



Théorie des graphes

Projet de session

Réseaux Sociaux et Graphes

Auteurs :

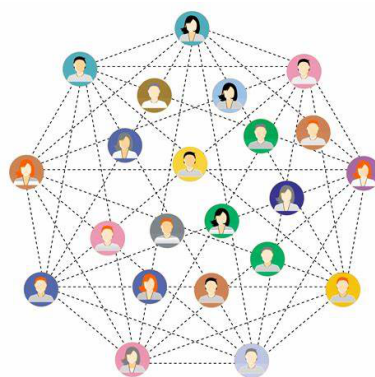
Achraf MANSOURI

Sami YOUSSEF

Encadrants :

M. A. AIT EL CADI

M. A. BELLABDAOUI



Rapport
Décembre 2023

Table des matières

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Introduction | 2 |
| 2 | Vocabulaire, Contexte et description du problème | 3 |
| 2.1 | La centralité | 3 |
| 2.2 | Centralité en termes d'importance du voisinage | 3 |
| 2.2.1 | Centralité de Degré | 3 |
| 2.2.2 | Centralité de vecteur propre | 3 |
| 2.2.3 | Centralité de Katz | 4 |
| 2.2.4 | PageRank | 4 |
| 2.3 | Betweenness Centrality | 5 |
| 2.4 | Closeness Centrality | 5 |
| 2.5 | Description du problème | 6 |
| 3 | Étude initiale : Développement des algorithmes | 6 |
| 3.1 | PageRank | 6 |
| 3.1.1 | Conditions de Convergence | 6 |
| 3.1.2 | Influence des Paramètres α et β | 7 |
| 3.1.3 | Codage de PageRank : Un Algorithme Python | 7 |
| 3.2 | Betweenness Centrality | 8 |
| 3.3 | Closeness Centrality | 8 |
| 4 | Application : Réseau 0 | 8 |
| 4.1 | PageRank | 8 |
| 4.2 | Betweenness Centrality | 12 |
| 4.3 | Closeness Centrality | 13 |
| 4.4 | Interprétation des résultats | 13 |
| 5 | Application : Archive "Data.zip" | 14 |
| 5.1 | R. soc-tribes | 14 |
| 5.2 | R. soc-karate | 14 |
| 5.3 | R.soc-physicians | 15 |
| 5.4 | Interprétation des résultats | 17 |
| 6 | Conclusion | 17 |

1 Introduction

Nous vivons dans un monde profondément connecté, où les réseaux tissent la trame de notre quotidien. Du transport aérien et terrestre facilitant nos déplacements aux infrastructures critiques fournissant eau et électricité, indispensables au fonctionnement de notre société et de notre économie. Les réseaux de communication, quant à eux, diffusent les informations à une vitesse sans précédent. Au cœur de ce tissu, se trouvent les réseaux sociaux, tels que les cercles d'amis, de famille et de collègues, amplifiés et rendus visibles par les médias sociaux.

Dans ce contexte, les médias sociaux ne sont pas de simples plateformes de communication, mais de véritables réseaux où se croisent amitiés, échanges professionnels, et interactions diverses. Pour analyser ces vastes réseaux, nous utilisons des graphes. Par exemple, pour identifier l'individu le plus influent sur un réseau social, nous représentons chaque personne par un nœud et leurs connexions par des arêtes.

Nous examinons plusieurs formes de centralité pour mesurer l'influence : la centralité de degré, la centralité de vecteur propre, la centralité de Katz et le PageRank. Chacune de ces mesures offre une perspective unique sur l'importance d'un individu dans le réseau. La centralité d'intermédiation, par exemple, révèle comment un individu joue un rôle clé dans la connexion des autres, tandis que la centralité de proximité met en lumière la rapidité avec laquelle un individu peut diffuser de l'information à travers le réseau.

Ce projet développe des algorithmes spécifiques pour analyser ces aspects, appliqués initialement à un réseau de base, puis étendus à trois réseaux spécifiques : un réseau de type Facebook (soc-tribes), un réseau de membres d'un club de karaté (soc-karate), et un réseau de chercheurs physiciens (soc-physicians). Notre objectif est de fournir une analyse détaillée et de comparer les résultats obtenus dans ces différents contextes, offrant ainsi un aperçu précieux de la dynamique complexe et fascinante des réseaux sociaux.

2 Vocabulaire, Contexte et description du problème

Dans cette première partie, nous tenterons de présenter les différents types de centralité que nous aborderons, leurs limitations respectives, ainsi que les distinctions entre eux. Dans ce travail, nous nous intéressons principalement aux graphes non orientés, sauf indication contraire que nous préciserons ultérieurement.

2.1 La centralité

La centralité détermine l'importance d'un nœud à l'intérieur d'un réseau.

2.2 Centralité en termes d'importance du voisinage

2.2.1 Centralité de Degré

La centralité de degré représente la mesure initiale et la plus élémentaire de la centralité dans un réseau. Elle repose sur le comptage simple des liens directs qu'un nœud possède. Dans le contexte des réseaux sociaux, cela équivaut au nombre d'amis ou de suiveurs d'un individu. Toutefois, cette métrique souffre d'une limitation fondamentale, à savoir son incapacité à prendre en compte l'importance respective des connexions. En d'autres termes, elle ne distingue pas entre une personne ayant de nombreuses connexions avec des individus peu influents et une autre ayant peu de connexions, mais avec des individus très influents. La centralité de degré C_d pour un nœud v_i est donné par :

$$C_d(v_i) = d_i \quad (1)$$

2.2.2 Centralité de vecteur propre

La centralité de vecteur propre va au-delà du simple dénombrement des connexions pour tenir compte de l'importance relative des nœuds auxquels un individu est connecté. En essence, un nœud est considéré comme central (important) s'il est lié à d'autres nœuds eux-mêmes centraux. La formule est donnée par, avec λ est une constante, et pour les voisins entrants $A_{j,i} = 1$, :

$$C_e(v_i) = \frac{1}{\lambda} \sum_{j=1}^n A_{j,i} C_e(v_j) \quad (2)$$

Cependant, cette métrique révèle ses faiblesses dans le cas des réseaux sociaux dirigés, où les liens ont une direction définie, car elle ne parvient pas à modéliser correctement la propagation de l'influence le long des arêtes unidirectionnelles.

2.2.3 Centralité de Katz

La centralité de Katz propose une solution aux défis posés par les graphes dirigés en introduisant un facteur de biais. Elle prend en compte l'ensemble des connexions d'un nœud, en accordant de l'importance à la fois aux connexions directes et aux connexions indirectes dans le réseau. De plus, elle évite les valeurs de centralité nulles, même dans le cas de graphes acycliques dirigés. Sa formule est donnée par, avec α une constante considérée comme un terme de contrôle et β une constante considérée comme un terme de biais, :

$$C_{Katz}(v_i) = \alpha \sum_{j=1}^n A_{j,i} C_{Katz}(v_j) + \beta \quad (3)$$

Cependant, elle présente toujours une limitation notable : elle ne parvient pas à résoudre complètement le problème de la transmission excessive de l'influence par un nœud central, ignorant la pondération par le nombre de connexions sortantes, autrement dit, ce comportement peut poser problème car tout le monde connu par une personne bien connue n'est pas nécessairement lui-même bien connu.

2.2.4 PageRank

Tout le monde connu par une personne bien connue n'est pas nécessairement lui-même bien connu. Pour résoudre ce problème, une solution est proposée : diviser la valeur de la centralité transmise par un nœud par le nombre de ses liaisons sortantes (degré extérieur). Ainsi, chaque voisin connecté reçoit une fraction de la centralité du nœud source, ce qui permet d'obtenir une représentation plus nuancée de l'influence.

$$C_p(v_i) = \alpha \sum_{j=1}^n A_{j,i} \frac{C_p(v_j)}{d_j^{out}} + \beta \quad (4)$$

Attention : La relation n'est définie que si $d_j^{out} > 0$. Sinon, lorsque $d_j^{out} = 0$, cela signifie que le degré de sortie du nœud j est nul, ce qui entraîne que pour tous les i , $A_{j,i} = 0$. En conséquence, le terme à l'intérieur de la sommation devient 0. Pour remédier à cette situation, nous pouvons résoudre ce problème en mettant $d_j^{out} = 1$, car là, le nœud ne contribuera pas à la centralité des autres nœuds.

2.3 Betweenness Centrality

La centralité d'intermédiation C_b reflète l'importance d'un nœud (ou acteur) dans la liaison entre autres nœuds (ou acteurs) au sein du réseau. Elle se mesure par le nombre / le ratio de chemins les plus courts passant par ce nœud, parmi toutes les paires de nœuds du réseau. La formule pour un nœud v_i est la suivante :

$$C_b(v_i) = \frac{\sum_{s \neq t \neq v_i} \sigma_{st}(v_i)}{\sigma_{st}} / [(n-1)(n-2)] \quad (5)$$

où σ_{st} représente le nombre total de chemins les plus courts de s à t , et $\sigma_{st}(v_i)$ le nombre de ces chemins qui passent par v_i . En d'autres termes, nous mesurons à quel point le rôle de v_i est central dans la connexion de n'importe quelle paire de nœuds s et t .

2.4 Closeness Centrality

Pour la centralité de proximité C_c , il s'agit de la façon dont un nœud (un acteur) transmet l'information rapidement dans le réseau. Elle repose sur l'intuition que les nœuds centraux doivent être ceux qui peuvent atteindre rapidement d'autres nœuds. On la mesure par la moyenne des plus courts chemins de ces nœuds vers les autres. La formule pour un nœud v :

$$C_c(v) = \frac{1}{\bar{l}_v} \quad (6)$$

Avec :

— \bar{l}_v : la moyenne des plus courts chemins de v vers les autres nœuds du réseau :

$$\bar{l}_v = \frac{\sum_{s \neq v} l_{s,v}}{n-1} \quad (7)$$

— Où, n : le nombre de nœuds (acteurs) dans le réseau. Et $l_{s,v}$: le plus court chemin entre s et v .

2.5 Description du problème

Dans notre travail, nous allons examiner de plus près la centralité dans certains réseaux sociaux. Nous nous concentrerons sur les trois types principaux de centralité que nous venons de présenter ci-dessus : la centralité d'intermédiarité (Betweenness Centrality), la centralité de proximité (Closeness Centrality) et le PageRank pour la centralité en termes d'importance du voisinage. Nous commencerons par le développement de différents algorithmes qui caractérisent ces centralités. Ensuite, nous les appliquerons à un réseau initial noté "Réseau 0", et pour celui-ci, nous discuterons des effets des paramètres de contrôle α et de biais β pour le PageRank et analyser les résultats des deux autres centralités.

Par la suite, nous appliquerons les mêmes algorithmes à trois réseaux différents extraits de l'archive "dossier.zip" : un réseau similaire à Facebook (soc-tribes), un réseau de membres d'un club de karaté (soc-karate) et un réseau de chercheurs en physique (soc-physicians).

En comparant les résultats de ces différents réseaux, nous pourrions mieux comprendre comment chaque type de centralité fonctionne et comment ils se comparent les uns aux autres. Cette analyse nous aidera à tirer des conclusions sur les schémas de connectivité au sein des réseaux sociaux. Alors, commençons..

3 Étude initiale : Développement des algorithmes

3.1 PageRank

3.1.1 Conditions de Convergence

Reprenons l'équation (4) sous son format matricielle :

$$C_p = \beta(I - \alpha A^T D^{-1})^{-1} \mathbf{1}, \quad (8)$$

Avec A la matrice d'adjacence et $D = \text{diag}(d_1^{\text{out}}, d_2^{\text{out}}, \dots, d_n^{\text{out}})$ est une matrice diagonale des degrés. Nous choisissons $\alpha < \frac{1}{\lambda}$, où λ est la plus grande valeur propre de la matrice $A^T D^{-1}$ (Vue en cours : théorème de Perron-Frobenius). Dans les graphes non orientés, la plus grande valeur propre de $A^T D^{-1}$ est $\lambda = 1$; par conséquent, nous sélectionnons $0 < \alpha < 1$.

3.1.2 Influence des Paramètres α et β

Pour comprendre les effets de chaque terme dans la formule du PageRank, il est important de connaître leur rôle. Ils ont été ajoutés pour pallier les limites des différentes mesures de centralité, allant de la centralité de degré à la centralité de Katz.

Le premier, α , est un terme de contrôle. Il évalue l'importance relative des liens directs par rapport à l'ensemble du réseau. Nous rappelons que α doit se situer entre 0 et 1 pour assurer le bon fonctionnement de l'algorithme du PageRank. Quand α est près de 0, les liens entrants influencent peu le classement, et le PageRank se répartit de manière plus uniforme entre toutes les pages. Si α avoisine 1, l'algorithme accorde beaucoup d'importance aux liens entrants, ce qui peut rendre le classement trop dépendant de ces liens. α est généralement défini dans la plage de 0,85 à 0,95. Mais la valeur la plus courante est de 0,85 ; car elle permet un bon compromis.

Le deuxième paramètre, β , souvent nommé terme de biais, veille à ce qu'une partie du PageRank soit distribuée équitablement entre tous les nœuds. Ainsi, chaque page reçoit une portion minimale du PageRank total, ce qui évite que les pages peu ou pas liées soient négligées dans le classement. Avec un β à 0, le classement ne tient compte que de la structure des liens, ce qui peut pénaliser les pages avec peu de liens entrants. En revanche, un β à 1 répartit le PageRank également entre toutes les pages, sans considérer la qualité de leurs liens.

3.1.3 Codage de PageRank : Un Algorithme Python

Nous avons développé deux codes différents pour le calcul du PageRank. Le premier code utilise une approche itérative directe en mettant à jour le PageRank de chaque nœud à l'aide d'une somme pondérée des PageRank de ses voisins. En revanche, le deuxième code adopte une approche basée sur les chaînes de Markov, comme nous l'avons vu en cours, en créant une matrice de transition pour modéliser les transitions entre les nœuds du graphe.

Vous trouverez les codes bien développés dans le fichier Google Colab que nous avons joint au présent rapport.

3.2 *Betweenness Centrality*

Pour élaborer l'algorithme de la centralité d'intermédierité, nous avons procédé par étapes. La première consistait à développer un algorithme capable de calculer le nombre de chemins les plus courts entre deux nœuds. Ensuite, nous nous sommes attaqués au développement d'un algorithme pour déterminer le nombre de ces chemins qui passent par un nœud spécifique, v_i . Finalement, nous avons développé le code final permettant d'implémenter la centralité d'intermédierité pour tout type de graphe.

3.3 *Closeness Centrality*

Dans le fichier Colab joint à ce rapport, vous trouverez le code soigneusement développé pour calculer la centralité de proximité.

4 **Application : Réseau 0**

4.1 *PageRank*

Nous avons appliqué notre algorithme de PageRank personnalisé sur le réseau 0, et nous présenterons ci-dessous les résultats obtenus pour différentes combinaisons de valeurs α et β .

Trois scénarios distincts seront analysés afin d'illustrer l'effet de ces variables sur le classement des nœuds du réseau. Le scénario le plus optimal semble être celui où α est fixé à 0.85 et β à 1. Cette configuration offre un équilibre entre l'importance accordée aux liens entrants et la distribution uniforme de la centralité. Par contraste, le dernier scénario, où α est à 0 et β à 1, conduit à un PageRank égal pour tous les nœuds, indépendamment de leur connectivité dans le graphe. Dans ce cas, le PageRank n'est plus influencé par la structure du réseau, mais uniquement par le nombre total de nœuds.

| Noeud | Valeur PageRank |
|-------|-----------------|
| A | 0.185185 |
| B | 0.148148 |
| D | 0.0987654 |
| F | 0.148148 |
| C | 0.0617284 |
| E | 0.123457 |
| G | 0.0617284 |
| I | 0.123457 |
| H | 0.0493827 |

FIGURE 1 – [Réseau 0] PageRank : $\alpha = 1, \beta = 0$

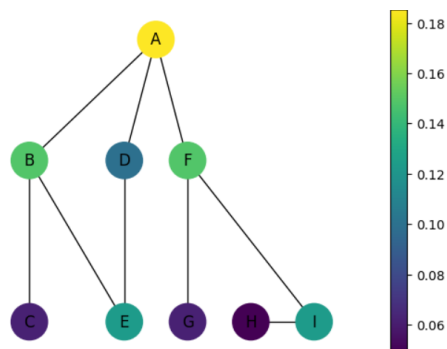


FIGURE 2 – Réseau 0 en fonction de la centralité de PageRank ($\alpha = 1, \beta = 0$)

| Noeud | Valeur PageRank |
|-------|-----------------|
| A | 1.01672 |
| B | 1.04418 |
| D | 0.698266 |
| F | 1.1047 |
| C | 0.406963 |
| E | 0.703726 |
| G | 0.42411 |
| I | 0.811826 |
| H | 0.456137 |

FIGURE 3 – [Réseau 0] PageRank : $\alpha = 0.85$, $\beta = 1$

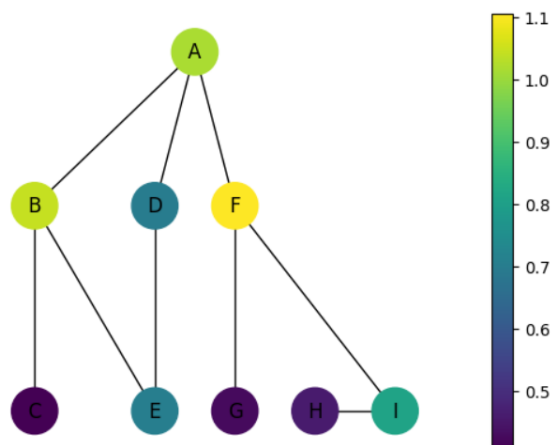


FIGURE 4 – Réseau 0 en fonction de la centralité de PageRank ($\alpha = 0.85$, $\beta = 1$)

| Noeud | Valeur PageRank |
|-------|-----------------|
| A | 0.111111 |
| B | 0.111111 |
| D | 0.111111 |
| F | 0.111111 |
| C | 0.111111 |
| E | 0.111111 |
| G | 0.111111 |
| I | 0.111111 |
| H | 0.111111 |

FIGURE 5 – [Réseau 0] PageRank : $\alpha = 0, \beta = 1$

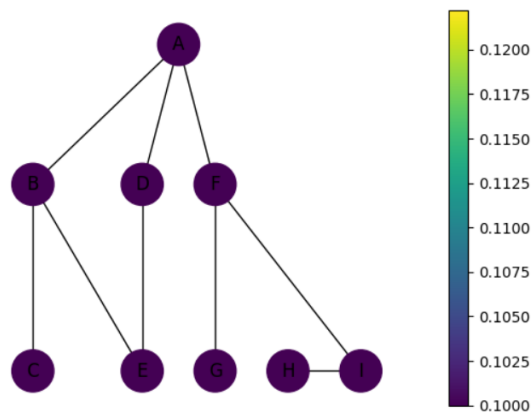


FIGURE 6 – Réseau 0 en fonction de la centralité de PageRank ($\alpha = 0, \beta = 1$)

4.2 Betweenness Centrality

Ci-dessous, vous trouverez les résultats de la centralité d'intermédiation appliquée au réseau 0.

| Noeud | Centralité | Rang |
|-------|------------|------|
| A | 17 | 1 |
| F | 17 | 2 |
| B | 9.5 | 3 |
| I | 7 | 4 |
| D | 2.5 | 5 |
| E | 1 | 6 |
| C | 0 | 7 |
| G | 0 | 8 |
| H | 0 | 9 |

FIGURE 7 – [Réseau 0] Betweenness Centrality

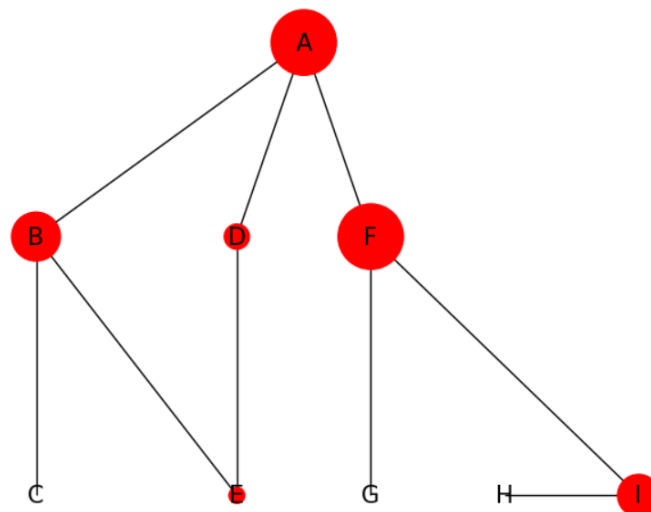


FIGURE 8 – Effet de la centralité d'intermédiation sur le réseau 0

4.3 Closeness Centrality

Ci-dessous, vous trouverez les résultats de la centralité de proximité appliquée au réseau 0.

| Noeud | Centralité de Proximité | Rang |
|-------|-------------------------|------|
| A | 0.571429 | 1 |
| F | 0.533333 | 2 |
| B | 0.470588 | 3 |
| D | 0.421053 | 4 |
| I | 0.4 | 5 |
| E | 0.363636 | 6 |
| G | 0.363636 | 7 |
| C | 0.333333 | 8 |
| H | 0.296296 | 9 |

FIGURE 9 – [Réseau 0] Closeness Centrality

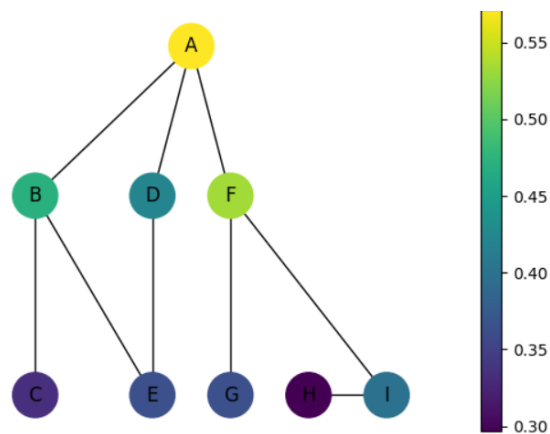


FIGURE 10 – Effet de la centralité de proximité sur le réseau 0

4.4 Interprétation des résultats

L'analyse des centralités montre que le nœud A est central, plus important, en termes de proximité, ce qui le rend efficace pour joindre rapidement les autres

nœuds. Les nœuds A et F sont importants pour la centralité d'intermédiation, indiquant qu'ils influencent le flux d'informations. Avec le PageRank, F apparaît comme le plus influent, en raison de connexions de qualité. Chaque mesure de centralité met en lumière une caractéristique différente de l'importance d'un nœud dans le réseau.

5 Application : Archive "Data.zip"

5.1 *R. soc-tribes*

La figure ci-après présente un tableau synthétique des différentes mesures de centralité appliquées au réseau soc-tribes. Les résultats sont clairement illustrés dans le fichier Colab joint à ce rapport.

| Mesures | Valeur | Nœuds concernés |
|---------------------------------------|----------------------|-----------------|
| Nombre de nœuds | 16.0 | |
| Nombre d'arêtes | 58.0 | |
| Degré - min | 3.0 | ['4'] |
| Degré - max | 10.0 | ['6'] |
| Degré - moyen | 7.25 | |
| Centralité (PageRank) - min | 0.032111716781429954 | ['4'] |
| Centralité (PageRank) - max | 0.08241167275214967 | ['6'] |
| Centralité (PageRank) - moyenne | 0.0625 | |
| Centralité d'intermédiation - min | 0.25 | ['4'] |
| Centralité d'intermédiation - max | 7.876190476190476 | ['1'] |
| Centralité d'intermédiation - moyenne | 4.0624999999999999 | |
| Centralité de proximité - min | 0.5 | ['4'] |
| Centralité de proximité - max | 0.75 | ['6'] |
| Centralité de proximité - moyenne | 0.6546206510880422 | |

FIGURE 11 – Table de synthèse (soc-tribes)

5.2 *R. soc-karate*

La figure ci-après présente un tableau synthétique des différentes mesures de centralité appliquées au réseau soc-karate. Les résultats sont clairement illustrés dans le fichier Colab joint à ce rapport.

| Mesures | Valeur | Nœuds concernés |
|---------------------------------------|----------------------|---|
| Nombre de nœuds | 34.0 | |
| Nombre d'arêtes | 78.0 | |
| Degré - min | 1.0 | ['12'] |
| Degré - max | 17.0 | ['34'] |
| Degré - moyen | 4.588235294117647 | |
| Centralité (PageRank) - min | 0.009564809471830867 | ['12'] |
| Centralité (PageRank) - max | 0.10091826030058906 | ['34'] |
| Centralité (PageRank) - moyenne | 0.029411764705882346 | |
| Centralité d'intermédiarité - min | 0.0 | ['8', '12', '13', '18', '22', '17', '15', '16', '19', '21', '23', '27'] |
| Centralité d'intermédiarité - max | 231.07142857142864 | ['1'] |
| Centralité d'intermédiarité - moyenne | 23.235294117647058 | |
| Centralité de proximité - min | 0.28448275862068967 | ['17'] |
| Centralité de proximité - max | 0.5689655172413793 | ['1'] |
| Centralité de proximité - moyenne | 0.42647963257352345 | |

FIGURE 12 – Table de synthèse (soc-karate)

5.3 R.soc-physicians

Le cas du réseau soc-physicists présente certaines particularités. L'analyse visuelle du graphe révèle quatre sous-graphes distincts, ce qui nous a conduits à envisager l'étude de chaque sous-graphe individuellement. Les résultats détaillés de cette analyse sont clairement illustrés dans le fichier Colab annexé à ce rapport.

| Mesures | Valeur | Nœuds concernés |
|---------------------------------------|----------------------|--------------------------|
| Nombre de nœuds | 117.0 | |
| Nombre d'arêtes | 465.0 | |
| Degré - min | 2.0 | [7, 50, 61, 88, 90, 114] |
| Degré - max | 26.0 | [15] |
| Degré - moyen | 7.948717948717949 | |
| Centralité (PageRank) - min | 0.003132935363204016 | [90] |
| Centralité (PageRank) - max | 0.025167813916807686 | [15] |
| Centralité (PageRank) - moyenne | 0.008547008547008546 | |
| Centralité d'intermédiarité - min | 0.0 | [95, 115, 117] |
| Centralité d'intermédiarité - max | 719.0205200762767 | [15] |
| Centralité d'intermédiarité - moyenne | 92.05128205128209 | |
| Centralité de proximité - min | 0.3012987012987013 | [88] |
| Centralité de proximité - max | 0.5 | [15] |
| Centralité de proximité - moyenne | 0.3899688648559303 | |

FIGURE 13 – Table de synthèse (soc-physicians 1/4)

| Mesures | Valeur | Nœuds concernés |
|---------------------------------------|----------------------|-----------------|
| Nombre de nœuds | 48.0 | |
| Nombre d'arêtes | 179.0 | |
| Degré - min | 2.0 | [122] |
| Degré - max | 28.0 | [127] |
| Degré - moyen | 7.458333333333333 | |
| Centralité (PageRank) - min | 0.008352209061871922 | [122] |
| Centralité (PageRank) - max | 0.06885970037587327 | [127] |
| Centralité (PageRank) - moyenne | 0.02083333333333332 | |
| Centralité d'intermédiarité - min | 0.0 | [154, 122] |
| Centralité d'intermédiarité - max | 281.4914078525534 | [127] |
| Centralité d'intermédiarité - moyenne | 26.833333333333332 | |
| Centralité de proximité - min | 0.34814814814814815 | [122] |
| Centralité de proximité - max | 0.7121212121212122 | [127] |
| Centralité de proximité - moyenne | 0.47571559292787574 | |

FIGURE 14 – Table de synthèse (soc-physicians 2/4)

| Mesures | Valeur | Nœuds concernés |
|---------------------------------------|----------------------|-----------------|
| Nombre de nœuds | 41.0 | |
| Nombre d'arêtes | 142.0 | |
| Degré - min | 2.0 | [180, 181, 206] |
| Degré - max | 15.0 | [194] |
| Degré - moyen | 6.926829268292683 | |
| Centralité (PageRank) - min | 0.009897183951328107 | [206] |
| Centralité (PageRank) - max | 0.04851639485905215 | [194] |
| Centralité (PageRank) - moyenne | 0.024390243902439015 | |
| Centralité d'intermédiarité - min | 0.0 | [180, 181] |
| Centralité d'intermédiarité - max | 97.07894376155245 | [167] |
| Centralité d'intermédiarité - moyenne | 24.902439024390244 | |
| Centralité de proximité - min | 0.2857142857142857 | [180, 181] |
| Centralité de proximité - max | 0.5882352941176471 | [194] |
| Centralité de proximité - moyenne | 0.4539083053544328 | |

FIGURE 15 – Table de synthèse (soc-physicians 3/4)

| Mesures | Valeur | Nœuds concernés |
|---------------------------------------|----------------------|-----------------|
| Nombre de nœuds | 35.0 | |
| Nombre d'arêtes | 137.0 | |
| Degré - min | 1.0 | [212] |
| Degré - max | 15.0 | [220] |
| Degré - moyen | 7.828571428571428 | |
| Centralité (PageRank) - min | 0.007868233665293541 | [212] |
| Centralité (PageRank) - max | 0.04826063336862901 | [220] |
| Centralité (PageRank) - moyenne | 0.028571428571428567 | |
| Centralité d'intermédierité - min | 0.0 | [212, 222, 239] |
| Centralité d'intermédierité - max | 54.20901912097564 | [213] |
| Centralité d'intermédierité - moyenne | 17.800000000000001 | |
| Centralité de proximité - min | 0.3333333333333333 | [212] |
| Centralité de proximité - max | 0.6296296296296297 | [220] |
| Centralité de proximité - moyenne | 0.4997260164317784 | |

FIGURE 16 – Table de synthèse (soc-physicians 4/4)

5.4 Interprétation des résultats

Nous avons exploré l'analyse des réseaux sociaux qui nous mènent à des concepts clés tels que la détection de communautés et les mesures de centralité. Par exemple, l'analyse du réseau des membres d'un club de karaté a révélé des communautés distinctes, visuellement illustrées dans un graphe. De même, l'étude du réseau de chercheurs physiciens a mis en évidence quatre sous-groupes, suggérant que chaque groupe se concentre sur un domaine spécifique, comme la mécanique ou l'électronique, reflétant leurs intérêts de recherche ou les liens privilégiés au sein de leur domaine. Ces observations démontrent comment l'analyse des réseaux peut révéler des dynamiques et des structures spécifiques au sein de différents groupes sociaux.

6 Conclusion

Ce rapport a approfondi l'étude des mesures de centralité dans les réseaux sociaux en utilisant la théorie des graphes.

Nous avons exploré divers algorithmes pour analyser l'importance des nœuds selon des critères variés, couvrant le PageRank, la centralité de proximité, et la centralité d'intermédierité. Chaque réseau social analysé a révélé des caractéristiques uniques.

Nous espérons que ce travail répond à vos attentes et offre une analyse pertinente. Nous vous remercions pour votre attention et l'intérêt porté à notre étude.

Mots clés : Théorie des graphes, Réseaux, Réseaux sociaux, Centralité, Edge Centrality, PageRank, Betweenness Centrality, Closeness Centrality.

École Centrale Casablanca