Samenvatting wiskunde – analyse – afgeleiden I – examen 3/toets afgeleiden – made by Abdellah

----

(Z) VOORWOORD

Dit is de samenvatting ter voorbereiding van het examen en de toets van afgeleiden. De toets van afgeleiden worden voor mnr. Wantens klassen gesplitst in een toets enkel over de rekenregels (= deze samenvatting) en een toets met vraagstukken en bewijzen (= samenvatting 2 en 3).

Dus:

Samenvatting afgeleiden I = introductie afgeleiden + rekenregels uitgebreid + L'Hopital

Samenvatting afgeleiden II = herhaling rekenregels + denkvragen + benadering nulwaarden

Samenvatting afgeleiden III = Alle bewijzen die we moeten kennen i.v.m. afgeleiden

Door de bewijzen apart te zetten hoop ik zo meer structuur te brengen in de leerstof.

(Y) FOUTENPROCEDURE

Foutje? Dat kan. Indien je een fout ontdekt kan je hem melden naarmate de ernst van de fout.

Fout van de 0de graad = elke niet-relevante fout (spelling …) = niet melden

Fout van de 1ste graad = elke relevante kleine fout (fout in voorbeeldoefening …) = melden

→ Fouten van de 1ste graad worden door mij gecommuniceerd via SS en aangepast als ik eraan denk.

Fout van de 2de graad = elke relevante grote fout (theorie/bewijs verkeerd …) = zeker melden

→ Fouten van de 2de graad worden door mij gecommuniceerd via SS en direct aangepast.

Fouten zijn jammer genoeg haast onvermijdelijk, maar ik, Abdellah, doe mijn best om alles zo juist mogelijk samen te vatten. De hoeveelheid fouten is minimaal of zelfs nul.

(X) INHOUDSTAFEL

Zie volgende pagina.

..

Inhoud

1) Afgeleiden I: introductie + rekenen

1.1) Introductie in afgeleiden

1.1.1) Het differentiequotiënt als maat voor gemiddelde verandering

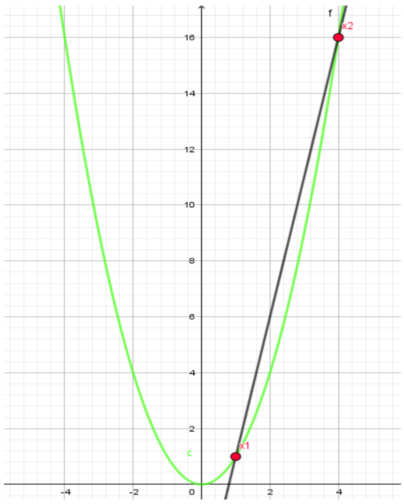
*In onze schoolcarrière zijn we vaak geïnteresseerd geweest in gemiddelde verandering, dit hebben we verschillende keren tijdens fysica gedaan met **gemiddelde snelheid ($v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$)**, we kijken hoe de verplaatsing x verandert over een tijdsinterval Δt.

→ Om dit te doen nemen we voor Δx de eindpunt min beginpunt: $x_e - x_b$ en voor Δt nemen we de eindtijd min de begintijd: $t_e - t_b$, we krijgen dus: $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\frac{x_e - x_b}{t_e - t_b}}$.

→ Dit laatste noemen we **het differentiequotiënt**, als we voor een functie (y = x^2) 2 random punten op de grafiek pakken (met x- en y-waarden), dan verkrijgen we het differentiequotiënt als we dit doen: $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$, met $x_2 \neq x_1$, anders verkrijgen we een deling door 0.

→ Neem x_2 = 4 en x_1 = 1 voor de functie y = x^2 ----> $\frac{16-1}{4-1} = \frac{15}{3} = 5$, dit is de gemiddelde verandering in de functie --> zie afbeelding hieronder voor de visuele voorstelling

Merk op: de visuele voorstelling van het differentiequotiënt (gemiddelde verandering in een functie) is eigenlijk gewoon de rechte die door beide punten gaat. Hou dit in je achterhoofd.



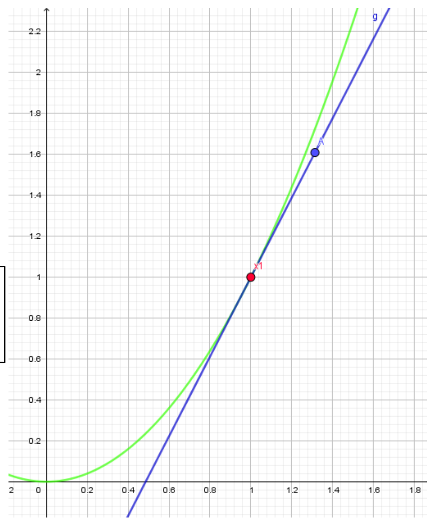
→ **Probleem: We zijn niet altijd geïnteresseerd in gemiddelde verandering maar soms in ogenblikkelijke verandering van een functie of de ogenblikkelijke snelheid: hoe snel was ik aan het fietsen naar school op één moment?** **Dit soort problemen kan het differentiequotiënt niet oplossen, hiervoor hebben we iets nieuw nodig, wiskundigen hebben 'afgeleiden' ingevoerd.**

2.1.2) De afgeleide als maat voor ogenblikkelijke verandering

*Het differentiequotiënt is de rico tussen twee punten in de functie en staat voor gemiddelde verandering. Hoeveel verandert x als y met een bepaalde waarde verandert?

***Het afgeleid getal is de rico van de raak aan één punt in de functie**. We bekijken de verandering van de functie in één punt, we bekijken dus de **ogenblikkelijke verandering**.

→ We hernemen vorig voorbeeld, we zijn nu énkel geïnteresseerd in wat er gebeurt in de functie bij punt x_1 (= 1). We hebben met Geogebra de raaklijn aan dit punt geconstrueerd en vinden door af te lezen op de grafiek dat de rico ongeveer gelijk is aan 2.



→ Als je de rico niet kan aflezen gebruik je de formule van het differentiequotiënt om de rico te bepalen:

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{1{,}6-1}{1{,}3-1} = \frac{0{,}6}{0{,}3} = 2$$

Let op: x_1 is het getal waarvan je de afgeleide wilt berekenen, x_2 is een random punt.

→ We zeggen: Het afgeleid getal voor x = 1, is 2.

1.2) Rekenen met afgeleiden

*Nu we het begrip afgeleiden kennen, moeten we ze kunnen berekenen (zonder grafiek). Dit onderdeel behandelt de rekenregels die we moeten kennen om af te leiden.

→ Let op: (1) Dit onderdeel behandelt géén denkvragen noch benaderingsmethoden van nulwaarden, daarvoor moet je bij samenvatting afgeleiden II zijn.

(2) Dit onderdeel behandelt géén bewijzen, om een overzicht te hebben van alle bewijzen die je moet kennen voor afgeleiden moet je bij samenvatting afgeleiden III zijn.

1.2.1) Het afgeleid getal

*Om het afgeleid getal zonder grafiek te berekenen (wat bijna altijd het geval is) gebruik je volgende formule: $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$, dit hebben we onbewust toegepast in het voorbeeld 2.1.2.

→ Hierbij is f(x) de functie en f(a) het beeld van het getal waarvan je de afgeleide wilt weten.

→ Voorbeelden:

(1) Bereken het afgeleid getal van f als het argument = 0, voor functie $f(x) = 3x+2$

--> (I) Schrijf de definitie van afgeleiden op: $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$

--> (II) Vul de gegeven a-waarde en de functie in: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3x+2-(3.0+2)}{x-0}$ (gegevens invullen)

$= \lim\limits_{x\to 0}\frac{3x+2-2}{x}$ (0 mag je weglaten)

$= \lim\limits_{x\to 0}\frac{3x}{x}$ (rekenen in $\mathbb{R}$)

= 3 (dit is je afgeleid getal!)

<u>Herhaling belangrijkste rekenregels limieten:</u>
Veeltermfunctie: x-waarde invullen in limiet
Rationale functie: x-waarde invullen in limiet
--> Als b/0 betekent dat x oneindig nadert, de functie is dan niet afleidbaar. Als 0/0 vereenvoudigen met Horner/L'Hopital.

(2) Doe hetzelfde voor dezelfde functie maar dan voor het getal 2.

--> $\lim\limits_{x\to 2}\frac{3x+2-(3.2+2)}{x-2} = \frac{3x+2-6-2}{x-2} = \frac{3x-6}{x-2} = \frac{3(x-2)}{x-2} = 3$ (dit is je afgeleid getal!)

(3) Bereken de afgeleide voor a = -1 van de functie $f(x) = \frac{1}{x}$

--> $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a} = \lim\limits_{x\to -1}\frac{\frac{1}{x}-\frac{1}{-1}}{x+1} = \frac{\frac{-1}{-x}-\frac{x}{-x}}{x+1} = \frac{\frac{-1-x}{-x}}{x+1}$ (hier: op gelijke noemers zetten om te rekenen)

$= \frac{-1-x}{-x(x+1)}$ (als je een breuk in teller hebt mag je de kleine noemer onder de grote noemer zetten)

$(I) = \frac{-1(1+x)}{-x(x+1)} = \frac{-1(x+1)}{-x(x+1)} = \frac{-1}{-x} = \frac{-1}{-(-1)} = \frac{-1}{1} = -1$

(uitrekenen, slimme leerlingen zien direct dat je -1 kan afzonderen en werken noemer niet uit)

$(II) = \frac{-1-x}{-x(x+1)} = \frac{-1-x}{-x^2-x} = \frac{0}{0} \Rightarrow \frac{-1-x}{-x(x+1)}(horner) = \frac{-1(x+1)}{-x(x+1)} = \frac{-1}{-x} = -1$

(uitrekenen, domme leerlingen werken de noemer uit, dan moet je de noemer vereenvoudigen met Horner, daarna vul je je limiet in)

→ Vergeten hoe Horner werkt? Bekijk de infofiche op de website 'horner'.

$(III) = \frac{-1-x}{-x(x+1)} = \frac{-1-x}{-x^2-x} = \frac{0}{0} \Rightarrow \frac{-0-1}{-2x-1}\ (L'Hopital) = \frac{-1}{2-1} = \frac{-1}{1} = -1$

(uitrekenen, domme leerlingen die de noemer uitwerken kunnen ook de limiet uitrekenen met de regel van L'Hopital, je leid de teller en de noemer af (zien we later in de samenvatting) en je vult daarna je limiet in)

→ Alle drie werkwijzen leiden tot hetzelfde resultaat, werkwijze I is het slimste.

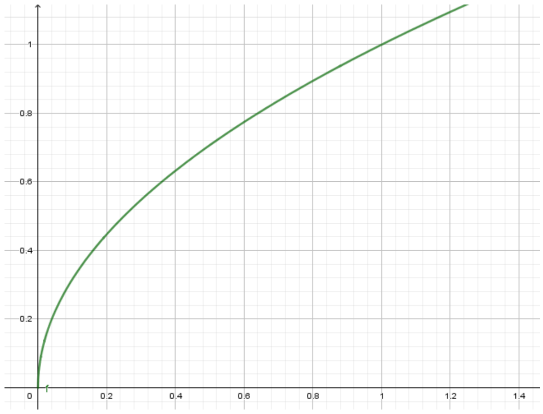
<u>Herhaling Horner</u>:
(1) Je schrijft de coëfficienten van je functie, je vervolledigt de functie.
(2) Je maakt de schema van Horner.
(3) Je schrijft je deler op aan de zijkant.
(4) Je voert het algoritme uit (1ste getal zakken, maal deler, 2de getal + dat getal).
(5) Je rest moet uiteindelijk 0 zijn. Je hebt nu vereenvoudigt. Nu heb je je grote functie met bv. x^2 vereenvoudigt in (deler)(eerstegraadsfunctie).

(4) Bereken de afgeleide voor a = 0 voor de functie y = $\sqrt{x}$

-->$\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a} = \lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{0}}{x-0} = \frac{\sqrt{x}}{x} = \frac{0}{0} \rightarrow \frac{\sqrt{x}}{x} = \frac{x}{x\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}} = \infty$ → De functie is niet afleidbaar!

Grafisch is de wortelfunctie niet afleidbaar in 0 omdat er een 'bruuske' verandering in de grafiek is. Herinner jezelf dat het afgeleid getal de rico van de raaklijn aan dat getal is.

Als we de raaklijn aan 0 pakken, is onze functie een verticale rechte met vergelijking (x = 0). Deze rechte heeft géén rico (of je zou kunnen zeggen dat de rico oneindig is) en daardoor kan je het niet afleiden.



→ Als de functie niet afleidbaar is kan het zijn dat ze een linker- en rechterafgeleide heeft.

Je checkt de linker- en rechterafgeleide op dezelfde manier na als de gewone afgeleide.

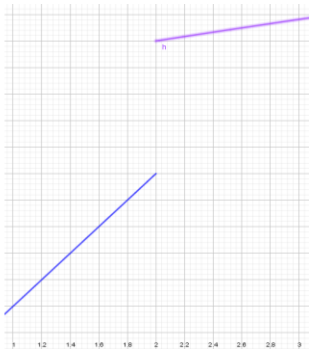
--> Rechterafgeleide: $\lim\limits_{\substack{x \to a \\ >}} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ ⇔ linkerafgeleide: $\lim\limits_{\substack{x \to a \\ <}} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$

--> Dit zien we vaak in gebroken functies: we berekenen voor a = 2 de afgeleide van…

$$\begin{cases} y = x \; als \; x < 2 \; (blauwe \; functie \; op \; grafiek) \\ y = \sqrt{x+7} \; als \; x > 2 \; (paarse \; functie \; op \; grafiek) \end{cases}$$

→ (I) Bovenste functie: $\lim\limits_{\substack{x \to a \\ <}} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = \lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ <}} \frac{x-2}{x-2} = 1$

→(II) Onderste functie: $\lim\limits_{\substack{x \to a \\ >}} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = \lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ >}} \frac{\sqrt{x+7}+\sqrt{9}}{x-2} = \frac{\sqrt{x+7}+3}{x-2}$



$= \frac{\left((\sqrt{x+7})(\sqrt{x-7})\right)+3}{x-2\,(\sqrt{x-7})} = \frac{x-7+3}{x-2(\sqrt{x-7})} = \frac{x-4}{x-2(\sqrt{x-7})} = \frac{-2}{0} = \frac{b}{0}$

→ Bij een vorm van b/0 nadert de limiet oneindig, dus…

$= \infty = niet \; afleidbaar$ (opmerking: een synoniem voor afleidbaar is differentieerbaar)

➔ Op de grafiek zie je in de totale functie bruuske veranderingen en bij de wortelfunctie ook. Daarom is het niet afleidbaar.

1.2.2) De afgeleide functie

*We zijn meestal niet énkel geïnteresseerd in één getal afleiden maar willen soms een hele functie afleiden, hier zijn aparte rekenregels voor die we nu zien. We zijn geïnteresseerd in de ogenblikkelijke verandering op élk punt van de functie.

→ Je kan de afgeleide functie berekenen op analoge wijze als het afgeleid getal OF de rekenregels.

1.2.2.1) De afgeleide functie berekenen met de definitie van het afgeleid getal

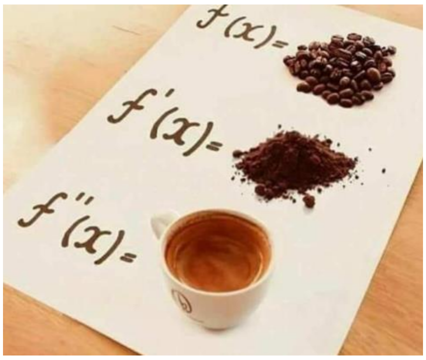
*Om het afgeleid getal te berekenen deed je: $\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$

*Om de afgeleide functie te berekenen kan je hetzelfde doen, echter vul je géén getal in maar gewoon a. Bijvoorbeeld: bereken de afgeleide functie van y = x²

→ $\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = \frac{x^2-a^2}{x-a} = \frac{(x-a)(x+a) \to merkwaardig \; product}{x-a} = x + a = a + a \; (\lim invullen) = 2a$

$= 2x$ (Je hebt nu berekent dat de afgeleide functie voor y = x² gelijk is aan 2x).

→ Je kan het zo doen, <u>dit is handig als je de rekenregels bent vergeten</u>, maar het gaat véél sneller met de rekenregels die we nu zullen zien. Let op: bewijzen van de rekenregels behandel ik in samenvatting afgeleiden III!

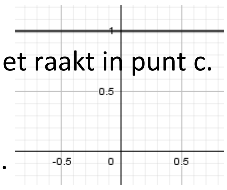


*Opmerking 1: de afgeleide functie f(x) noteren we met f'(x), Df(x) of dx.
Opmerking 2:
je kan de afgeleide functie op zijn beurt opnieuw afleiden,
dit is dan de 2de afgeleide,die kan je opnieuw afleiden,
dat noemen we dan de 3de (orde) afgeleide (infinite loop)
→ **Voor het ingangsexamen geneeskunde moet je functies kunnen afleiden tot de 2de orde**.

1.2.2.2) De afgeleide functie berekenen met behulp van de rekenregels

*Er bestaan verscheidene rekenregels of shortcuts om functies snel af te leiden. Hier zien we de rekenregels zonder bewijzen, de bewijzen die we moeten kennen vindt je in samenvatting III.

1.2.2.2.1) De afgeleide functie van de constante functie y = c (bewijs kennen)



*Herinnering: de constante functie y = c is een functie evenwijdig met de y-as die het raakt in punt c.
het afgeleid getal is de rico van de raaklijn aan dat getal.

*De constante functie heeft als rico 0 in de hele functie, hij stijgt niet noch daalt hij.
Dit betekent dat het afgeleid getal voor deze functie ook altijd 0 is.
De afgeleide functie van y = c is dus y = 0.
→ We noteren: $DC = 0$

1.2.2.2.2) De afgeleide functie van de identieke functie y = x (bewijs kennen)

*De identieke functie beeldt elke functie af op zichzelf en heeft als rico 1.
→ De rico is 1, dus is het afgeleid getal altijd 1. Dat betekent dat de afgeleide functie 1 is.
➔ We noteren: DX = 1

1.2.2.2.3) De afgeleide functie van een n-degraadsfunctie y = x^n: power rule (bewijs kennen)

*Als we een hogeregraadsfunctie hebben volgen we andere rekenregels.
→ (1) We schoppen de macht naar voor: f(x) = x^n --> f'(x) = nx
→ (2) We verlagen de macht met één: f'(x) = nx --> f'(x) = nx^{x-1}
➔ Bijvoorbeeld: de afgeleide functie van $50x^{138}$ = 50 . $138x^{138-1}$ = $6900x^{137}$

*We noteren: $Dx^n = nx^{n-1}$
→ Merk op dat de eerste en tweede rekenregels een gevolg zijn van deze.
➔ x^1 --> $1x^{1-1}$ = $1x^0$ = 1.1 = 1
➔ 5 = $5x^0$ = 5.0 x^{0-1} = 0.x^{-1} = 0
→ Merk op dat dit ook geldt voor gehele en rationale exponenten
➔ $5x^{-3}$ --> f'(x) = 5.(-3)x^{-3-1} = $-15x^{-4}$
➔ $6\sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{2}{3}}$ --> f'(x) = 6 . $\frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}-1} = 4x^{-\frac{1}{3}}$

Machten met rationale exponenten:
Dit heeft Kevin ons uitgelegd, maar hebben we 'officieel' nog niet gezien.

$\sqrt{x}$ kan je schrijven als $\sqrt[2]{x^1}$, dit kan je schrijven als een macht met een rationale exponent. Dit wordt: $x^{\frac{1}{2}}$, we pakken dus de macht die we hebben in de teller en de n-de-machtswortel in de noemer.

Zo wordt $\sqrt[3]{x^2}$ dus $x^{\frac{2}{3}}$.
$\sqrt[100]{x^{58}}$ *is dus* $x^{\frac{58}{100}}$.

Dit is handig als je wortels moet afleiden/differentiëren.

1.2.2.2.4) De afgeleide functie van een som van functies (bewijs kennen)

*Als je een veeltermfunctie moet afleiden, mag je elk deel van de functie apart beschouwen en dus apart afleiden/differentiëren.
→ We noteren: D(f + g) = Df + Dg met f en g zijn twee 'aparte' functievoorschriften.
➔ Bv.: f(x) = $8x^3 + 7x^2 - 4x + 5$
--> **f'(x)** = $8.3x^2 + 7.2x - 4 + 0$ = $\mathbf{24x^2 + 14x - 4}$
→ We hebben hier de rekenregels die we kennen gebruikt, maar elk onderdeel bij de + apart afgeleid/gedifferentieerd. Ik heb hier de power rule gebruikt (1.2.2.2.3).
(--> f''(x) = 24.2x + 14 – 0 = 48x + 14), <u>voor ingangsexamen moet je 2 ordes kunnen afleiden</u>)

1.2.2.2.5) De afgeleide functie van een product van functies: productregel (bewijs kennen)

*Als je twee vermenigvuldigde functies hebt, leid je eerst de ene af en vermenigvuldig je die met de andere. Daarna leid je de andere af en vermenigvuldig je die met de ene.

→ We noteren: D(f . g) = Df . g + f . Dg

➔ Bv.: $5x^3 = 5 . x^3$

--> $f'(x) = 0 . x^3 + 5 . 3x^2 = 0 + 15x^2 = 15x^2$ (natuurlijk mag je ook de power rule gebruiken)

➔ Bv.: $5x^3 . 3x^2 . 6x^{100}$

--> $f'(x) = 15x^2 . 3x^2 . 6x^{100} + 5x^3 . 6x . 6x^{100} + 5x^3 . 3x^2 . 600x^{99}$

→ Je leidt elk onderdeel apart af en vermenigvuldigt met de 'resten', het blijft dus niet beperkt tot D(f . g) maar kan een oneindig aantal termen hebben.

$= 270x^{104} + 180x^{104} + 9000x^{104}$

$= 9450x^{104}$

→ Als je de tweede afgeleide moet bepalen, gebruik je weer de power rule.

1.2.2.2.6) De afgeleide functie van de rationale functie $\frac{f(x)}{g(x)}$ (quotiëntregel: bewijs niet kennen)

*Een rationale functie afleiden is ietsje moeilijker, je kan dit op twee manieren doen…

→ **Manier 1: Je schrijft de rationale functie als een product van twee functies.**

➔ $\frac{f(x)}{g(x)} = f(x).\frac{1}{g(x)}$, dan gebruik je de productregel.

→ Bv.: (1) $D\frac{1}{x} = D\left(1 . \frac{1}{x}\right)$ --> we moeten de productregel toepassen: D(f . g) = Df . g + f . Dg

$= 0 . \frac{1}{x} + 1 . \frac{1}{x^1} = 0 + 1 . x^{-2} = \frac{1}{x^2}$

(!!! Let op: $1/x^1$ niet gaan afleiden als 1/1 (want $x^1 = 1$), dat mag NIET, je moet het als een negatieve macht schrijven en dan de power rule gebruiken !!!)

→ Deze manier is te omslachtig, daarom gebruiken we vaker manier 2.

→ **Manier 2: Je gebruikt de quotiëntregel om af te leiden**

➔ De quotiëntregel luidt: $D\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{Df . g - f . Dg}{g^2}$, hij lijkt best wel op de productregel.

→ We hernemen voorbeeld 1: (1) $D\frac{1}{x}$

$= \frac{0 . x - 1 . 1}{x^2} = \frac{0-1}{x^2} = \frac{-1}{x^2}$

➔ Dit is hetzelfde dat we uitkwamen als bij voorbeeld 1.

→ Voorbeeld 2: $D\frac{5x^2-3}{x-2}$

$= \frac{10x.(x-2)-(5x^2-3)(1)}{(x-2)^2} = \frac{10x^2-20-5x^2+3}{(x-2)^2} = \frac{5x^2-17}{(x-2)^2}$

➔ DE NOEMER NOOIT UITWERKEN: zo kan je makkelijker nulwaarden/polen bepalen, dit is van belang bij het volgend hoofdstuk (verloop van functies).

1.2.2.2.7) De afgeleide functie bepalen met de kettingregel (zonder bewijs)

*We nemen de functie in onze noemer van daarjuist: $g(x) = (x-2)^2$

→ Je kan dit beschouwen als twéé functies: $f(x) = x-2$

$g(x) = (x-2)^2$

→ Herinner je wat Kevin zei: een functie is een machine, je stopt een x erin en je krijgt een y eruit. In dit geval gaat je x door 2 machines. F trekt 2 van x af en g kwadrateert het.

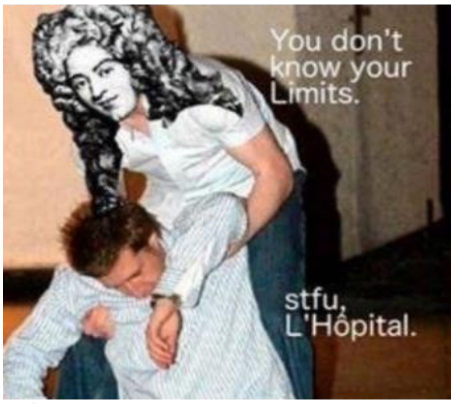
➔ Dus moet je ook de regels voor afgeleiden 2x toepassen

*Rekenregel: $D(f(x))^n = n(f(x))^{n-1}.D(f(x))$ ➔ Eerst leid je de macht af, daarna de functie ZONDER DE MACHT.

→ Bv.: $D(x-2)^2 = 2(x-2).1 = (2x-4).1 = 2x-4$

$$D(6x-7)^3 = 3(6x-7)^2.6 = (18x-7)^2 + 6 = 2(18x-7) + 6 + 18$$
$$= 36x - 14 + 6 + 18 = 36x + 10 \text{ (rode gedeelte = 2}^{\text{de}}\text{ afgeleide)}$$

1.2.2.2.8) Regel van L'Hopital



*Als je een deling van 0/0 of oneindig/oneindig hebt bij een limiet, dan mag je teller en noemer apart afleiden met de rekenregels die we hebben geleerd (dus niet meer vereenvoudigen met horner) en dan vereenvoudigen.

→ $\lim_{x \to 1} \frac{x^2-1}{x-1} = \frac{2x}{1} = 2x = 2$

(in mijn vorige samenvatting van limieten hebben we dezelfde limiet berekend maar dan met Horner, dit gaat echter véél sneller)

1.2.3) Overzicht rekenregels afgeleiden veelterm-/rationale functies

1) Afgeleid getal/afgeleide functie bepalen: $\lim_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$

2) Rekenregels veeltermfuncties afleiden:
   1) DC = 0 (constante functie)
   2) Dx = 1 (identieke functie)
   3) $D(x^n) = nx^{n-1}$ (power rule)
   4) D(f+g) = D(f) + D(g)
   5) D(f.g) = D(f) . g + f . D(g)
   6) $D\left(\frac{f}{g}\right) = \frac{Df.g - f.Dg}{g^2}$ (quotiëntregel)
   7) $D(x+y)^n \text{ met } y \text{ is een getal} = n(x+y)^{n-1}.D(x+y)$ (kettingregel)

3) L'Hopital: bij een vorm van 0/0 of oneindig/oneindig mag je teller en noemer apart afleiden.

1.2.4) BONUS: afgeleide van de goniometrische functies (ingangsexamen geneeskunde)

*De afgeleide van sin(x) = cos(x)
cos(x) = sin(x)

*De afgeleide van tan en cot kan je nu bepalen met de quotiëntregel!

1.3) Zelfevaluatie

VRAAG 1: De afgeleide functie van y = x^2 - 1 is…

(A) 2x – 1
(B) 2x + 1
(C) 2x
(D) weet ik niet.

VRAAG 2: De afgeleide functie van y = x^3 . x^2 is…

(A) $5x^4$
(B) $5x^5$
(C) $4x^5$
(D) $4x^4$

VRAAG 3: Het afgeleid getal voor de functie $y = x^2$ voor $a = 1$ is…

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

Oplossingen:

1 = C

2 = A

3 = A

Veel succes op de toets!