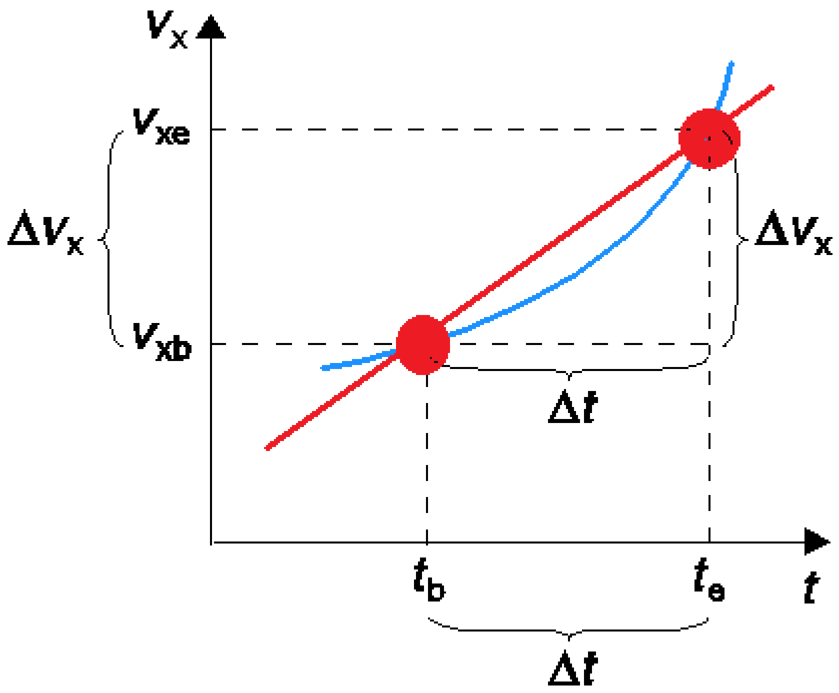
Zowel een versnelling als vertraging vallen hieronder. Een voorwerp dat versnelt of vertraagt op een rechte baan ondergaat een EVRB (= eenparig rechtlijnige veranderlijke beweging).

2.4.1) Gemiddelde versnelling

*De gemiddelde versnelling a in een tijdsinterval Δt met een snelheidsverandering Δv is gelijk aan...

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

*De verhouding $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ komt overeen met de rechte tussen 2 punten op de v(t)-grafiek, het gaat immers om GEMIDDELDE verandering.

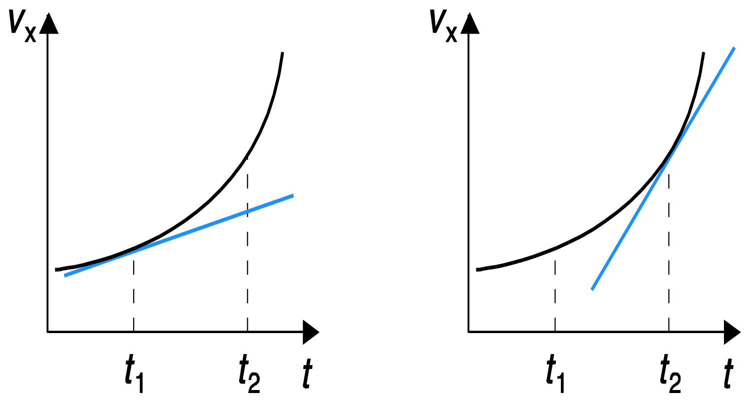


*Let op:
--> Je weet al dat verplaatsing een vectoriële grootheid is.
--> Snelheid is vectorieel omdat de verplaatsing een vectoriële grootheid is
--> Zo is versnelling ook vectorieel omdat de snelheid vectorieel is.
--> **DE VERSNELLING KAN MET GEVOLG DUS NEGATIEF ZIJN (bij een vertraging!)**

*<u>**Voorbeeldoefening**</u>
Mohamed is hardloper. Tijdens de training versnelt hij de eerste 2 seconden van 0 m/s naar 11 m/s. Daarna staat hij 2 seconden stil. Bereken zijn nieuwe gemiddelde versnelling
GEGEVEN: $\Delta v_1 = 11\frac{m}{s}$ /// $\Delta t = 2s$
/// $\Delta t = 2s$
GEVRAAGD: Gemiddelde versnelling over het hélé traject?
OPLOSSING: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{11m/s}{2s} = 5{,}5\frac{m}{s^2}$
$a' = \frac{11m/s}{4s} = 2{,}75\frac{m}{s^2}$
--> Zijn nieuwe gemiddelde versnelling is dus met 50% afgenomen.

2.4.2) Ogenblikkelijke versnelling

Zelfde redenering bij snelheid: gemiddelde versnelling was de rico van de raaklijn TUSSEN 2 punten op de grafiek. De ogenblikkelijke snelheid is de rico van de raaklijn op één punt van de v(t)-grafiek!



En je weet al zo goed uit de wiskunde (vooral degenen die Kevin hebben omdat hij dat oneindig keren herhaald): **DE EERSTE AFGELEIDE IS DE RICO VAN DE RAAKLIJN**.
--> Je moet je snelheidsfunctie dus afleiden om de ogenblikkelijke versnelling te verkrijgen.
--> Snelheid is de afgeleide van de plaats en versnelling is de afgeleide van de snelheid, de gemiddelde versnelling is dus de 2de afgeleide van de plaats!

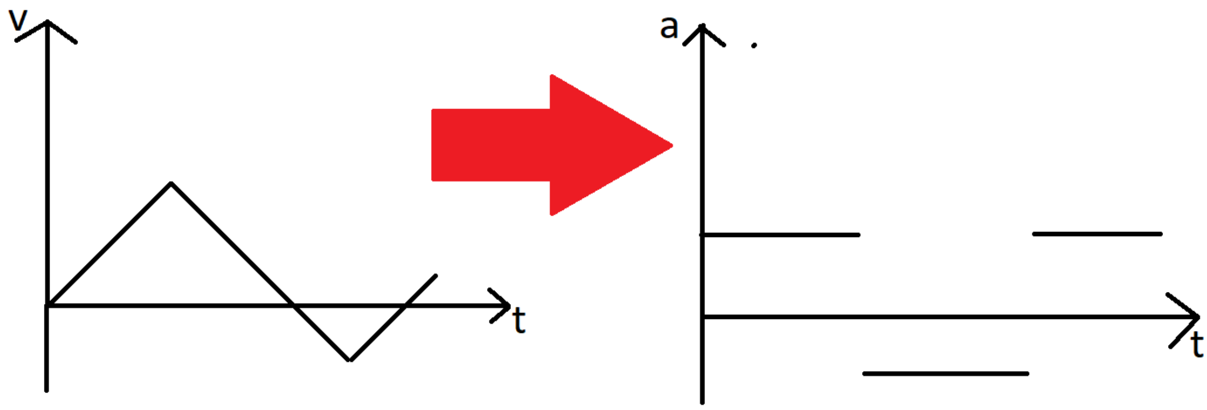
$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = v'(t) = x''(t)$$

Stel je hebt de plaatsfunctie gegeven en je wilt de versnelling op t = 2s weten.
$x(t) = 1{,}00\frac{m}{s^2}.t^2 + 0{,}50\frac{m}{s}.t + 2{,}50\,m$
--> $v(t) = 2{,}00\frac{m}{s^2}.t + 0{,}50\frac{m}{s}$ (de snelheid is de eerste afgeleide van de plaats!)
--> $a(t) = 2{,}00\frac{m}{s^2}$ (de versnelling is de 2de afgeleide van de snelheid!)
--> Op t = 2s is zijn versnelling dus 2,00 m/s²!

2.4.3) a(t)-grafiek

(1) a(t)-grafiek bij een voorwerp dat een EVRB uitvoert

*Als je voorwerp een constante versnelling uitvoert, is de grafiek een horizontale rechte evenwijdig met de y-as (herinner jezelf: versnelling is de eerste afgeleide van de snelheid).



Om deze grafiek te begrijpen is het belangrijk dat je nog steeds de meetkundige betekenis van de eerste afgeleide weet (leerstof M3 wiskunde!)!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
--> functie stijgt = eerste afgeleide is positief
--> functie daalt = eerste afgeleide is negatief
--> functie is constant = eerste afgeleide is nul

(2) a(t)-grafiek bij een voorwerp dat een niet-constante versnelling uitvoert

*Als je extra gas geeft is je versnelling niet constant, de a(t)-grafiek is dan een schuine rechte.

2.5) Voorbeeldoefeningen

Tip: de oefeningen komen rechtstreeks van de cursus, probeer ze eerst zelf voordat je hier kijkt!

2.5.1) Kennis

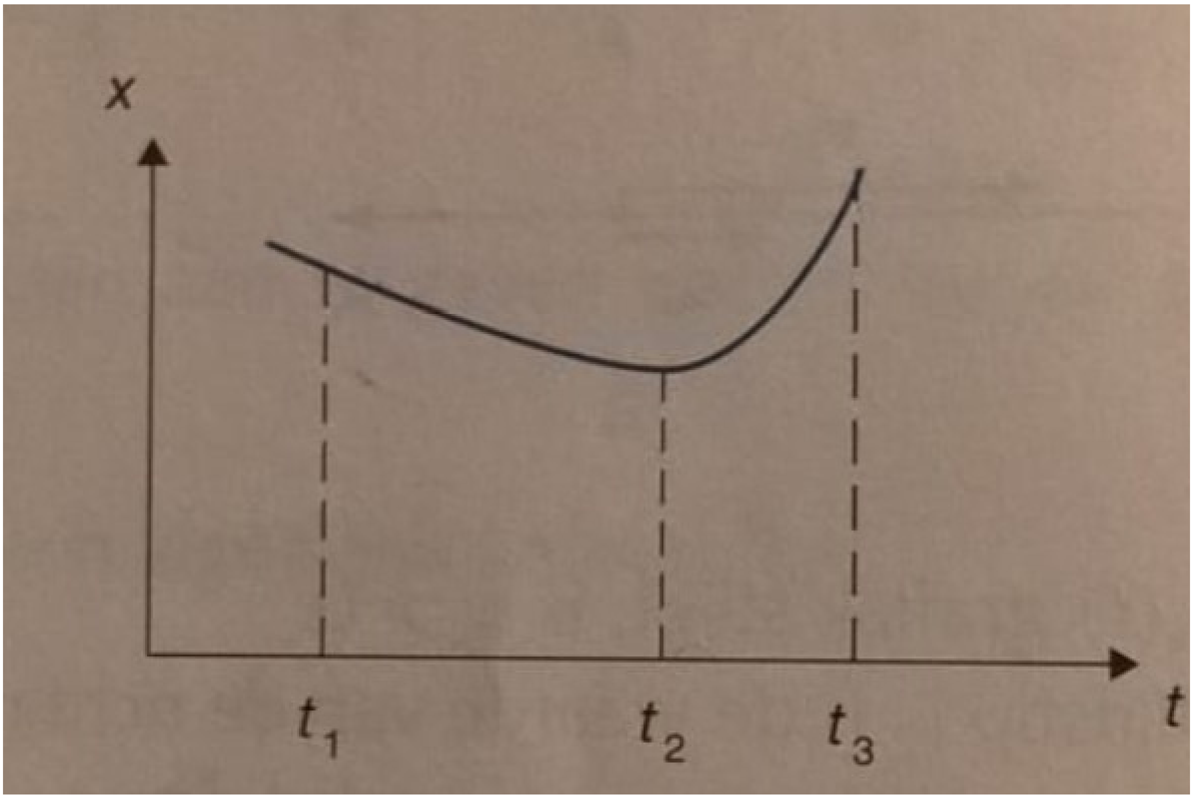
VRAAG 1: Zijn volgende beweringen mogelijk? Verbeter indien nodig.
a) De plaatscoördinaat van een voorwerp is gelijk aan -30 m.
→ Juist: we kiezen op de x-as een oorsprong, een plaatscoördinaat kan dus ook negatief zijn.
b) De afgelegde weg van een voorwerp is gelijk aan -30m.
→ Fout: de afgelegde weg kan niet negatief zijn.
c) De verplaatsing van een voorwerp is gelijk aan -30m.
→ Juist: de verplaatsing kan wel negatief zijn.

VRAAG 2: Indien de gemiddelde snelheid in een tijdsinterval gelijk is aan nul, wat kan je dan met zekerheid zeggen over de verplaatsing en afgelegde weg?
v = verplaatsing/tijdsinterval, als de snelheid 0 is moet de verplaatsing ook 0 zijn geweest. De verplaatsing is dan 0.
De afgelegde weg is echter niet noodzakelijk gelijk aan nul aangezien deze niet voorkomt in de formule voor gemiddelde snelheid!

VRAAG 3: De snelheid op een tijdstip is de afgeleide van de plaatsfunctie naar de tijd op een bepaald tijdstip. Met welk begrip komt dat overeen op de x(t)-grafiek?
Je weet dat de snelheid de afgeleide is van de plaatsfunctie en je weet dat de eerste afgeleide van een getal (bv. op de plaatsfunctie) gelijk is aan de rico van de raaklijn aan dat getal.

Je antwoord moet dus zijn: dit komt overeen met de rico van de raaklijn aan dat getal.

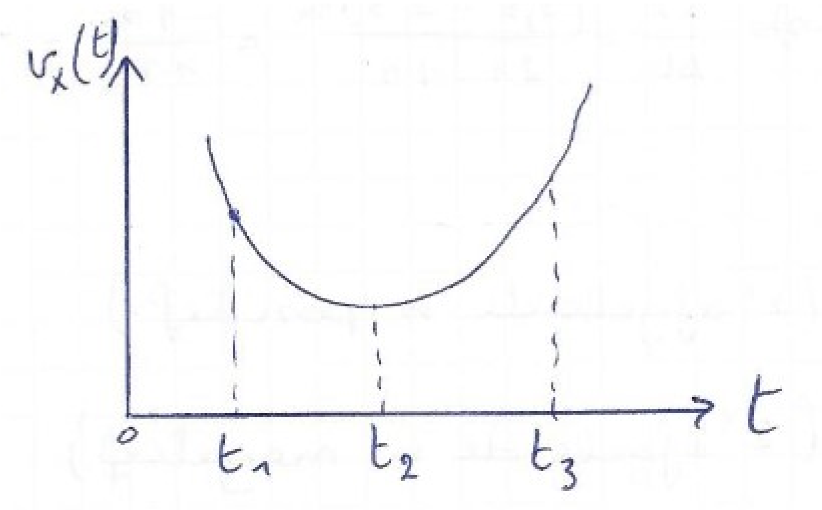
VRAAG 4:
Een voorwerp beweegt op de x-as; de positie ervan kun je afleiden uit de x(t)-grafiek. Vergelijk de snelheid op tijdstippen t_1, t_2 en t_3.



GROOTTE	ZIN	TIJDSTIP
Negatief → Eerste afgeleide is negatief als de functie daalt!	Zelfde zin	T1
Negatief	Zelfde zin	T2
Positief	Tegengestelde zin	T3

VRAAG 5: Zijn de volgende beweringen juist of fout? Verbeter indien nodig?
a) De versnelling is altijd positief
→ Fout: de versnelling is een vectoriële grootheid en kan dus negatief zijn.
b) De versnelling is een scalaire grootheid
→ Fout: vectorieel
c) Als de snelheids- en versnellingsvector tegengesteld zijn, vertraagd het voorwerp.
→ Juist: dan zit het voorwerp inderdaad te vertragen!

VRAAG 6: Teken een v(t)-grafiek waarbij.
a) $a < 0$ in een punt t_1.
b) $a = 0$ in een punt t_2.
c) $a > 0$ in een punt t_3.



(mvr. Fagard)

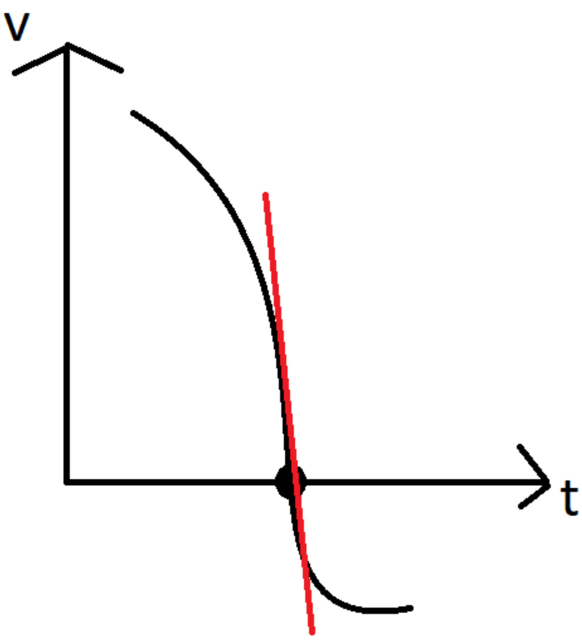
Eigenlijk moet je hier gewoon ook rekening houden met de eerste afgeleide. Als de eerste afgeleide negatief is daalt de functie, is ze 0 heb je een extremawaarde bereikt. Is de eerste afgeleide positief dan stijgt de functie!

2.5.2) Inzicht

VRAAG 8: Is volgende bewering juist of fout? Verbeter indien nodig.

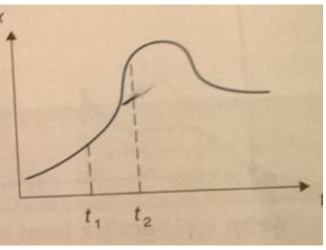
Als de snelheid op een bepaald tijdstip gelijk is aan nul, dan is de versnelling op dat tijdstip ook nul.

--> FOUT: de versnelling is niet noodzakelijk nul. De ogenblikkelijke versnelling is de rico van de raaklijn aan de snelheidsfunctie, die rico is niet noodzakelijk nul bij een nulwaarde.



Op dit grafiek zie je perfect dat de versnelling (= rico van de raaklijn) niet normaal nul is als de snelheid nul is!

10 De figuur toont de positie van een fietser als functie van de tijd.
Wat kun je uit de $x(t)$-grafiek afleiden over het teken van de versnelling in t_1 en t_2?
Verklaar je antwoord.



In t_1 is de versnelling positief aangezien de versnelling de 2de afgeleide is van de plaats. De 2de afgeleide is positief als de functie convex (= U-vormig) is en negatief als de functie concaaf (∩-vormig) is.

In t_2 is met gevolg de versnelling negatief aangezien de functie concaaf is.

2.5.3) Toepassen

VRAAG 13: Bert fietst een afstand van 5km met een gemiddelde snelheid van 10 km/h. De volgende 5 km is de wind gaan liggen en fietst hij met een gemiddelde snelheid van 20 km/h verder. Wat is zijn gemiddelde snelheid over die 10 km?

13) !

$\Delta x_1 = 5\,km \quad v_{g1} = 10\,km/h$ 1ste traject

$\Delta x_2 = 5\,km \quad v_{g2} = 20\,km/h$ 2de traject

? v_g op 10 km

Eérst tijd van traject 1 en -2 berekenen!

opl

$$\left.\begin{array}{l}\Delta t_1 = \dfrac{\Delta x_1}{v_{g1}} = \dfrac{5\,km}{10\,km/h} = \dfrac{1}{2}\,h \\ \Delta t_2 = \dfrac{\Delta x_2}{v_{g2}} = \dfrac{5\,km}{20\,km/h} = \dfrac{1}{4}\,h\end{array}\right\} \Delta t = \frac{3}{4}\,h$$

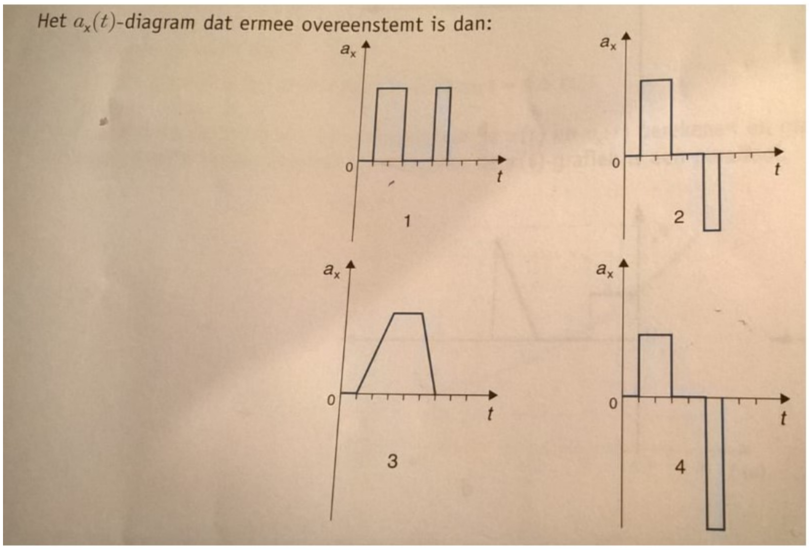
$$v_g = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10\,km}{\frac{3}{4}\,h} = \frac{40}{3}\,\frac{km}{h} = 13\,\frac{km}{h}$$

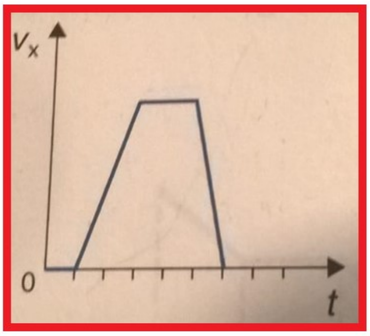
Daarna gemiddelde snelheid over beide trajecten samen berekenen

Let op: je mag niet gewoon zeggen dat de gemiddelde snelheid 15 km/h is, dat lijkt het meest voor de hand liggend maar daar laten ook vele mensen zich vangen (ikke onder andere).

2.5.4) Vlaamse fysica-olympiade

VRAAG 11: Welke a(t)-grafiek stemt overeen met de gegeven v(t)-grafiek?





1 = 3 = KO: De a(t)-grafiek is de eerste afgeleid van de v(t)-grafiek, die moet ergens kleiner zijn dan nul omdat bij het 2de deel van de v(t)-grafiek de rechte dalend is!

2 = KO: Er is een verschil in helling in het begin en einde van de v(t)-grafiek.

4 = OK: Deze grafiek stemt hiermee het best overeen rekening houdende met de meetkundige betekenis van de 1ste afgeleide.

VRAAG 14:

Je rijdt 25 km tegen een gemiddelde snelheid van 100 km/h en je staat dan 5 min in de file. Met hoeveel is de gemiddelde snelheid dan afgenomen?

A) 20 km/h

B) 25 km/h

C) 50 km/h

D) 75 km/h

Oplossing:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{25\ km}{100\ km/h} = \frac{1}{4}h = 0{,}25\ h = 15\ min$$

--> Hier komen 5 min bij = 1/12 h komt erbij.

$$\Delta t = \frac{1}{4}h + \frac{1}{12}h = \frac{3}{12}h + \frac{1}{12}h = \frac{4}{12}h = \frac{1}{3}h$$

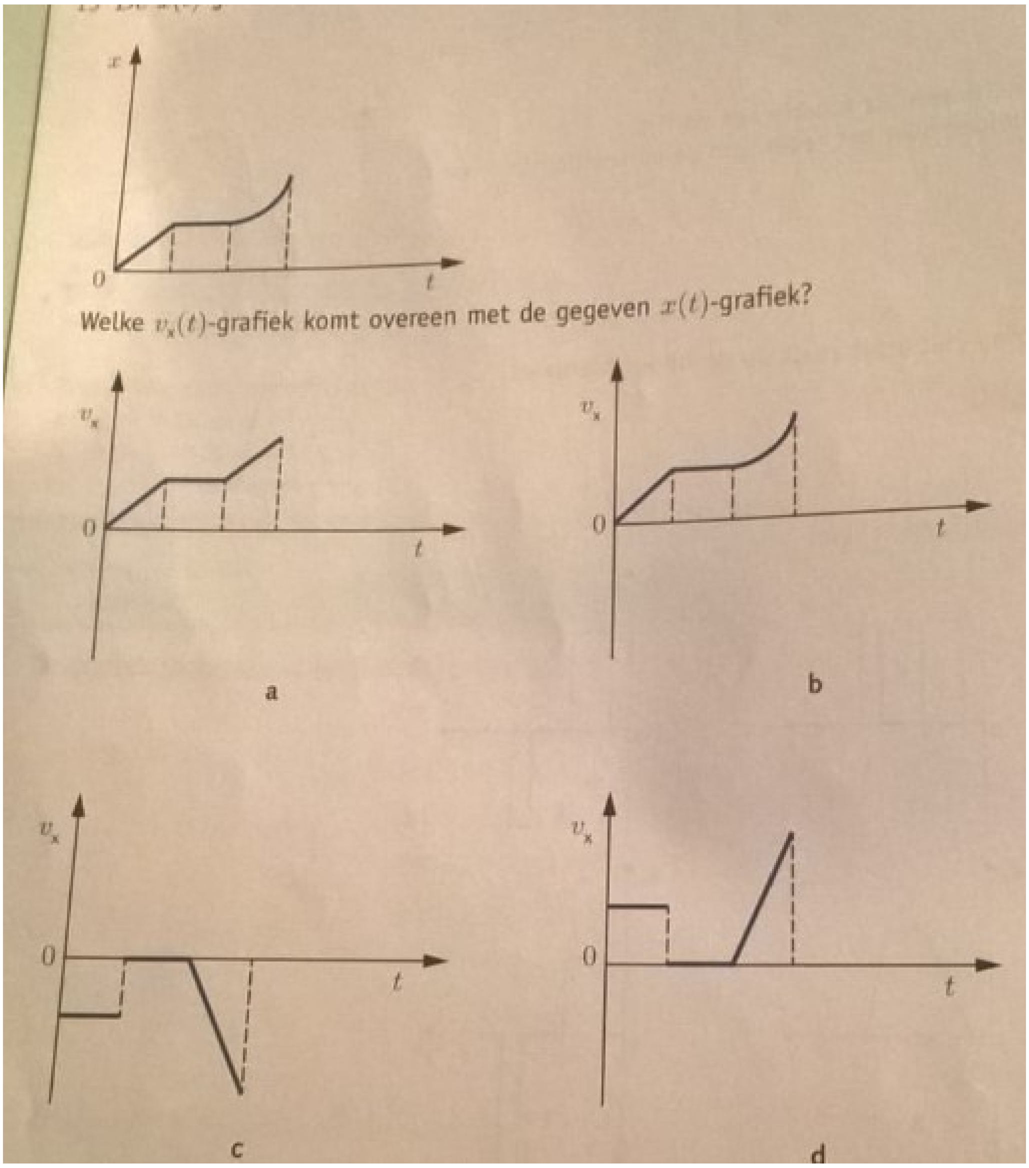
--> 1/3 komt dan overeen met 20 min.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{25\ km}{\frac{1}{3}h} = \frac{25 .3\ km}{1h} = \frac{75\ km}{1h} = 75\ km/h$$

--> De nieuwe gemiddelde snelheid is 75 km/h. De gemiddelde snelheid is dan met 25 km/h afgenomen, dit komt overeen met antwoord A!

VRAAG 15:

De x(t)-grafiek van een beweging wordt getoond…



a = b = KO: Als de functie constant is, is de éérste afgeleide 0 (middenste deel!)
c = KO: Als de functie stijgt is de eerste afgeleide positief, niet negatief!
d = OK: Houdt het meeste rekening met de meetkundige betekenis van de eerste afgeleide!

2.5.3) Vraagstukken oplossen

VRAAG 18: Een voorwerp beweegt op een rechte lijn. De positie wordt gegeven door

$x(t) = 2{,}0\,m - 4{,}6\frac{m}{s}\,.\,t + 1{,}1\frac{m}{s^2}\,.\,t^2$

a) Bereken de positie op t = 1,0 s, t = 2,0 s en t = 3,0 s.
b) Wat is de gemiddelde snelheid in het tijdsinterval t = 1,0 s tot t = 3,0 s?
c) Hoe groot is de snelheid op het tijdstip t = 2,0 s en t = 3,0s?
d) Bereken de versnelling op t = 2,0 s en t = 3,0 s.

a) ! $x(t = 1{,}0\,s,\ t = 2{,}0\,s,\ t = 3{,}0\,s)$

opl $x(1{,}0) = 2{,}0\,m - 4{,}6\,\frac{m}{s} \cdot 1\,s + 1{,}1\,m/s^2 \cdot (1\,s)^2$

$= -1{,}5\,m$

$x(2{,}0\,s) = 2{,}0 - 9{,}2 + 4{,}4 = -2{,}8\,m$

$x(3{,}0\,s) = 2{,}0 - 13{,}8 + 9{,}9 = -1{,}9\,m$

t invullen in gegeven functie

b) $v_g = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(-1{,}9\,m + 1{,}5\,m)}{(3{,}0\,s - 1{,}0\,s)} = \frac{-0{,}4\,m}{2\,s} = -0{,}2\,m/s$

c) $x' = v = -4{,}6\,m/s + 2{,}2\,m/s^2 \cdot t \quad (v = x'(t))$

$v(t = 2\,s) = -4{,}6\,\frac{m}{s} + 4{,}4\,\frac{m}{s} = -0{,}2\,\frac{m}{s}$

$v(t = 3\,s) = -4{,}6\,\frac{m}{s} + 6{,}6\,\frac{m}{s} = 2{,}0\,\frac{m}{s}$

plaats afleiden en t invullen in afgeleide

d) $v' = a = 2{,}2\,m/s^2$ (constant) Snelheid afleiden

VRAAG 20: Veronderstel dat de positie van een voorwerp dat op een rechte lijn beweegt gegeven wordt door de plaatsfunctie
$x(t) = A \,.\, t + B \,.\, t^3$

a) Wat zijn de eenheden van A en B?
Gezien t in seconden wordt uitgedrukt…
--> A = $\frac{m}{s}$
--> B = $\frac{m}{s^3}$

Dit is zo omdat x in m wordt uitgedrukt, als je de eenheden invult en daarna schrapt moet je terug m uitkomen.

b) Welke uitdrukking vind je voor de snelheid.
(De snelheid is de eerste afgeleide van de plaats)
$v = A + 3B \,.\, t^2$

c) Welke uitdrukking vind je voor de versnelling?
(De versnelling is de tweede afgeleide van de plaats, de eerste afgeleide van de snelheid)
$a = 6B \,.\, t$

VRAAG 21: Een punt beweegt volgens $x(t) = -1{,}0\frac{m}{s^2} \,.\, t^2 + 6{,}0\frac{m}{s} \,.\, t + 7\,m$

a) Wanneer is het punt, in de positieve zin van de x-as, het verst verwijderd van de oorsprong?
--> We zoeken een maximum (het verst)! Dit doe je met de eerste afgeleide naar analogie met vraagstukken die we vorig jaar hebben opgelost.
--> $x'(t) = -2{,}0\frac{m}{s^2} \,.\, t + 6{,}0\frac{m}{s}$
--> Om een extremawaarde te zoeken moet de eerste afgeleide gelijk zijn aan 0.
--> $0 = -2{,}0t + 6{,}0$ (eenheden weglaten om te vereenvoudigen)
⇔ $2{,}0t = 6{,}0$ ⇔ $t = 3{,}0$

--> Nu maak je een tekenverlooptabel.

t		3,0	
x'	+	0	-
x	↗	0 MAX	↘

--> Als t = 3,0 bereikt onze functie dus een maximum. Bij t = 3,0 s is hij dus het verst van de oorsprong verwijderd!

b) Wanneer keert de zin van de beweging om?
We hebben in oefening a uitgerekend dat de punt het verste punt van de x-as in positieve zin heeft bereikt op t = 3,0s. Dan zal de zin van de beweging met gevolg ook omkeren.

c) Wat weet je over de snelheid op dat ogenblik?
Die snelheid is 0 (want we hebben in a berekent voor de eerste afgeleide = 0 en de eerste afgeleide van de plaats is gelijk aan de snelheid!)

d) Hoe groot is de versnelling op dat ogenblik?
$a = x''(t) = -2{,}0\ m/s^2$ (versnelling is de 2^{de} afgeleide van de snelheid)
--> De versnelling is dan -2,0 m/s²

3) Veel succes op de toets fys/het examen!

Als je nog steeds weet wat een vector is zit je wel goed. Weet je echter nog steeds niet wat een vector is, blader dan terug. :)

Je kan het! Knal die toets!